Library
of the
University of Toronto

Digitized by the Internet Archive
in 2010 with funding from
University of Ottawa

http://www.archive.org/details/traitdemecaniq00lahi

TRAITÉ
DE
MECANIQUE,
OU L'ON EXPLIQUE TOUT CE QUI EST neceſſaire dans la pratique des Arts, & les proprietés des corps peſans leſquelles ont un plus grand uſage dans la Phyſique.

Par M. DE LA HIRE *Profeſſeur Roïal en Mathématique, & de l'Academie Roïale des Sciences.*

A PARIS,
PAR LA COMPAGNIE DES LIBRAIRES.

M. DCCXXIX.

AVEC PRIVILEGE DU ROY.

A PARIS,

Chez { GABRIEL MARTIN, ruë Saint Jacques à l'Etoile.
FRANÇOIS MONTALANT, Quay des Auguſtins.
JEAN-BAPTISTE COIGNARD Fils, Imprimeur du Roy & de l'Academie Françoiſe, ruë Saint Jacques.
HYPPOLITE-LOUIS GUERIN, ruë Saint Jacques, à Saint Thomas d'Aquin

PREFACE.

ENTRE les Ouvrages de Mécanique qui nous reſtent des Anciens, il n'y a que ceux d'Archiméde où les principes de cette Science ſoient traités à fond. Mais comme ſon deſſein n'étoit pas d'expliquer les Mécaniques en particulier, mais ſeulement ce qui étoit néceſſaire pour la quadrature de la Parabole qu'il démontre par l'équilibre des Plans, nous ne pouvons juger que par comparaiſon de ce qu'il auroit pû faire ſur toutes les parties de Mécanique. Nous ſçavons que pluſieurs Anciens en avoient écrit, & qu'ils avoient expliqué l'uſage & les avantages qu'on pouvoit retirer des principaux Inſtrumens dont on ſe ſert ordinairement, & il ſeroit à ſouhaiter que nous euſſions leurs ouvrages ; car nous ne ſçaurions douter qu'ils n'euſſent une très-grande connoiſſance de l'effort de toutes les grandes machines, puiſqu'ils en faiſoient un uſage continuel dans la deffenſe & dans l'attaque des Villes. Mais depuis l'invention de la poudre à canon, toutes les Catapultes, les Beliers, les grandes Tours mouvantes, & une infinité d'autres inſtrumens de guerre, étant devenus

inutiles, à peine nous reſte-t-il une légere connoiſſance de leur conſtruction ; car les deſcriptions que nous en voïons dans quelques fragmens des Anciens, ſont expliquées dans des termes que nous n'entendons pas, & les figures qui les accompagnent ſont ſi groſſierement deſſinées, qu'on ne peut voir le rapport qu'elles ont pour la plupart avec leur explication.

Puiſque les ouvrages des Anciens nous donnent ſi peu de connoiſſance de ce qu'ils ſçavoient dans la Mécanique, on peut regarder ceux des Modernes comme des originaux, & il y a grande apparence qu'ils n'avoient point examiné à fond toutes les parties de cette Science, qu'on a expliquées depuis peu avec beaucoup de netteté & de ſubtilité par rapport à la Phyſique. Enfin ſi les nouvelles découvertes dans la Mécanique n'ont pas de ſi grands uſages dans la vie civile que celle des Anciens en avoient dans leurs tems, on peut dire aſſurément qu'elles les ſurpaſſent d'autant plus qu'elles ſont pour la plupart des explications, & même des démonſtrations exactes des effets les plus admirables de la nature.

Entre les Modernes qui ont écrit de Mécanique, il y en a peu qui aïent tâché d'épuiſer cette matiére, & quand ils l'auroient fait, les derniers

auront toujours un grand avantage ſur les autres, puiſqu'ils pourront profiter des nouvelles découvertes qui ſe font tous les jours, & enrichir leur Ouvrage de pluſieurs piéces fort conſidérables. Pour les démonſtrations, tant des Anciens que des Modernes, elles ſont fort differentes. La plupart ont ſuivi Archiméde, ou en tout ou en partie; & ils ont tâché d'éclaircir quelques difficultés qui ſe rencontrent dans les Axiomes ou Suppoſitions de cet Auteur. Quelques-uns ſe ſont appliqués ſeulement à démontrer le plus clairement qu'il leur a été poſſible, les propriétés du Levier qu'on peut regarder comme la propoſition fondamentale de toute la Mécanique, puiſque les autres parties s'y peuvent réduire facilement. Il y en a d'autres qui aïant entierement abandonné les principes dont Archiméde s'eſt ſervi, ont fait des ſuppoſitions toutes nouvelles dont ils ſe ſervent pour principes dans leurs démonſtrations. Mais j'ay remarqué que ces ſuppoſitions ne ſont pas ſuffiſantes toutes ſeules pour faire une bonne démonſtration, & qu'ils y en emploïent d'autres ſans en avertir, qui meriteroient d'être démontrées, ou tout au moins d'être bien expliquées. Ce ſont ces ſortes de ſup-

poſitions qui ne paroiſſant pas également évidentes à tous les hommes, font que ceux qui ſont accoûtumés aux démonſtrations rigoureuſes de la Geométrie, ne demeurent pas pleinement convaincus de quelques propoſitions où la Phyſique ſe trouve mêlée, quoiqu'ils ſoient demeurés d'accord des principes qui les ont précédé. C'eſt auſſi, comme je crois pour cette raiſon, que ceux qui ont reconnu ces difficultés, ont mieux aimé faire une ſuppoſition de la principale propoſition, que de n'en donner qu'une démonſtration douteuſe ou fondée ſur des principes qui n'ont pas une très-grande évidence.

J'ay tâché dans cet Ouvrage de démontrer toutes les propoſitions à la maniére des anciens Geométres, ſans me ſervir d'autre Axiome ou propoſition fondamentale que de celle que tous ceux qui ont écrit de Mécanique ont ſuppoſée d'abord ; & pour la rendre encore plus évidente, je la démontre dans ma premiére propoſition par une autre qui eſt plus univerſelle, & dont on ne fait aucun doute dans la Phyſique, qui eſt *que dans l'effort des puiſſances toutes choſes étant égales d'un côté & d'autre, les efforts ſont égaux.* C'eſt pourquoi je n'ay pas crû qu'il fût né-

ceſſaire de rapporter ce principe ; puiſque c'eſt un des plus ſimples de toute la Phyſique.

Pour ce qui eſt des trois ſuppoſitions que j'ay faites & que je donne au commencement de cet Ouvrage, je ne crois pas qu'on doive faire difficulté de les recevoir, puiſqu'elles ſont auſſi ſuppoſées par tous ceux qui ont traité de la Mécanique, quoiqu'ils n'en parlent pas ordinairement, & qu'elles ne ſervent que pour faire des démonſtrations éxactes. Car je conſidére d'abord le corps peſant comme n'aïant aucune étenduë ou comme un point Mathématique peſant, afin que les différentes diſtances où il ſe trouve par rapport au centre de la terre & les différens milieux où il eſt, ne puiſſent pas rendre les démonſtrations douteuſes. Mais dans le cours de cet ouvrage je fais voir quels changemens il peut arriver à la peſanteur des corps par rapport aux différentes directions de leurs parties vers le centre de la terre. Et pour ce qui eſt du milieu dans lequel on fait la comparaiſon des corps peſants, j'expliquerai ce qui leur arrive ſuivant la nature du liquide dans mon Traité d'Hydroſtatique qui doit ſuivre celui-cy.

Pour l'ordre que j'ay tenu dans cet Ouvrage, j'ay crû qu'il falloit expliquer d'abord ce qui regarde les principales machines qui ſont dans l'uſage ordinaire, afin que ceux qui ne veulent ſçavoir que les premiers élémens de cette Science, puiſſent trouver tout d'une ſuite ce qui leur peut être utile dans l'explication des cinq prémieres machines, & de celles qui y ſont rapportées. Mais ils pourront négliger ce qui regarde les centres de gravité, & ce qui eſt démontré des différentes peſanteurs des corps ſuivant leurs différentes figures par rapport aux éloignemens du centre de la terre.

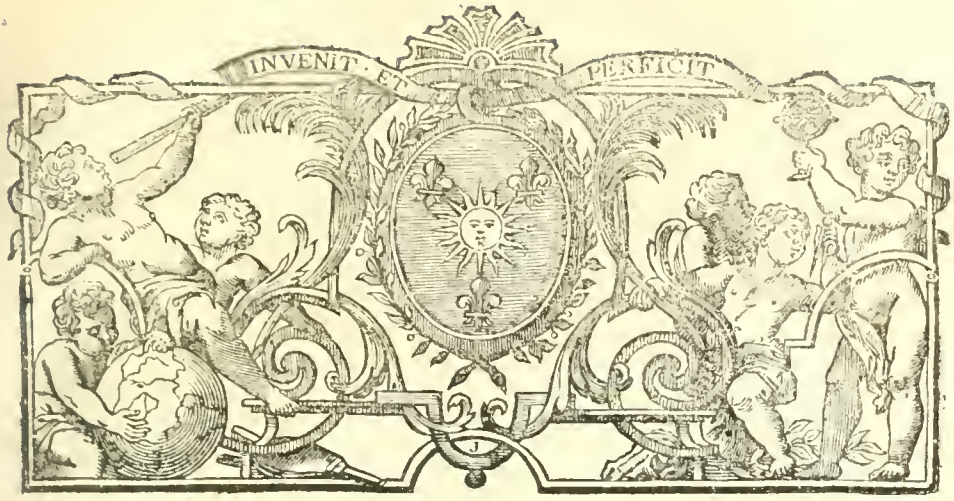
Les dernieres propoſitions de cet Ouvrage contiennent ce qu'on a trouvé de plus curieux dans la Phyſique par rapport à la Mécanique, comme du mouvement des animaux, de l'effort des cordes moüillées pour élever de grands fardeaux, & de la forme des bras des moulins qui font joüer des piſtons & qui ſont d'un très-grand uſage, avec la conſtruction d'une roüe qui ſert à élever de l'eau où le frotement n'eſt pas ſenſible, & comme je l'ay fait éxécuter dans le Château de Beaulieu proche de Paris, & dont la premiére invention étoit dûë à M. Deſargues, qui étoit un des plus excellens Geométres de notre ſiécle.

On y trouvera auſſi l'explication de quelques problêmes qui paſſent ordinairement pour curieux : mais je me ſuis fort étendu ſur le Traité de la Percuſſion, où j'ay démontré en abbrégé & d'une maniére en partie nouvelle, tout ce que j'ay pû trouver de conſidérable dans les Auteurs qui en ont écrit, & j'y ay ajoûté ce que j'ay crû qui y manquoit. Je rapporte auſſi dans la même propoſition ce qui regarde les centres du mouvement des corps, ceux de Percuſſion & d'Oſcillation dont l'uſage eſt très-grand dans les horloges à pendule. J'explique enſuite quelle doit être la figure des cordes ou lignes également peſantes ou fléxibles avec les courbures de quelques ſuperficies cylindriques lorſqu'elles ſont arrêtées par leurs extrémités ; & je donne dans le même endroit la ſolution d'un des plus conſidérables problêmes de la conſtruction des bâtimens.

Enfin je démontre tout ce qui regarde le mouvement & la viteſſe des corps qui tombent ſuivant des plans différemment inclinés, & de ceux qui ſont pouſſés ou jettés, comme les Pierres, les Bombes, & les Jets d'eau, & je finis par les différens accidens de ceux qui ſe rompent lorſqu'ils ſont engagés dans un mur par l'une de leurs extrémités, ou qu'ils ſont

ſoutenus par le milieu en équilibre ou ſur les extrémités. On y verra des différences très-conſidérables entre ce que j'en démontre, & ce qu'en a expliqué Galilée, qui a été le premier, que je ſçache, qui ait écrit de ces matiéres, dont on a tiré de très-grandes lumiéres pour la Phyſique.

TRAITE'



TRAITÉ
DE
MECANIQUE,
OU L'ON EXPLIQUE TOUT ce qui eſt néceſſaire dans la pratique des Arts.

IL n'y auroit rien dans la nature qui fût plus capable d'attirer l'admiration des hommes, que de voir les efforts que peuvent faire les forces mouvantes par le moïen des machines auſquelles on les applique, ſi elles n'étoient pour la plûpart ſi communes qu'on les regarde ſans y faire aucune attention, & ſans conſiderer que c'eſt une loy naturelle que deux puiſſances égales doivent demeurer en équilibre, & qu'il n'eſt pas poſſible qu'elles puiſſent ſe ſurmon-

ter l'une l'autre, & encore moins qu'une très-petite en puiſſe égaler une auſſi grande qu'on la peut imaginer. Cependant c'eſt ſur cette même loy, ou ſur cet Axiome que toute la Mécanique eſt fondée, & qu'on démontre geométriquement qu'une très petite force peut produire de très-grands effets. C'eſt pourquoi nous diſons que la Mécanique eſt une ſcience qui fait connoître par quels moïens l'effort d'une puiſſance peut être augmenté à l'infini.

Toute la Mécanique étant donc fondée ſur un Axiome ſi ſimple & ſi naturel, il n'y a aucun lieu de douter que tout ce qu'elle propoſe ne fût toûjours poſſible dans l'éxécution, ſi la matiére qu'on y emploïe pouvoit avoir toute l'étenduë & la ſolidité qui y eſt néceſſaire, & ſi elle ne réſiſtoit au mouvement par la difficulté que ſes parties ont à ſe mouvoir en frotant l'une contre l'autre. Ce ſont ces frotemens que l'on ne conſidere pas ordinairement dans les machines qui ſont les plus ingenieuſes dans leur invention, qui les empêchent fort ſouvent de réüſſir quand elles ſont executées. Lorſqu'on ſe ſert d'une matiere dont les parties n'ont que très-peu de réſiſtance au mouvement, c'eſt-à-dire celle dont les parties ſe dégagent les unes des autres avec une très-grande facilité, comme l'air & l'eau, il n'y a pas de doute que l'éxécution ne réponde toûjours à très-peu prés aux raiſonnemens geométriques: & c'eſt en ſuppoſant que l'air eſt aſſés fluide pour ſe mouvoir à la moindre force, qu'on dit qu'il n'eſt pas poſſible de mouvoir un corps ſur la ſurface de la terre, ſans qu'elle change de poſition à l'égard du point vers lequel tendent tous les corps peſans; puiſqu'il eſt certain que ſon centre de gravité doit changer quand il arrive quelque changement à la diſpoſition des parties qui la compoſent, & que ce centre de gravité doit toûjours être placé dans le point où tendent tous les corps peſans.

Mais comme il n'y a point d'art qui n'ait beſoin de la Mécanique, auſſi ceux qui en font profeſſion n'y réüſſiſſent qu'à proportion qu'ils en ont une plus parfaite connoiſſance : car elle n'eſt pas ſeulement néceſſaire pour la conſtruction des nouvelles machines, mais encore pour la perfection de celles qui ſont le plus en uſage, & dont il eſt impoſſible de ſe paſſer. Ce n'eſt pas que la neceſſité & l'utilité de ces ſortes de machines n'aient obligé les hommes par la ſeule experience, à les pouſſer à un dégré de perfection, peut-être au-delà de ce qu'ils auroient fait s'ils ne les avoient conſiderées que comme des exercices de l'eſprit ſans aucune utilité : mais ce n'eſt que par le moïen de la Mécanique qu'on peut être aſſeuré qu'elles n'ont aucun deffaut, au moins de ceux qu'on peut facilement éviter.

Les découvertes qu'on fait tous les jours, & les nouvelles machines qui ont été inventées par de très-ſçavans Mathématiciens, & par de très-habiles Ouvriers qui connoiſſoient fort bien les principales loix des Mécaniques, & qui ſçavoient d'ailleurs ce qu'ils pouvoient eſperer des métaux & du bois dans l'éxécution, font aſſés connoître qu'on ne doit pas négliger la théorie de cette Science, pour ne s'attacher ſimplement qu'à la pratique. Et s'il s'eſt trouvé quelques Ouvriers qui ayent réüſſi dans des entrepriſes aſſés conſiderables par la ſeule pratique, on ne peut pas dire pour cela qu'ils ne ſçeuſſent rien de mécanique, & qu'il vaut bien mieux travailler comme au haſard ſans aucune regle, que de ſe conduire par les lumieres de la raiſon.

S'il falloit faire voir en particulier toutes les utilités de la Mécanique, il faudroit faire la deſcription de toutes les machines dont on s'eſt ſervi en differentes occaſions & en differens tems, ſoit dans la guerre ou dans la paix, & dont on ſe ſert encore à preſent, tant pour la néceſſité que

pour le divertiſſement. Mais c'eſt aſſés de marquer en general, que ce n'eſt que ſur les principes de cette Science que ſont fondées toutes les conſtructions des moulins à eau & à vent pour differens uſages, des preſſoirs, de la plûpart des machines qui ſervent à la guerre, & dans l'attaque & la défenſe des places, dans la conſtruction des édifices ou celles qu'on emploïe pour élever des fardeaux ſont en très-grand nombre, qui ont toutes leurs utilités particulieres dans des occaſions differentes ; tout ce qui regarde l'élevation des eaux par des pompes, des chapelets, des roües, des vis inclinées, des tuïaux en ſpirale, & une infinité d'autres : enfin on ne ſçauroit nier que l'on ne ſoit redevable à la Mécanique d'une infinité d'ouvrages très utiles & très curieux qui ſe font par le moïen du tour.

Les Anciens ont conſideré deux parties dans la Mécanique, l'une qui ne regardoit que les raiſons de l'augmentation de l'effort des puiſſances, & qui étoit fondée ſur la Géometrie, ſur l'Arithmétique & ſur les raiſonnemens phyſiques ; l'autre n'avoit pour objet que l'éxecution, & demandoit une connoiſſance parfaite de tous les materéaux qui entrent dans la compoſition des machines & des differentes applications qu'on en peut faire.

C'eſt auſſi en ſuivant les Anciens que nous établiſſons ordinairement cinq puiſſances ou machines principales qui ſervent à mouvoir des fardeaux : ſous la premiere on comprend le *Levier* & la *Balance* ; ſous la ſeconde le *Treuil* ou *Vindas* ou *Cabeſtan* & les *roüës dentées* avec leur eſſieu ; ſous la troiſiéme la *Poulie* & la *Mouſle* ; ſous la quatriéme le *Coin* ; & ſous la cinquiéme le *Plan incliné* avec la *Vis*. Nous éxaminerons chacune de ces puiſſances ou machines en particulier, en faiſant voir comment elles ſe peuvent toutes rapporter au levier dont nous traiterons d'abord.

Mais il faut remarquer en general, que dans toutes les machines on peut toujours conſiderer trois puiſſances, dont il y en a une ſeule qui réſiſte à l'effort des deux autres & qui doit être placée au milieu ; & l'on diſtingue ordinairement ces trois puiſſances de trois noms differens, l'une s'appelle *la puiſſance mouvante* : l'autre s'appelle *le poids* ou *la puiſſance* qui eſt meuë : & la troiſiéme eſt *l'appui* ou la puiſſance qui ſoutient, que les Grecs ont appellé *Hypomochlion*, qui eſt un mot aſſez en uſage dans les Mécaniques & dont nous nous ſervirons en pluſieurs rencontres, & indifferemment avec celui d'appui. Il eſt facile à voir qu'on peut par-tout ſubſtituer une de ces puiſſances à la place de l'autre, par exemple au lieu du poids la puiſſance mouvante ou l'hypomochlion, & de même à la place de la puiſſance mouvante ou de l'hypomochlion quelqu'une des deux autres, comme on le pourra voir en pluſieurs rencontres.

Il peut auſſi y avoir équilibre entre deux puiſſances qui ſeront directement oppoſées ; mais on ne retire aucun avantage de cette diſpoſition des puiſſances.

Nous établiſſons ſeulement l'équilibre entre ces trois puiſſances, puiſqu'il eſt évident que ſi elles ſont en équilibre entr'elles, c'eſt-à-dire que ſi aucune des trois ne peut être meuë par les autres, ni les mouvoir, pour peu que l'une ſoit augmentée, elle pourra mouvoir les autres.

Dans toutes les régles de l'équilibre on conſidere les machines ſans avoir de corps, dont les parties peuvent empêcher l'effet, ſoit par leur peſanteur propre ou par le frotement qu'elles font les unes contre les autres, & quoi qu'on ne puiſſe pas donner des régles très-certaines pour déterminer la quantité de frotement, qui ſe peut rencontrer dans les Machines, on peut néanmoins faire voir comment on peut le diminuer quelquefois, ce qui eſt d'un grand uſage dans la pratique.

Nous démontrerons toutes les propoſitions de ce traité à la maniere des Geometres, aïant établi quelques hypotheſes pour rendre les démonſtrations plus ſimples & plus aiſées à comprendre : mais à la fin de cét ouvrage nous apporterons des démonſtrations nouvelles des principales régles de Mécanique, où nous ferons voir comment on les peut déduire géometriquement de la conſtitution des corps qui ſervent dans la compoſition de la machine, ce qu'on peut appeller une démonſtration phyſique de l'effet du levier.

D'EFINITIONS GE'NE'RALES.

I.

LA peſanteur eſt l'effort que fait un corps pour deſcendre.

On diſtingue la peſanteur relative d'un corps d'avec ſa peſanteur abſoluë, en ce que celle-cy eſt conſiderée abſolument, & que celle-là ne l'eſt que par rapport à une autre.

II.

La direction d'une puiſſance eſt la ligne droite, ſuivant laquelle elle fait ſon effort étant appliquée à la machine.

III.

Le centre de gravité d'un corps peſant eſt un point par où le corps étant ſuſpendu, toutes ſes parties demeurent en repos, quelque poſition qu'elles aïent par rapport au lieu vers lequel il deſcend.

Nous ne diſons pas que le centre de gravité d'un corps peſant ſoit un point autour duquel toutes ſes parties ſont en équilibre, puiſqu'il eſt certain, comme nous le démontrerons dans la ſuite, qu'un ſemblable point peut être placé en une infinité d'endroits differens, ſoit par les diffe-

rentes positions des parties du corps vers le lieu où il tend, que nous regardons comme un point, soit par les differentes distances de ce corps à ce même lieu.

Il nous suffit donc icy de considerer le centre de gravité d'un corps, comme un point pesant autant que tout le corps dans la position où il est, pour n'avoir aucun égard à la disposition de toutes les parties du corps entr'elles ni à leurs directions differentes.

Il est évident par cette définition, que le centre de gravité d'un corps pesant doit être placé entre ses parties.

IV.

On appelle *moment* d'un corps pesant l'effort avec lequel il peut agir sur un autre corps quand il est appliqué à la machine, & cet effort est un composé de sa pesanteur absoluë & de la force dont il agit sur l'autre. Mais il faut prendre garde que ce composé ne doit pas se faire par une addition simple des parties de sa pesanteur absoluë avec celles de sa force, ces parties étant posées égales pour les deux corps qui sont appliqués à la machine, mais par une addition composée, qui est une multiplication des parties de la pesanteur absoluë du corps par celles de sa force.

Par exemple, si un des corps pese 8. livres dont la livre est la partie commune pour mesurer la pesanteur absoluë des deux corps, & qu'il ait 6. parties de force; & que l'autre corps pese 3. livres & qu'il ait 16. des mêmes parties de force dont l'autre en a 6. Nous disons que le moment du premier corps est le nombre 48, qui est le nombre 8. de ses livres pris autant de fois qu'il a de parties de force, c'est-à-dire six fois. De même le moment du second corps par rapport au premier sera aussi de 48, qui est le nombre 3. de ses livres pris seize fois, qui est le nombre de ses parties de force; & par consequent les momens de ces deux corps seroient égaux.

Ainſi pour avoir le moment d'un corps, il faut toûjours multiplier ſa peſanteur par ſa force. Ce n'eſt pas qu'on ne puiſſe avoir la même choſe ſans faire de multiplication, mais alors il faut toûjours conſiderer la peſanteur d'un des corps comme l'unité par rapport à l'autre, & la force auſſi de l'un des deux comme l'unité par rapport à celle de l'autre.

Par exemple, ſi dans les nombres précedens de livres & de parties de force des deux corps nous conſiderons les parties de force du premier comme l'unité, alors les parties de force du ſecond ſeront 2 & $\frac{2}{3}$ par rapport à celle du premier; & de même ſi nous conſiderons les 3 livres de peſanteur du ſecond comme l'unité, le premier aura $2\frac{2}{3}$ de partie de peſanteur du ſecond; ainſi on voit que les momens de chacun de ces deux corps ſeront $2\frac{2}{3}$ & qu'ils ſeront égaux: car le produit de la multiplication de $2\frac{2}{3}$ par l'unité eſt le même que celui de l'unité par $2\frac{2}{3}$.

SUPPOSITIONS.

I.

NOus ſuppoſons que la figure du corps ne change pas ſa peſanteur. Ainſi un corps peſant de figure ſpherique peut être réduit à un corps également peſant de figure cubique ou de telle autre qu'on voudra, ou même à une ſuperficie peſante, ou enfin à une ligne peſante ou à un point peſant autant que le corps.

II.

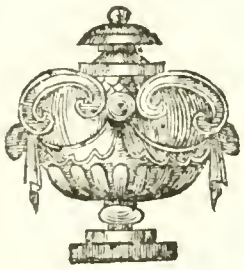
Nous ſuppoſons auſſi que les directions de deux corps peſans appliqués à une machine, & de toutes leurs parties conſiderées ſeparément, ſont toutes paralleles entr'elles: quoi qu'on croïe qu'elles tendent vers le centre de la terre; mais cette ſuppoſition ne peut apporter aucune erreur ſenſible dans les machines, à cauſe de leur peu d'étenduë

par

par rapport à la grande diſtance qu'il y a de la ſuperficie de la terre juſqu'à ſon centre.

III.

Nous diſons que les corps peſans peſent également dans tous les points de leur ligne de direction. Car il eſt certain que ſi un corps eſt ſuſpendu à un fil que l'on conſidere ſans aucune peſanteur, il ſeroit impoſſible de ſçavoir ſi le fil eſt long ou court par les differentes actions du poids. De même ſi l'on pouſſe directement un corps avec une verge ou bâton que l'on conſidere ſans peſanteur & inflexible, l'impreſſion de la puiſſance ſur le corps ſera toûjours la même de quelque longueur que fût la verge. Ce n'eſt pas qu'on ne démontre fort bien que les corps doivent moins peſer plus ils ſont proche du centre de la terre, ſi l'on ſuppoſe qu'ils tendent vers ce centre; mais cette difference de peſanteur ne ſçauroit être ſenſible dans l'étenduë des machines; c'eſt pourquoi on n'y a point d'égard. On doit auſſi entendre la même choſe de toutes ſortes de puiſſances.



DU LEVIER.

DE'FINITIONS.

LE levier eſt une verge de quelque matiere que ce ſoit comme de fer ou de bois, à laquelle on applique trois poids ou puiſſances en differens endroits. Mais comme il n'eſt pas poſſible que cette verge n'ait de la peſanteur & qu'elle ne ploye, nous la ſuppoſons d'abord comme une ligne infléxible & ſans aucun poids.

Je conſidere de deux eſpeces de levier, l'un droit qui ne conſiſte qu'en une ligne droite, & l'autre angulaire qui eſt formé par deux lignes droites qui font un angle.

On diviſe ordinairement le levier droit en trois genres differens.

Le levier du premier genre eſt celui où l'hypomochlion ou appui eſt placé entre le poids qui y eſt appliqué, & la puiſſance qui le ſoutient.

Le levier du ſecond genre eſt celui où le poids eſt au milieu entre la puiſſance & l'appui.

Et le levier du troiſiéme genre eſt celui où la puiſſance eſt au milieu entre le poids & l'appui.

Mais ſi l'on ſubſtituë des puiſſances à la place du poids & de l'appui, on ne pourra plus faire de diſtinction entre ces trois ſortes de leviers; c'eſt pourquoi nous n'y aurons aucun égard dans ce traité, parce que nous conſiderons le poids & l'appui indifferemment comme des puiſſances.

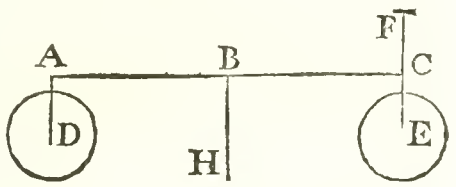
PROPOSITION. I.

SOIT *le levier droit A C aux extremités duquel A & C ſoient appliqués deux poids ou puiſſances, ou une puiſſance*

& un poids qui ſoient égaux entr'eux, & dont les directions ſoient paralleles & perpendiculaires au levier, & qu'au point B qui diviſe le levier A C en deux parties égales, il y ait auſſi une puiſſance H qui y ſoit appliquée avec une direction parallele aux autres, ou bien perpendiculaire au levier, & qui ſoit égale aux deux autres enſemble.

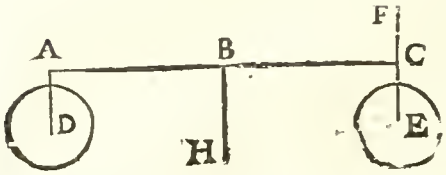
Je dis que ces trois puiſſances ainſi appliquées à ce levier demeureront en équilibre.

Les deux poids D E étant égaux & appliqués en A & en C au levier avec des directions qu'on ſuppoſe paralleles entr'elles, & les points A & C étant également éloignés de leur point d'appui B, il eſt certain que l'un des poids ne peut ſurmonter l'autre, puiſque toutes choſes ſont égales des deux côtés ; c'eſt pourquoi ces deux poids demeureront en équilibre entr'eux. Il ne reſte donc plus qu'à déterminer la puiſſance H qui ſoutient le levier en B.



Par la troiſiéme ſuppoſition on peut placer les deux poids D & E dans les points A C de leurs lignes de direction, leſquels ſont auſſi communs aux extremités du levier. Et par la premiere ſuppoſition ces points peuvent auſſi être conſiderés comme deux poids qui peſent autant qu'eux & qui ſont les mêmes que A & C. Mais auſſi les deux poids A C joints par la ligne A C peuvent être encore conſiderés comme un ſeul poids dont le centre de gravité ſera au milieu en B ; & enfin toute la peſanteur de ce corps peut être réünie en ce ſeul point B, dont la direction ſera la même que celle de ſes parties, c'eſt-à-dire qu'elle doit être perpendiculaire au levier. Ainſi la puiſſance H qui agit ſous le point B avec une direction perpendiculaire

au levier & dans un ſens oppoſé à celui de l'action des poids, c'eſt-à-dire de bas en haut, doit être égale à celle de deux poids enſemble pour les ſoutenir. Il s'enſuit donc que l'hypomochlion B qui fait l'office de cette puiſſance H ſera chargé de toute la peſanteur des deux poids.



Conſéquence.

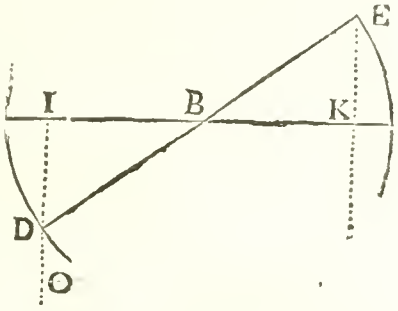
Maintenant ſi au lieu d'un des poids comme E on applique au point C du levier une puiſſance F qui agiſſe ſuivant la même direction que le poids E, c'eſt-à-dire perdiculairement au levier, il eſt évident que ſi la puiſſance F eſt égale à celle du poids E, il y aura encore équilibre entre les trois puiſſances D H F, dont F pouſſe l'extremité C du levier vers le bas comme le poids E la tiroit auſſi vers le bas, puiſque ces deux actions ne tendent qu'à la même fin, & D tire auſſi l'extremité A du levier vers le bas, & enfin la puiſſance H le pouſſe vers le haut par le point B avec un effort double de chacun des autres.

Il eſt donc auſſi évident que le poids D ou une puiſſance D qui tire l'extremité A du levier A C lequel eſt ſoutenu en B par une puiſſance H qui y agit dans un ſens oppoſé à celui de la puiſſance D, fera à l'autre extremité C du levier un effort pour l'élever, lequel ſera égal à celui de la puiſſance D pour abbaiſſer l'extremité A; ou au contraire ſi une puiſſance F agit pour abbaiſſer l'extremité C, elle fera un effort égal au ſien pour relever l'extremité A; & enfin que ſi l'extremité C eſt retenuë lorſque la puiſſance D la veut faire élever, cette puiſſance D agira d'un effort double du ſien ſur le milieu du levier au point B. Il en ſera de même de la puiſſance F, ſi l'extremité A eſt arrêtée.

PROPOSITION II.

SI la direction des poids ou des puiſſances appliquées aux extremités du levier n'eſt pas perpendiculaire au levier, mais qu'elle faſe des angles égaux & ſemblablement poſés avec le levier, il y aura encore équilibre comme dans la premiere propoſition.

Soit le levier D E incliné aux directions paralleles D O, E K des puiſſances qui y ſont appliquées, il y aura équilibre entre les puiſſances égales appliquées en D & en E, le levier étant ſoutenu & arrêté par ſon milieu B, en ſorte qu'il puiſſe ſeulement tourner ſur ce point, mais qu'il n'y gliſſe pas.



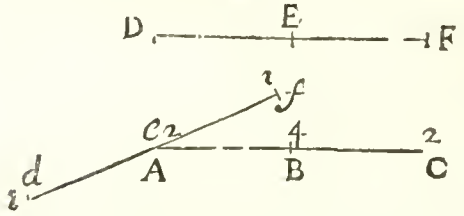
Si par le point B on méne la ligne droite I B K perpendiculaire aux lignes de direction I D O, E K des poids appliqués au levier, & qu'elle les rencontre en I & en K; par la troiſiéme ſuppoſition, en quelque endroit des lignes I O, E K que les poids ſoient appliqués ils feront toujours le même effort: c'eſt pourquoi on peut les conſiderer comme s'ils étoient ſoutenus aux points I & K de leur ligne de direction ſur la ligne I B K: mais les diſtances B I, B K depuis l'appui B juſqu'aux points I K où les poids ſont appliqués ſont égales entre elles; car les deux triangles B I D, B K E ſont égaux; c'eſt pourquoi par la premiere propoſition ce levier incliné D E aux lignes de direction des poids ſe réduiſant à un levier I K perpendiculaire à ces mêmes lignes, & les poids étant égaux il y aura équilibre entre ces poids par la premiere propoſition.

Ce ſeroit auſſi la même choſe ſi l'on ſuppoſoit qu'il y eut

un plan qui paſſât par le levier D E & par les lignes de direction I O, E K des poids; car en quelque endroit de ce plan que les poids reduits à des points peſans fuſſent appliqués ſur leurs lignes de direction, ils agiroient toûjours de même l'un ſur l'autre, que s'ils étoient appliqués aux points I & K ſur la ligne I K.

PROPOSITION III.

SI *deux poids ſont entr'eux en raiſon de nombre à nombre, & qu'ils ſoient appliqués à un levier en ſorte que les diſtances de leur application juſqu'à l'appui ſoient en même raiſon que ces nombres, mais que la diſpoſition ſoit réciproque, je dis que ces poids ſeront entre-eux en équilibre, & que l'appui ſera ſeulement chargé de la ſomme des deux poids, & non pas de la ſomme de leurs efforts qui ſont égaux.*



Soit le levier ou la balance A B C comme on l'a ſuppoſée dans la premiere propoſition enſorte qu'il y ait deux poids en A & en C dont les directions ſoient perpendiculaires au levier A C, & qu'au point B du milieu il y ait une puiſſance qui ſoutienne ces deux poids, & qui doit par conſequent pouſſer le levier en haut avec un effort égal aux deux poids enſemble, ou double de chacun en particulier; par exemple ſi les poids en A & C ſont chacun de 2 livres, la puiſſance en B doit être de 4 livres.

Maintenant ſoit un autre levier D F entierement égal au levier A C, & perpendiculaire aux lignes de direction des poids, il eſt auſſi évident par la premiere propoſition, que ſi on applique aux extremités D & F deux poids égaux,

comme d'une livre chacun, le point E qui eſt au milieu doit être ſoutenu avec une puiſſance de deux livres : ou ce qui eſt la même choſe, que ces deux poids en D & en F de 1 livre chacun, tireront embas le point E avec un effort de 2 livres.

On pourra donc placer le milieu E de ce levier D F ſur le point A du premier A C, & il eſt évident que les poids de 1 livre appliqués aux extrémités D & F feront le même effet ſur le levier A C, que faiſoit auparavant le poids de 2 livres appliqué en A.

Il eſt facile à voir qu'il n'importe pas quel angle le levier D F faſſe avec A C étant appliqué comme en *d f*, pourvû qu'il ſoit auſſi perpendiculaire aux lignes de direction des poids, c'eſt-à-dire qu'il ſoit avec le levier AC dans un plan perpendiculaire à la direction des poids.

Mais auſſi par les conſéquences de la premiere propoſition, ſi l'on arrêtoit l'extrémité *f* du levier *d f*, le ſeul poids de 1 livre poſé en *d*, feroit un effort de 2 livres en *e* ou en A ſur l'extremité du levier A C & le levier AC demeureroit en même état qu'auparavant ; c'eſt-à-dire que le ſeul poids de 1 livre en *d*, feroit équilibre avec le poids de 2 livres en C & le poids de 4 livres en B.

Mais comme ce ſera toûjours la même choſe dans quelque angle que faſſe D F avec A C ſur le plan perpendiculaire à la direction des poids, on peut imaginer que la partie *e f* du levier *d f* eſt placée ſur la partie A B du levier A C, enſorte que ces deux lignes ſe touchent dans toute leur longueur ; car ces leviers ont été ſuppoſez égaux. Ces deux leviers ne feront donc plus qu'une ſeule ligne droite ou qu'un ſeul levier *d* C, qui ayant un poids de 1 livre à ſon extremité *d*, ſera équilibre avec un poids de 2 livres placé à ſon extremité C.

Mais l'appui de ce levier ſera au point B ou *f*, où il faudra deux puiſſances pour le retenir; car celle qui eſt appliquée en B agit de bas en haut avec un effort de 4 livres, & celle qui eſt appliquée en *f*, agit avec un effort de 1 livre de haut en bas pour ſoutenir l'effort de 1 livre en *d*.

Il eſt donc évident que l'effort de 1 livre en *d* éleve le point *f* avec un effort de 1 livre; donc le poids de 1 livre en *d* en s'appuyant en A avec un effort de 2 livres, éleve l'extremité *f* avec un effort de 1 livre.

Maintenant ſi l'on joint enſemble les points *f* & B, il ſera auſſi évident qu'il ne faudra plus qu'un effort de 3 livres à la puiſſance appliquée en B qui pouſſe de bas en haut pour ſoutenir toute ſeule l'effort des deux poids appliquez en *d* & en C, puiſque l'effort du poids de 1 livre en *d* ſoulage le poids de 4 livres appliqué en B, en élevant ce même point B qui eſt joint au point *f*, avec un effort de 1 livre égal à celui qu'il a en *d*.

On connoît donc par cette demonſtration, que les deux poids en C & en *d*, qui ſont en équilibre comme étoient les deux poids en E & en C, ont même raiſon entre-eux que les diſtances B *d*, BC, & qu'elle eſt comme 2 à 1, mais réciproquement diſpoſée; car la grande diſtance B *d* eſt du coté du moindre poids *d*, & au contraire la petite diſtance B C eſt du côté du plus grand poids C.

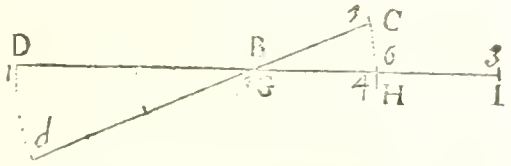
De plus, on voit que l'appui en B, où la puiſſance qui ſoutient ces deux poids eſt égale à la ſomme des deux poids, c'eſt-à-dire à 3 livres dans cet exemple. Il y aura donc même raiſon entre chacun des poids en équilibre, & la puiſſance qui les ſoutient tous deux, qu'entre les parties du levier où ils ſont appliqués, & le levier entier.

Si au lieu des deux poids placés en *d* & en C on ſuppoſe des puiſſances qui tirent du même ſens que les poids, c'eſt-à-dire de haut en bas, ou qui pouſſent auſſi de haut en bas, ce ſera toûjours la même choſe.

Soit

Soit maintenant un autre levier ou balance G I égale à la premiere A C, & qui ſoit diviſée en deux également en H. Par la premiere propoſition deux poids égaux placés en G & I à ſes extremités ſeront en équilibre entr'eux, & la puiſſance en H qui les ſoutiendra tous deux ſera double de chacun en particulier, ou égale à tous deux enſemble; car je ſuppoſe que ce levier eſt perpendiculaire à la direction des poids & de la puiſſance.

Ainſi le poids de 3 livres appliqué en G ſera équilibre avec le poids de 3 livres appliqué en I, & tous deux enſemble avec la puiſſance H qui ſera de 6 livres.



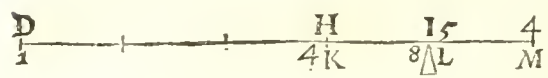
Si l'on applique maintenant le point B de la balance ou du levier precedent *d* C, au point G de celui-ci dans quel angle on voudra, pourveu que le levier ſoit auſſi perpendiculaire à la direction des poids, il eſt évident, comme on l'a démontré, que le poids d'une livre en *d*, & le poids de deux livres en C qui ſont en équilibre, & qui font enſemble un effort de 3 livres au point B pour l'abbaiſſer, feront le même effet ſur le point G de la balance, que le poids de 3 livres y faiſoit auparavant.

Enfin ſi le point C eſt joint au point H, ces deux leviers enſemble ne feront plus qu'un ſeul levier I D. Mais le ſeul poids d'une livre en D faiſant un effort de 3 livres pour abbaiſſer le point G, en fait un en même tems de 2 livres pour relever le point H auquel le point C s'eſt joint. Il ne faudra donc plus à la puiſſance H qu'un effort de 4 livres pour ſoutenir ce levier compoſé, dont le point I eſt chargé de 3 livres, & le point D d'une livre, ces deux poids étant en équilibre.

Il y aura donc même raiſon entre les poids D & I,

qu'entre les parties du levier HI, HD, qui eſt celle de 1 à 3, & chacune à la puiſſance H, comme les parties du levier à tout le levier, c'eſt-à-dire comme 1 ou 3 à 4.

Si l'on pourſuit de même, & qu'on applique ce dernier levier DHI ſur un autre K M ſemblable au premier, qui porte à ſes extremités KM des poids égaux de 4 livres chacun, & qui eſt ſoutenu par une puiſſance L double de chacun, c'eſt-à-dire de 8 livres ; il eſt évident que le point H du levier D I qui eſt pouſſé en bas avec un effort de 4 livres par le poids de 1 livre en D, & par celui de 3 livres en I, fera le même effet ſur le point K du levier K M, que le poids de 4 livres, c'eſt pourquoy le point I du levier D I étant retenu en I ou en L où il eſt joint en ſorte qu'il ne puiſſe s'élever, le ſeul poids d'une livre en D fera un effort de 4 livres ſur le point K du levier K M : il y aura donc équilibre entre le poids de 1 livre placé en D, & le poids de 4 livres en M.



Mais le poids d'une livre en D éleve le point I avec un effort de 3 livres, ce qui ſoulage de 3 livres la puiſſance L de 8 livres, en ſorte qu'elle ſe réduit à 5 livres.

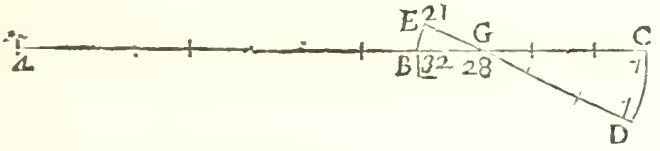
On voit donc qu'il y aura équilibre entre les poids D & M, qui ſeront entr'eux comme les parties du levier L M, L D, & qu'ils ſeront à la puiſſance L, comme chaque partie du levier au levier entier.

On trouvera toûjours la même choſe en pourſuivant à l'infini ces applications des leviers l'une ſur l'autre, ce qui fait une partie de la démonſtration de cette Propoſition ; car on a ſeulement démontré qu'il y avoit toujours même raiſon entre un poids comme celui de 1 livre, & ſon multiple dans quelque nombre que ce ſoit, comme de 15, 20, 100, &c. qu'entre les parties du levier.

Il reſte donc à démontrer la même choſe quand les poids ſont chacun quelle partie on voudra l'un de l'autre ; comme ſi l'un eſt de 3 livres & l'autre de 7 livres, ou l'un de 4 & l'autre de 9 &c.

Soit donc par exemple un des poids de 4 livres, & l'autre de 7 qui ſoient appliqués au levier en A & en C avec les conditions precédentes des directions perpendiculaires au levier.

Je diviſe le levier A C en onze parties égales entr'elles, qui eſt le nombre de la ſomme des parties des deux poids, puiſque l'un eſt 7, & l'autre 4. Enſuite je poſe l'appui au point B qui retranche du levier 7 de ſes parties vers le point A où doit être poſé le poids de 4 livres, & quatre de l'autre où doit être poſé le poids de 7 livres ; & je dis que



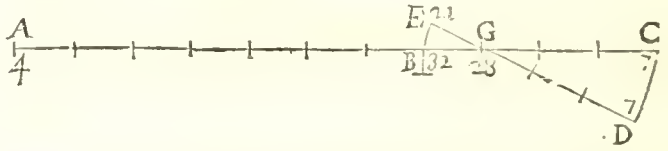
ſi l'appui eſt poſé au point B ſous ce levier, le poids de 4 livres en A, & le poids de 7 livres en C ſeront en équilibre, & que l'appui ſera chargé de 11 livres qui eſt la ſomme des poids.

Il eſt évident par ce qui a été démontré dans la premiere partie de cette Propoſition, que s'il y avoit un poids de 1 livre appliqué au point A de ce levier, & un autre de 7 livres appliqué au point G, & qu'il n'y eût que ces deux-là ſeulement ſur ce levier, ils demeureroient en équilibre ſur l'hypomochlion B ; car B G ſeroit une partie de ce levier, & B A en ſeroit 7. Ce ſera encore la même choſe ſi le poids appliqué en A eſt de 4 livres, & que l'autre ſoit de 28 livres ; puiſqu'on doit conſiderer un poids de 4 livres par rapport à un de 28, comme un de 1 liv. à un de 7.

Soit donc le poids de 4 livres appliqué en A, & le poids de 28 livres apliqué en G ſur l'hypomochlion ou appui B, qui ſera par conſéquent chargé du poids de 32 livres.

Maintenant ſi au lieu du poids de 28 livres appliqué en G, on y poſe le point G d'un levier E D, comme on a fait dans la premiere partie de cette démonſtration, & que ce levier ait autant de parties qu'il y en a dans le poids placé en A, c'eſt-à-dire 4, & qu'une ſeule de ces parties ſoit depuis G juſqu'en E, & les trois autres depuis G juſqu'en D. Enfin qu'on applique à l'extremité D de ce levier l'autre poids qui eſt de 7 livres, & qu'en E on en poſe un autre qui ſoit multiple de 7 ſuivant le nombre des parties de D G, qui ſera 21 produit de 7 par 3.

Il eſt certain par les démonſtrations de la premiere par-



tie de cette propoſition, que les poids de 21 livre en E, & de 7 livres en D ſeront en équilibre ſur le levier E D poſé ſur ſon appui G, & que cet appui ſera chargé de 28 livres, qui eſt la ſomme des poids. Car ces deux poids ont entre-eux la même raiſon que celle des parties du levier. Ce levier E D étant donc ainſi chargé, & étant appuyé ſur le point G du levier A G, ſera le même effort en ce point, que ſi le poids de 28 livres y étoit appliqué.

Maintenant ſi l'on joint la partie E G du levier E D, avec la partie B G du levier A G, & qu'on arrête le point E avec le point B, comme on a fait cy-devant, ces deux leviers ainſi joints enſemble n'en feront plus qu'un ſeul A B C, dont l'extremité A ſera chargée d'un poids de 4 livres, & l'extremité C d'un poids de 7 livres : & l'extre-

mité E du levier E D étant alors arrêtée en B, fera un effort de 28. livres en G, ce qui eſt neceſſaire pour ſoutenir le poids de 4 livres en A. Mais le même poids de 7 livres en C, qui fait l'effort de 28 en G pour l'abbaiſſer, fait auſſi à même tems un effort de 21 livres pour relever le point B. Il eſt donc évident qu'il ne faudra plus à la puiſſance B que 11 livres pour ſoutenir tout ce levier; car il lui falloit auparavant 32 livres, & le ſeul poids de 7 livres appliqué à l'extremité C du levier B G C, en s'appuyant en G avec un effort de 28 livres, a ſoulagé ou relevé le point B de 21 livres; c'eſt pourquoi il ne reſte plus pour B que 11 livres.

Il eſt donc évident que le levier A C étant chargé à ſon extremité A de 4 livres, & à ſon extremité C de 7 livres, demeurera en équilibre ſur l'appui B, qui le diviſe dans la raiſon des poids, mais dans une diſpoſition réciproque, & que cet appui ſera chargé de la ſomme des deux poids qui eſt de 11. livres; & c'eſt enfin ce qu'il falloit démontrer.

Conſéquence.

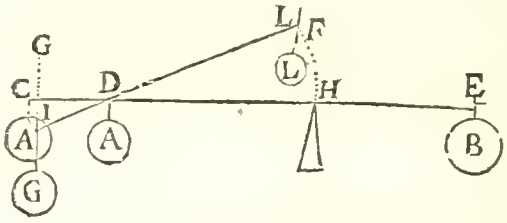
Il ſuit de cette démonſtration, que ſi l'on conſidere deux poids tels que nous les avons ſuppoſés & qui ſoient placés aux extrémités d'un levier, & joints enſemble par le levier, comme un ſeul corps peſant, le point d'appui de ce levier ſera ſon centre de gravité, & l'on pourra ſuppoſer que ce point pèſe autant que tout le corps ou que les deux poids enſemble.

LEMME.

SOIT *le levier C E poſé ſur l'appui H, & chargé de deux poids A & B à ſes extrémités : Je dis que le poids A*

ſuſpendu en C, fait plus d'effort ſur le poids B ſuſpendu en E, que ſi ce poids A étoit ſuſpendu plus proche de l'appui H, comme en D.

Si cela n'eſt pas ainſi, & qu'il ſoit poſſible que le poids A ſuſpendu en D faſſe autant ou plus d'effort ſur le poids B ſuſpendu en E, que ce même poids A ſuſpendu en C; ſoit appliqué le levier I F dans le plan perpendiculaire à la direction des poids, & qui faſſe quel angle on voudra avec C H, lequel paſſe par le point D, & qui ait ſes bras D I, D F égaux aux lignes D C, D H; ſi ce levier I D F eſt arrêté en I & en F à ſes extrémités par deux puiſſances H L, & que ce levier faſſe au point D le même effet que le poids A y faiſoit auparavant; il eſt évident que la puiſſance G ne ſera pas chargée toute ſeule de l'effort du poids A, mais qu'elle n'en portera qu'une partie, puiſque la puiſſance L lui aide auſſi à en porter une partie.



Maintenant ſi le point F eſt poſé en H, le point I ſe trouvera en C, puiſque ce levier ſera joint à la ligne CH, & les poids demeureront encore dans l'état qu'ils étoient auparavant: c'eſt-à-dire que ſi le poids A ſuſpendu en D faiſoit équilibre avec le poids B ſuſpendu en E, auſſi une puiſſance ou un poids G, moindre que le poids A, lequel eſt appliqué en I, & qui ſera joint pour lors au point C, ſera encore équilibre avec le poids B. Mais par l'hypothéſe le poids A ſuſpendu en C ne fait qu'autant ou même moins que le même poids A ſuſpendu en D: donc le poids G moindre que A, & ſuſpendu au point C, ſera autant ou plus d'effort que ce même poids A ſuſpendu au même

point C, puiſqu'il en fait autant que le poids A ſuſpendu en D, ce qui eſt une abſurdité manifeſte, puiſque le poids G plus petit que le poids A, & ſuſpendu au même point C de la balance, ne ſçauroit faire ſur cette balance un effort égal, ni plus grand que celui de ce même poids A; il n'eſt donc pas vray que le poids A ſuſpendu en D puiſſe faire ſur la balance un effort égal ni plus grand que celui de ce même poids A ſuſpendu en C.

Cette propoſition a été miſe en axiome par quelques Geométres, mais d'autres l'ont ſuppoſée ſans en rien dire; cependant ce n'eſt pas une choſe ſi claire qu'elle puiſſe être reçûë ſans difficulté, & l'on ne pourroit tout au plus la ſuppoſer que comme un principe d'experience.

PROPOSITION IV.

IL *faut démontrer maintenant la même choſe que dans la propoſition précedente, quelque rapport que les poids puiſſent avoir entr'eux.*

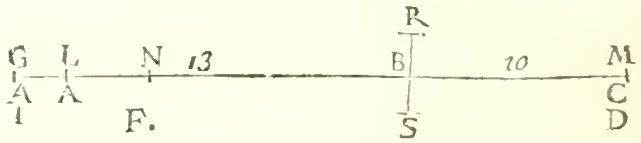
Je dis encore que ſi la longueur du levier eſt diviſée en même raiſon que les poids, mais dans une diſpoſition réciproque des parties & des poids, & que ce levier ſoit placé dans ce point de diviſion ſur ſon appui, les poids demeureront en équilibre.

Soit le levier L M (*Figure ſuivant.*) qui porte à ſes extrémités les poids A & C, dont les directions ſont perpendiculaires au levier; ſi l'on diviſe ce levier au point B, enſorte qu'il y ait même raiſon de BL à BM, que du poids C au poids A: je dis que ce levier étant poſé ſur ſon appui au point B, il y aura équilibre entre les poids A & C.

S'il n'y a pas équilibre entre ces poids, l'un emportera l'autre; par exemple, que le poids A emporte le poids C. Soit donc ajouté au poids C un autre poids D, en ſorte que ces deux poids enſemble C D faſſent équilibre, s'il eſt poſſible, avec le ſeul poids A.

Qu'on diviſe maintenant le poids A en autant de parties égales entr'elles qu'il en faudra pour faire qu'un certain nombre de ces parties ſoit plus grand que C, & plus petit que C joint avec D, ce qui eſt toujours poſſible, & que cette partie de A ſoit par exemple un dixiéme qui ſoit le poids F, il y aura donc juſtement 10 poids F dans le poids A; mais que 13 poids F ſoient enſemble plus grands que le poids C, mais plus petits que le poids C joint au poids D.

Aïant diviſé B M en autant de parties égales entr'elles qu'il y a de parties ou de petits poids F dans le poids A qui ſera icy en 10, il eſt évident que B L ne contiendra pas 13 de ces parties. Car puiſqu'il y a même raiſon de A à C, que de B M à B L, 13 dixiémes parties de B M doivent



être plus grandes que B L, puiſque 13 dixiémes parties du poids A ſont plus grandes que le poids C. Ainſi ces 13 dixiémes parties de B M tomberont en G ſur le levier au-delà de A, en commençant à B.

Mais par la precédente propoſition il eſt certain qu'un poids égal à 13 F placé à l'extrémité M du levier, demeurera en équilibre avec le poids A égal à 10 F placé en G. Et par la conſtruction 13 poids F ſont plus petits que le poids C joint au poids D : donc le poids A placé en G fera équilibre avec un poids moindre que C joint avec D. Il faudra donc ajouter au poids à A placé en G, un autre poids, comme I, pour faire équilibre avec le poids C plus D.

Il s'enſuit donc de-là que le ſeul poids A placé en L, qui faiſoit équilibre avec les poids enſemble C & D placés en M,

M, ne le peut plus faire qu'avec le ſecours du poids I, quand il eſt plus éloigné de l'hypomochlion ou appui B, ce qui ne peut pas être par le Lemme précedent, puiſqu'au lieu d'avoir un plus grand effort ſur les poids enſemble C & D, il en a un moindre.

Il eſt donc vray que le poids A placé en L ſera équilibre avec le poids C placé en M, quand le point d'appui du levier le diviſe dans la raiſon des poids, mais réciproquement; ce qu'il falloit démontrer.

Je dis de plus que l'appui B eſt chargé de la ſomme des deux poids A & C.

Si nous ſuppoſons que les poids A & C ſont réünis dans les ſeuls points L & M de leurs lignes de direction, on pourra les conſiderer comme ne faiſant qu'un ſeul corps par le moïen de la ligne L M qui eſt le levier, & qui les joint tous deux. Mais ce corps eſt ſoutenu en équilibre ſur le point B, comme nous venons de le démontrer, enſorte que le point B ſoutient toute ſa peſanteur abſoluë, comme s'il étoit réüni dans ce ſeul point qui eſt ſon centre de gravité.

Quoique cette propoſition ne puiſſe pas recevoir de difficulté, ſur tout après avoir démontré qu'elle eſt toujours véritable quand les poids ſont entr'eux comme nombre à nombre, quelque grand que puiſſe être le nombre de leurs parties; car ſi l'on prend dans les poids des parties égales & indéfiniment petites, on pourra conſidérer leur rapport comme de nombre à nombre. Cependant voicy encore une maniere particuliere pour la démontrer.

Je conſidere le levier L M compoſé de deux leviers qui ſont d'abord ſéparés, dont le premier eſt N M, & ſes deux parties B M, B N ſont égales entr'elles, & ſon appui eſt en B. L'autre eſt L N B, dont l'appui eſt en N. Il eſt évident par ce qui a été démontré cy-devant, que ſi le poids C eſt attaché à l'extrémité M du levier N B M, & qu'au

point N il y en ait un autre qui ſoit égal à C, l'appui S appliqué en B ſera chargé de la ſomme de ces deux poids, c'eſt-à-dire du double de C. Maintenant ſi à l'extremité L du levier LNB on applique le poids A, & qu'on retienne l'extrémité B avec la puiſſance R qui la pouſſe vers le bas pendant qu'une puiſſance pouſſe ce levier vers le haut par le point N; & ſi cette puiſſance eſt égale au poids C, le poids A fera autant d'effort pour faire deſcendre l'endroit N du levier, que le poids C en fait pour le faire monter: ainſi ces deux leviers appliquez l'un ſur l'autre ſeront en équilibre avec leurs poids A & C. Mais nous avons démontré que ces deux poids ſont en équilibre, il faut donc que le poids A appliqué à ſon levier LNB, & retenu en B, faſſe au point N un effort égal au poids C; car s'il le faiſoit ou plus grand ou plus petit, il le feroit deſcendre en deſcendant avec lui, ou bien il lui céderoit, & il ſeroit obligé de monter.

Puiſqu'ils ſont donc en équilibre, il n'eſt plus queſtion que de déterminer les puiſſances qui retiennent le point B commun à ces deux leviers. Premierement le point B du levier MN eſt pouſſé vers le bas par l'effort du poids C, avec un effort S double de celui du poids C; mais au contraire ce même point B eſt pouſſé vers le haut par l'effort du poids A, avec un effort R qui eſt au ſien, comme BN à LN, par ce qui a été démontré cy-devant; car la puiſſance R qui retient le point B, en le pouſſant enbas eſt au poids A ſur le levier LNB, comme LN à BN.

Enfin ſi l'on imagine que les points B de chacun de ces deux leviers ſont joints enſemble, les deux efforts qui s'y font agiront auſſi enſemble, c'eſt-à-dire que l'effort S double de C ſera ſoulagé de l'effort R. Mais par la conſtruction NB eſt à NL, comme A eſt à R, & en compoſant NB plus NL, ce qui eſt égal à LB, ſera à NB, comme A plus R eſt à A; & en raiſon alterne NB, ou MB

ſon égale eſt à A, comme L B à A, plus R ; mais auſſi par ce qui a été démontré du rapport des deux poids A & C aux parties du levier C B, L B, réciproquement priſes, on a M B à A, comme L B à C.

Il s'enſuit donc que C eſt égal à A plus R.

Maintenant ſi à chacune de ces parties égales on ajoute C, & qu'on en ôte R, on aura 2 C moins R égaux à A plus C.

Il eſt donc évident que le point B du levier aura la charge des poids A & C joints enſemble, puiſqu'il avoit celle de deux C moins R ; & c'eſt enfin ce qu'il falloit démontrer.

Conſéquence.

Il s'enſuit de cette démonſtration, que l'augmentation de l'effort des puiſſances que peut acquerir un levier, ne lui vient que de l'appui : car ſi une livre à l'extremité d'un levier en ſoutient 100 à l'autre extrémité, ce n'eſt que parce que l'appui en ſoutient 99, comme on l'a pû voir clairement dans les démonſtrations précédentes.

PROPOSITION V.

S'IL y a trois puiſſances appliquées à un levier avec des directions qui lui ſoient perpendiculaires, & que deux de ces puiſſances ſoient en équilibre entr'elles, & qu'elles ſoient ſoutenues par la troiſiéme qui doit être neceſſairement entre deux, & qui leur eſt égale à toutes deux enſemble par les deux dernieres propoſitions.

Je dis qu'on peut toujours ſuppoſer un poids & un appui à la place de deux de ces puiſſances, ſans qu'il arrive aucun changement à l'équilibre, & c'eſt ce qui comprend les trois genres de leviers ordinaires.

Cette propoſition eſt évidente par ce qui a été démontré dans les deux dernieres propoſitions ; car on pourra

toujours ſubſtituer une puiſſance à la place d'un poids quand elle fera le même effort pour tirer ou pouſſer le levier, puiſque l'effort des puiſſances peut être toujours meſuré par des poids, & celui des poids par des puiſſances; & à la place de l'appui, une autre puiſſance qui agit en ſens contraire. Ainſi il n'importe point que l'appui ſoit entre la puiſſance & le poids, ou à l'une des extrémités du levier, & que la puiſſance ou le poids ſoit au milieu; ce qui fait les trois genres du levier droit.

PROPOSITION VI.

SI deux poids ou deux puiſſances, ou bien une puiſſance & un poids ſont appliqués à un levier qui eſt ſoutenu ſur ſon appui, & qu'il y ait équilibre les directions étant perpendiculaires au levier.

Je dis que les momens ſeront égaux.

Nous avons vû dans la troiſiéme & quatriéme propoſition qu'un poids comme A augmente ſon effort ſur un poids comme B quand ils ſont tous deux appliquez au levier D C qui eſt poſé ſur l'hypomochlion H, dans la proportion de ſon éloignement à cet hypomochlion.

Car ſi le poids A eſt placé en E, la diſtance H E depuis l'hypomochlion étant égale à H C où eſt appliqué le poids B, l'effort du poids A ſera le même que l'effort du poids B, ſi ils ſont égaux: mais ce même poids A étant tranſporté en F, HF étant double de HE, il aura un effort double de celui qu'il avoit en E, puiſqu'il peut ſoutenir en C un poids double de B qu'il ſoutenoit auparavant. Et de même ſi ce poids A eſt en G ou en D, les diſtances FG, GD étant chacune égale à HE, il ſoutiendra en C un poids triple ou quadruple de

celui qu'il ſoutenoit auparavant ; ainſi ſon effort en G ſera triple de celui qu'il avoit en E, & en D il ſera quadruple, car HG eſt triple de HE, & HD en eſt quadruple. Ce que je viens de dire de l'effort augmenté du double, du triple ou du quadruple, ſe doit entendre de même de toute autre proportion, puiſque par la Propoſition IV. il y aura toujours même rapport entre la diſtance HC ou HE, & quelqu'autre diſtance comme H R, qu'entre le poids A placé en R, & le poids B placé en C.

Mais par la définition quatriéme le produit du poids A appliqué en R par la diſtance HR qui meſure ſon effort, ſera le moment du poids A dans cette poſition ſur le levier ; & ſemblablement le produit du poids B par ſa diſtance H C qui meſure auſſi ſon effort, ſera le moment du poids B. Mais puiſque dans le cas de l'équilibre il y a même raiſon de HC à HR, que du poids A au poids B, auſſi le produit de H R par A ſera égal au produit de HC par B ; ce qu'il falloit démontrer.

Conſéquence.

Il s'enſuit de ce qu'on vient de démontrer, que le poids ou la puiſſance qui aura un plus grand moment qu'un autre poids ou puiſſance, l'emportera ; & qu'au contraire celui qui en aura un moindre ſera emporté. Car puiſque les momens ſont égaux dans le cas de l'équilibre, le moment ſera augmenté par addition de poids, ou augmentation d'effort. Mais ſi le poids eſt plus grand, il emportera néceſſairement l'autre ; ſi l'effort eſt plus grand, il ſera plus éloigné de l'appui qu'il n'étoit auparavant, & par conſéquent il emportera encore l'autre. Mais ſi le moment eſt moindre il arrivera le contraire, comme il eſt évident.

PROPOSITION VII.

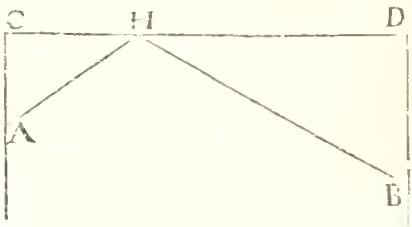
UNE *puiſſance peut augmenter ſon effort à l'infini, ſans augmenter ſa charge ſur l'appui.*

Cette propoſition n'eſt qu'une conſéquence des précédentes. Car puiſque l'effort d'une puiſſance dépend de la diſtance entre l'appui & l'endroit où elle eſt appliquée ſur le levier, il eſt évident que l'effort augmentera à proportion que cette diſtance ſera plus grande, mais elle ne ſera pas pour cela plus de charge ſur l'appui, puiſque par la troiſiéme ou quatriéme propoſition l'appui ne ſera pas chargé de l'effort des puiſſances ou poids, ce qui eſt la puiſſance ou la peſanteur relative, mais ſeulement de leur puiſſance ou peſanteur abſoluë.

PROPOSITION VIII.

SOIT *un levier angulaire A H B qui eſt chargé à ſes extrémités de deux poids A B, dont les directions A C, B D ſont paralleles entr'elles : Je dis qu'on peut réduire ce levier angulaire à un levier droit, ſans changer les poids ni leur direction.*

Par le ſommet H de l'angle AHB du levier, ayant mené la ligne droite C H D perpendiculaire aux directions paralleles A C, B D; Je dis que cette ligne CH ſera le levier droit auquel ſe réduit le levier angulaire AHB.



Si l'on conçoit quil y a un plan qui paſſe par les lignes de direction AC, BD, il paſſera auſſi par l'angle H du levier; & par la troiſiéme ſuppoſition, en quelque endroit que ſoit le poids

A dans ſa ligne de direction AC ſur le plan ACBD il y peſera également, c'eſt-à-dire qu'il y ſera toujours le même effort : on peut donc le ſuppoſer au point C, auſſi-bien qu'au point A. Il en ſera de même du poids B, qu'on peut auſſi ſuppoſer en D dans ſa ligne de direction BD, & qui ſera le même effort par rapport à ſa diſtance de l'hypomochlion H. Mais ces deux poids A & B étant placés en C & en D, feront équilibre entr'eux ſur le levier droit, comme ils le faiſoient auparavant en A & en B ſur le levier angulaire AHB. On a donc réduit le levier angulaire au levier droit, ſans changer les poids ni leur direction.

PROPOSITION. IX.

JE dis qu'on ne doit pas meſurer l'effort des poids ou des puiſſances par la longueur des bras du levier où ils ſont appliqués : mais ſeulement par les perpendiculaires menées du point d'appui du levier ſur les directions des poids.

Par les propoſitions troiſiéme & quatriéme, il eſt évident qu'il y aura équilibre entre des puiſſances ou des poids appliqués ſur le levier droit CD aux points CD ſi ces poids ſont entr'eux réciproque des longueurs des bras HD, HC. Mais par la propoſition précédente, les poids appliqués en A & en B en quel endroit on voudra de leurs lignes de direction, AC, BD doivent être conſiderés comme s'ils étoient placés aux extrémités CD du levier droit ; c'eſt pourquoi l'effort de ces poids ſe doit ſeulement meſurer par la longueur des lignes HC, HD, qui ſont les plus courtes qu'on puiſſe mener de l'appui H aux lignes de direction, puiſqu'elles leur ſont perpendiculaires, & non pas par celle de HA, HB qui peuvent avoir entr'elles des rapports très-differens de HC à HD.

Remarque.

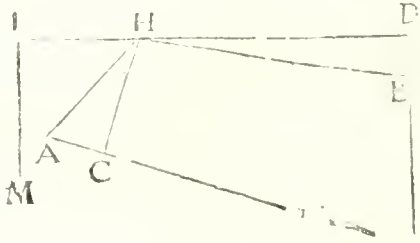
Si les triangles HAC, HBD étoient ſemblables, on pourroit auſſi meſurer l'effort des poids A & B par la

longueur des lignes HA, HB, ce qui eſt évident puiſqu'elles auroient entr'elles le même rapport que HC & HD.

PROPOSITION X.

SI *les directions des puiſſances ou des poids appliqués à un levier angulaire ne ſont pas paralleles entr'elles, ce levier angulaire ſe réduit à un autre angulaire dans lequel l'effort des puiſſances eſt meſuré par les longueurs des bras de ce levier réduit, ſans changer les poids ni leur direction.*

Soit le levier angulaire AHB, aux extrémités duquel ſont appliqués les poids ou puiſſances AB, avec les directions AC, BD qui ne ſont pas paralleles entr'elles. De l'appui H aïant mené les perpendiculaires HC, HD ſur les lignes de direction AC, BD; je dis que le levier angulaire AHB eſt réduit à un autre angulaire CHD, dont les bras HC, HD meſurent l'effort des poids AB pour faire équilibre.



Par la neuviéme propoſition, il eſt évident que l'effort de la puiſſance A appliquée en A au levier AHB avec la direction AC, doit être meſuré par la ligne droite HC perpendiculaire à la direction. De même l'effort de la puiſſance B avec la direction BD doit être meſuré par la ligne HD perpendiculaire à BD. Mais ſi l'on ſuppoſe que CAIDB ſoit un plan qui puiſſe mouvoir ſur le point H, il eſt évident que la puiſſance A étant conſiderée comme appliquée en C avec tout l'effort dont elle eſt capable, tend à faire tourner ce plan autour du point H, de même que ſi elle étoit appliquée en tout autre point de ce plan, comme I, lequel ſeroit auſſi éloigné

éloigné de H que le point C ; & par conſéquent ſi DH eſt prolongé en I, & que HI ſoit égale à HC, la puiſſance A étant appliquée avec une direction IM perpendiculaire à IHD, fera autant d'effort à mouvoir le poids B appliqué ſur ce plan, que ſi elle étoit en C : mais auſſi la puiſſance B en fera autant en D qu'en B, puiſque D eſt ſur ſa ligne de direction DB. Si les poids ou les puiſſances A & B ſont donc entr'elles en même raiſon réciproque que les bras HD, HC du levier angulaire, elles ſeront en équilibre par la troiſiéme & quatriéme propoſition : ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XI.

UN levier angulaire avec des puiſſances appliquées par des directions perpendiculaires à ſes bras, ſe réduit à un levier droit ſans changer la longueur des bras ni les puiſſances.

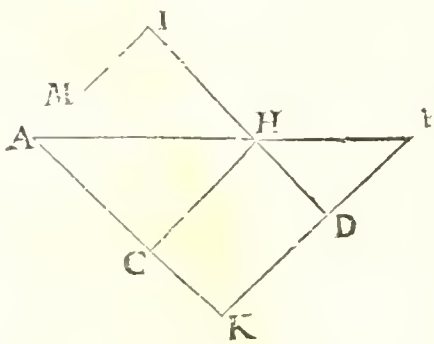
Cette propoſition ſuit de la précédente. Car nous avons vû que le levier angulaire CHB, dont les directions des puiſſances ſont perpendiculaires aux bras du levier, ſe réduit à un levier droit IHD ſans changer la longueur des bras, puiſque IH eſt égal à CH, ni les puiſſances, & qu'il y aura équilibre ſur ce levier droit entre les mêmes puiſſances que celles qui étoient appliquées ſur le levier oblique CHD, les directions de ces puiſſances étant perpendiculaires à leurs bras dans ces deux leviers.

PROPOSITION XII.

UN levier droit avec des directions obliques & differemment inclinées ſe réduit à un levier angulaire ſans changer

les directions ni les puiſſances, & enfin à un levier droit en changeant une des directions des puiſſances.

Le levier droit AHB, dont les puiſſances en A & en B ont leurs directions AC, BD differemment inclinées au levier, ſe peut réduire à un levier angulaire CHD, ſans changer les directions ni les puiſſances par la dixiéme propoſition, car il n'importe pas que le levier propoſé ſoit droit ou angulaire, pourvû que les bras du levier qui meſurent l'effort des puiſſances, ſoient les perpendiculaires HC, HD ſur les directions. Mais par la précédente propoſition ce levier angulaire réduit à CHD, peut encore ſe réduire au levier droit IHD, en changeant ſeulement une des directions, qui eſt AC en IM, & la longeur des bras HC, HI demeurera la même; enſorte que s'il y avoit équilibre entre les puiſſances A & B appliquées au levier droit AB, avec les directions obliques AC, BD, ces puiſſances doivent être entr'elles comme les lignes HD, HI réciproquement priſes, puiſque ces mêmes puiſſances étant appliquées au levier droit IHD avec des directions qui lui ſoient perpendiculaires, demeureront en équilibre.



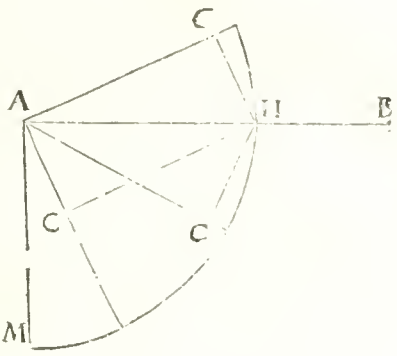
PROPOSITION XIII.

LES *differens efforts d'une puiſſance appliquée à un même point du bras d'un levier ſuivant differentes directions, ſont entr'eux comme les ſinus des angles que font les directions avec le bras du levier.*

Soit le levier AHB, & qu'une puiſſance A ſoit

appliquée au bras du levier HA, ſuivant differentes directions AM, AC, AC.

Par la neuviéme propoſition, l'effort du poids ou de la puiſſance A appliquée au levier ſuivant differentes directions, ſe doit meſurer par les perpendiculaires HC menées du point d'appui H du levier ſur les directions. Mais ſi du centre A, & pour rayon AH, on décrit le cercle MH, toutes les lignes HC ſeront les ſinus droits des angles HAC des directions avec le levier ; ces ſinus ſeront donc entr'eux comme les perpendiculaires qui meſurent l'effort de la puiſſance ſuivant ſes differentes directions ; ce qu'il falloit démontrer.



Conſéquence.

Il eſt auſſi évident que la direction perpendiculaire AM a le plus grand effort de toutes les directions poſſibles, puiſqu'elle a pour ſinus le rayon même qui eſt le plus grand de tous les ſinus, & c'eſt cet effort qu'on doit regarder comme celui de la puiſſance abſoluë.

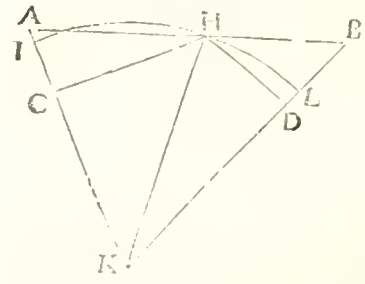
PROPOSITION XIV.

LES *extrémités AB d'un levier ou droit ou angulaire étant tirées par des puiſſances dont les directions AK, BK concourent entr'elles au point K :*

Je dit que pour faire équilibre entre ces puiſſances, il faut qu'elles ſoient l'une à l'autre réciproquement, comme

les ſinus des angles que ſont les directions avec la ligne KH menée du concours K des directions à l'appui H.

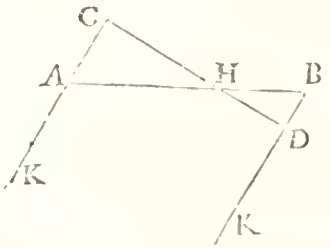
De l'appui H ayant mené les lignes HC, HD perpendiculaires ſur les directions AK, BK, par la neuviéme propoſition l'effort des puiſſances doit être meſurée par les perpendiculaires HC, HD ; mais par la douziéme propoſition ce levier ſe réduit à un levier droit, ce qui montre qu'il y aura équilibre entre les puiſſances appliquées en



A & en B, ſi elles ſont entre-elles comme les perpendiculaires HD, HC menées à leurs lignes de direction & priſes réciproquement. Mais ſi du centre K & pour rayon KH on décrit un cercle, il eſt évident que HC ſera le ſinus de l'angle AKH ; & ſemblablement HD le ſinus de l'angle BKH, donc pour faire équilibre les puiſſances doivent être comme les ſinus réciproquement pris des angles faits par les directions & par la ligne menée du concours K des directions, au point d'appui H.

Conſéquence.

Il s'enſuit de cette démonſtration, que ſi les directions étoient paralleles entr'elles, & perpendiculaires aux bras du levier, ces ſinus ſeroient les mêmes bras du levier ; & enfin ſi ces directions paralleles étoient inclinées aux bras du levier, une même ligne CHD perpendiculaire aux directions AK, BK donneroit le même rapport que ces ſinus, dont le ſommet de l'angle ſeroit à diſtance infinie, à cauſe



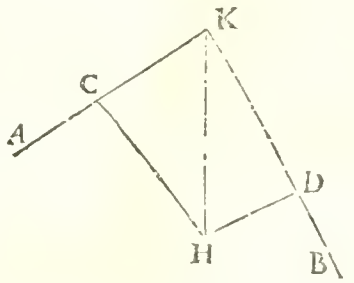
des directions paralleles, & ces lignes HC, HD qui meſurent l'effort réciproque des puiſſances, ſeroient entre-elles dans ce cas comme les bras HA, HB du levier, à cauſe des triangles ſemblables & rectangles HCA, HDB.

PROPOSITION XV.

SI une verge roide HK eſt appuyée au point H, & qu'elle ſoit tirée à ſon extrémité K par deux puiſſances A & B, ſelon telles directions qu'on voudra KA, KB:

Je dis que pour faire équilibre entre ces puiſſances, il faut qu'elles ſoient entr'elles comme les perpendiculaires réciproquement priſes HC, HD menées de l'appui H ſur les directions des puiſſances.

Il ſemble d'abord que cette maniere d'appliquer deux puiſſances pour agir l'une contre l'autre, ſoit fort differente du levier; cependant il eſt fort facile de faire voir que ce n'eſt qu'un levier dont les deux bras ſont joints enſemble; & qu'on peut les ſeparer en les réduiſant ſuivant les propoſitions précédentes.



Car ſi de l'appui H on mene les perpendiculaires HC, HD ſur les directions AK, BK, il eſt évident qu'on pourra alors conſidérer ces deux perpendiculaires HC, HD qui font un angle en H, comme les bras d'un levier angulaire, aux extrémités duquel C & D les puiſſances A & B ſont appliquées avec des directions perpendiculaires, puiſque les puiſſances peuvent être conſiderées comme étant appliquées dans quelqu'endroit que ce ſoit de leur ligne de direction; par la troiſiéme ſuppoſition, le levier double HK où la ſeule

verge HK ſera donc réduite à un levier angulaire, enſorte que les puiſſances y feront le même effort ſans changer leurs directions ; & comme ce levier angulaire peut être réduit à un levier droit en changeant une des directions ſans changer la puiſſance ni la longueur du bras, il y aura équilibre entre les puiſſances ſi elles ſont entr'elles comme les perpendiculaires HC, HD priſes réciproquequement; ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XVI.

LA propoſition précédente nous fournit une maniere de réduire toutes ſortes de leviers à une eſpece de levier qui n'a qu'un bras, où dont les deux bras ſont joints enſemble, lorſque les directions des puiſſances qui ſont appliquées au levier ne ſont pas paralleles.

Soit le levier droit ou angulaire CHD, car il n'importe pas, & dont les directions ſoient perpendiculaires aux bras du levier, ce qu'on peut tonjours ſuppoſer, puiſque toutes ſortes de leviers ſe peuvent réduire à celui-cy, comme on a vû par les propoſitions précédentes. Mais comme il n'importe pas que les puiſſances agiſſent en tirant ou en pouſſant, leur effort ſur les bras du levier ſera toujours le même, ſuivant les mêmes directions. Ce que nous diſons des puiſſances qui tirent ſe peut entendre de même de celles qui pouſſent ; & ce ſera auſſi la même choſe, ſoit que ces puiſſances s'écartent en tirant ou en pouſſant, ſoit qu'elles concourent.

Si l'on conçoit donc que les directions AC, BD des puiſſances ſoient prolongées juſqu'à ce qu'elles concourent en K, il eſt évident qu'on pourra ſuppoſer que le levier CHD ſera réduit à un levier dont les deux bras étant joints enſemble ſont la verge HK, & que s'il y avoit équilibre entre les puiſſances A & B appliquées aux extrémi-

tés C & D du levier CHD, il y aura auſſi équilibre entre ces mêmes puiſſances appliquées ſuivant les mêmes directions aux extremités du levier double KHK, ou bien ce qui eſt la même choſe, à l'extrémité K de la verge HK.

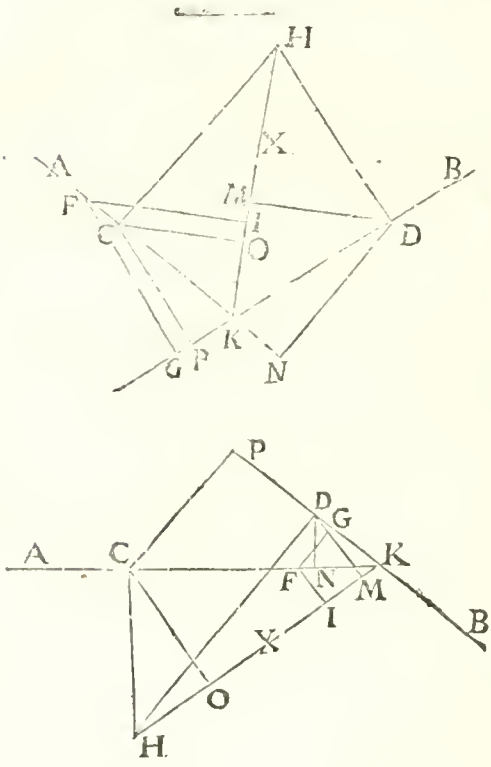
PROPOSITION XVII.

JUSQU'A *préſent nous avons éxaminé les accidens des leviers angulaires, dont les extrémités ſont mûes par des puiſſances qui ſont équilibre entr'elles, & dont les directions concourent. Maintenant il faut voir quelle doit être la puiſſance qui doit ſoutenir ces deux autres, c'eſt-à-dire celle qu'on doit appliquer à l'angle pour les ſoutenir toutes deux, & quelle doit être la direction de cette puiſſance.*

Dans la troiſiéme & quatriéme propoſition on a démontré que l'appui étoit chargé ſeulement de la peſanteur abſoluë des deux poids qui ſont aux extrémités du levier; mais ce n'eſt que dans le cas des directions perpendiculaires au levier droit, & où la puiſſance qui ſoutient, doit auſſi avoir ſa direction parallele aux autres. Ce n'eſt pas la même choſe dans ce cas-cy où les directions concourent; car une partie de l'effort abſolu des puiſſances appliquées avec ces directions, ſe détruit par l'oppoſition des directions, & les puiſſances perdent d'autant plus de leur effort, que les directions ſe trouvent plus directement oppoſées l'une à l'autre.

Que le levier propoſé tel qu'on voudra ſoit réduit au levier angulaire CHD (*Fig. ſuivant.*) lequel ait ſes bras HC, HD perpendiculaires aux directions CK, DK des puiſſances A & B, ce qui ſe peut toujours faire à cauſe que les directions CK DK des puiſſances A & B concourent en K.

Par la propoſition précédente on peut auſſi réduire ce levier à un autre HK, dont les deux bras ſoient joints enſemble ſans qu'il arrive aucun changement ni aux puiſſances ni à leurs directions pour faire l'équilibre. Mais ce levier étant appuié en H, fait connoître que dans l'équilibre des deux puiſſances A & B par les directions KC, KD, le levier ou la verge HK les ſoutient dans cet état, enſorte qu'elle tient la place de la direction de la puiſſance qui ſoutiendroit le point K, ou l'effort des deux puiſſances. Ainſi les deux puiſſances A & B agiſſant avec des directions CK, DK ſur quel levier on voudra qui ait ſon apui en H, il s'enſuit que cet appui H doit être ſoutenu par une puiſſance dont la direction ſera la ligne droite menée du point d'apui H au point K de concours des directions des puiſſances A & B.



Maintenant puiſque les deux puiſſances A & B tirent ou pouſſent les bras du levir HC, HD, ſuivant les directions CK, DK, & que ces deux puiſſances avec celle qui les ſoutient que j'appelle X, & qui a ſa direction HK, ſont en équilibre entr'elles toutes trois, on pourra ſans changer leurs

leurs directions former un autre levier, auquel étant appliquées elles doivent encore demeurer en équilibre, puiſqu'il n'y aura rien de changé ni dans les puiſſances ni dans leurs directions, mais ſeulement dans les bras d'un levier qu'on peut toujours ſuppoſer tels qu'on voudra, pourveu que ce levier ait ſes trois points où les trois puiſſances ſont appliquées dans leur ligne de direction : car ſuivant la ſuppoſition troiſiéme, les puiſſances agiſſent également dans tous les points de leur ligne de direction, & ces trois directions ſont toujours dans un même plan.

Soit donc pris le point D dans l'une des directions comme KD pour le point d'appui d'un nouveau levier dont les bras ſoient DM, DN, qui ſont les perpendiculaires menées du point d'appui D aux directions des puiſſances X & A ; il faut donc par les propoſitions précédentes dans cet état d'équilibre des trois puiſſances, qu'il y ait même raiſon de la puiſſance A à la puiſſance X, que du bras du levier DM à DN, puiſque ces bras ſont perpendiculaires aux directions, & qu'ils ſont pris dans un ordre réciproque à celui des puiſſances. Ainſi on connoîtra le rapport de la puiſſance A la puiſſance X que l'on cherchoit.

On trouvera, ſi l'on veut, de la même maniere le rapport de l'autre puiſſance B à la puiſſance X, en prenant le point C pour appui d'un levier, dont les bras ſeront CO, CP perpendiculaires ſur les directions de ces puiſſances ; car dans l'état d'équilibre où elles ſont poſées il doit y avoir même raiſon de la puiſſance B à la puiſſance X, que du bras CO au bras CP ; ce qu'il falloit trouver.

Il s'enſuit donc que ſi l'on veut connoître le rapport de la puiſſance A à la puiſſance B, par la raiſon compoſée des deux raiſons que nous venons de trouver ; nous dirons que la puiſſance A eſt à la puiſſance B dans la raiſon de la puiſſance A à la puiſſance X, & dans celle de la puiſſance X à la puiſſance B : ou bien ce qui eſt la même choſe, de

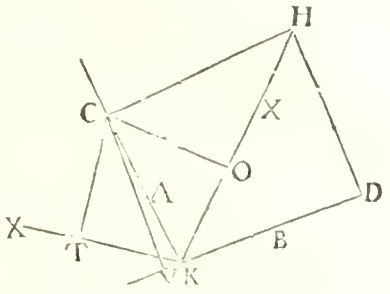
la raiſon de DM à DN, & de celle de CP à CO, comme on les a déterminées. Mais ſi ſur la ligne KC on prend KF égale à KD, & qu'on mene FG parallele à CP, & FI parallele à CO, il eſt évident à cauſe des triangles ſemblables, qu'il y aura même raiſon de FG à FI, que de CP à CO, & par conſéquent la raiſon compoſée de DM à DN, & de CP à CO, ſe réduit à celle de DM à DN, & de FG à FI. Mais auſſi à cauſe des triangles ſemblables & égaux FKG, DKN, on aura FG égale à DN, & par conſéquent la raiſon compoſée de DM à DN, & de FG à FI, ſe réduit à celle de DM à FI, qui eſt auſſi celle de HD à HC, comme elles doivent être pour faire équilibre entr'elles. Car il eſt évident que DM eſt à FI, comme HD à HC, puiſque le triangle rectangle DNK eſt ſemblable au triangle HDK, & que le triangle rectangle FIK eſt ſemblable à HCK, & de plus, que KF eſt égale à KD par la conſtruction, d'où il y aura même raiſon de HD à HK, que de DM à DK, & même raiſon de HK à HC, que de FK, ou bien DK ſon égale à FI, ainſi en raiſon égale DM à FI, comme HD à HC.

PROPOSITION XVIII.

ON peut faire encore une réduction de ce levier angulaire à un autre, ſans changer les angles d'inclinaiſon des directions, ny les puiſſances; & l'on pourra par ce moïen trouver auſſi le rapport de la puiſſance qui ſoutient celles qui ſont appliquées aux extrémités d'un levier angulaire.

Par le concours K des directions des deux puiſſance A, B, ſoit mené KT qui faſſe l'angle CKT égale à l'angle CKH, qui eſt fait par la direction CK & par la ligne droite HK menée de l'appui H au concours K des directions, laquelle ligne HK eſt auſſi la direction de la puiſſance à l'appui, comme je l'ay démontré dans la précédente.

Du point C aïant mené CT perpendiculaire ſur KT, & CV perpendiculaire ſur KD prolongée s'il eſt neceſſaire, on formera le levier angulaire VCT dont l'appui ſera en C, & le concours des directions TK, DK, ou VK, ce qui eſt la même choſe, en K; & la ligne CK la direction de l'appui C. Or il eſt facile à voir que les deux triangles COK, CTK ſont rectangles, égaux & ſemblables; car ils ſont rectangles en O & en T, ils ont l'angle au point K égal, & le côté CK commun; c'eſt pourquoi on trouvera, comme dans la precedente, que le rapport de la puiſſance B à la puiſſance X, ſoit qu'elle ſoit appliquée à la direction HK, ſoit qu'elle le ſoit à KT, ſera comme la perpendiculaire CO ou CT ſon égale, à la perpendiculaire CV.

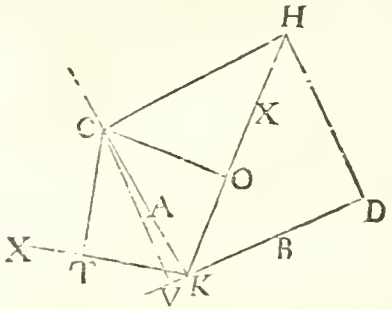


PROPOSITION XIX.

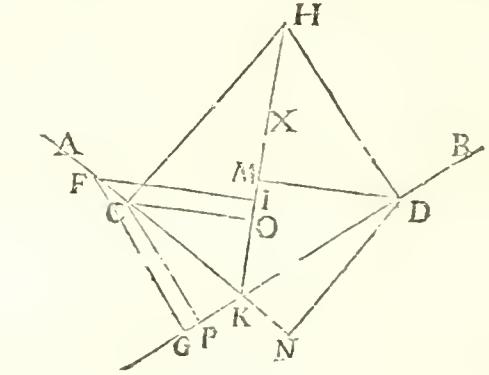
LES *mêmes choſes étant poſées comme dans les deux précédentes; je dis que dans le levier angulaire CHD, la puiſſance A ſera à la puiſſance X comme le ſinus de l'angle DKH fait par les directions des deux puiſſances X & B, ou de ſon ſupplément qui eſt le même, au ſinus de l'angle CKD, ou de ſon ſuplément DKN qui eſt le même, fait de la direction des deux puiſſances A & B; & la puiſſance B ſera à la puiſſance X, comme le ſinus de l'angle CKH au ſinus de l'angle CKD, ou de ſon ſupplément CKP, ou CKV qui eſt le même ſinus.*

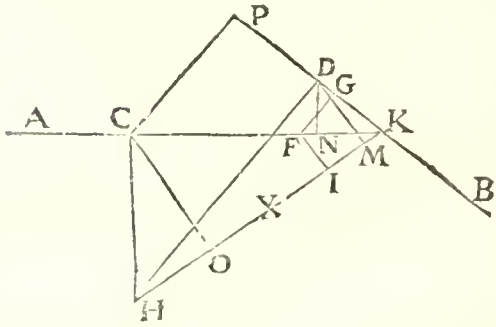
Nous avons vû que la puiſſance A étoit à la puiſſance X, comme DM à DN dans les deux précédentes propo-

ſitions : mais DM & DN ſont les ſinus des angles DKH & CKD, ou DKN, en prenant KD pour raïon commun. De même, la puiſſance B ſera à la puiſſance X, comme CO à CP, qui ſont les ſinus des angles CK & CKD, ou ſon ſupplément CKP : ce qu'il falloit démontrer.



Cette propoſition eſt auſſi évidente par la quatorziéme,





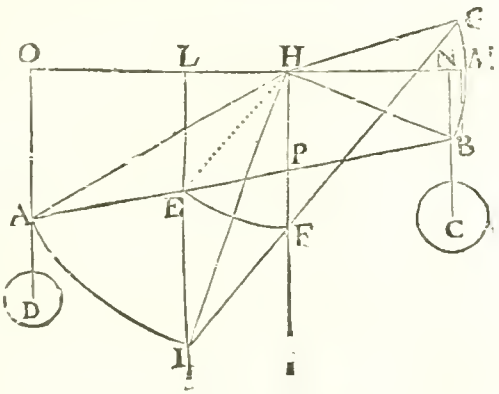
puiſque le levier propoſé eſt réduit à un autre dans lequel la puiſſance X ſe trouve appliquée à l'extrémité du levier.

PROPOSITION XX.

SI deux poids DC ſont appliqués aux extrémités AB d'un levier angulaire AHB, en ſorte que ce levier puiſſe tourner autour de l'hypomochlion H :

Je dis que le levier tournera ſur l'appui H, & qu'il ne s'arrêtera point que le centre de gravité des deux poids ne ſoit placé dans la ligne HF, qui étant parallele aux directions paſſe par l'appui H.

Si les poids DC ſont ſuſpendus aux extrémités AB du levier, ils auront leurs directions paralleles par la ſeconde ſuppoſition. Mais par la troiſiéme on peut les conſidérer comme s'ils étoient appliqués en A & en B aux extrémités du levier.



Maintenant ſi l'on diviſe la ligne droite AB en deux parties en E, en ſorte que AE ſoit à BE en raiſon réciproque des poids D & C, c'eſt-à dire que AE ſoit à BE, comme le poids C au poids D ; je dis que lorſque le point E de la ligne droite AB ſera parvenu dans la ligne HF, en faiſant tourner le levier ſur le point d'appui H, le levier aïant alors la ſituation IHG, il y demeurera, & les poids qui ſont appliqués à ſes extrémités ſeront en équilibre.

Car les lignes de direction de ces poids étant alors IL & GM paralleles à HF, ſi par le point H on mene la ligne LHM perpendiculaire aux directions IL, GM ; il y aura même raiſon de HL à HM, que de FI à FG ; c'eſt pour-

quoi HL ſera à HM, comme le poids C au poids D. Mais les poids C & D qui ſont ſuſpendus en I & en G aux extrémités du levier, peuvent auſſi être ſuppoſés appliqués en tout autre point de leurs lignes de direction, comme en L & en M, ce qui réduit le levier angulaire IHG au levier droit LHM, dont les extrémités ſont chargés de deux poids qui ont leurs lignes de direction perpendiculaires au levier, & qui ſont entr'eux en raiſon réciproque des bras du levier droit; c'eſt pourquoi par la troiſiéme & quatriéme propoſition il y aura équilibre entre les poids C & D, le levier étant ainſi ſuſpendu dans ſa poſition IHG.

Il faut maintenant démontrer qu'il ne peut pas y avoir d'équilibre entre ces poids en quelqu'endroit que le levier ſoit placé hors la poſition IHG, & ſon oppoſée en deſſus, c'eſt-à-dire lorſque le point E de la ligne AB eſt placé dans la ligne FH au deſſus de H, car dans ce cas on démontrera l'équilibre entre les poids de la même maniere qu'on l'a démontré en deſſous.

Soit donc, s'il eſt poſſible, le levier en quelqu'autre ſituation que les deux précédentes, comme en celle de AHB, & qu'il y ait équilibre entre les poids appliqués à ſes extrémités. Par le point H aïant mené la ligne OHN perpendiculaire aux directions des poids, qui ſera auſſi jointe à la ligne LM, à cauſe que les directions ſont paralleles entr'elles, les poids D & C pourront être conſiderés comme appliqués en O & en N dans leurs lignes de direction, par la ſuppoſition troiſiéme. Ainſi le levier angulaire eſt reduit à un levier droit OHN, qui porte à ſes extrémités les poids D & C: mais puiſque par l'hypotheſe ces poids ſont en équilibre dans cette diſpoſition ſur l'appui H, le poids D doit être au poids C, comme HN à HO par la troiſiéme & quatriéme propoſition: mais auſſi nous avons vû que HM étoit à HL, comme le poids D

au poids C ; donc il y aura même raiſon de HN à HO, que de HM à HL. La ligne HF coupe en P la ligne AB qui joint les extrémités du levier dans la poſition AHB, & à cauſe des paralleles OA, HP, NB, il y aura même raiſon de PB à PA, que de HN à HO, ou de FG à FI, qui eſt auſſi dans la même raiſon ; donc le point P ſur AB eſt le même, & a la même poſition que le point F ſur la même AB dans la poſition IG ; il faut donc auſſi que les points FEP ſoient dans le même arc de cercle qui eſt décrit par le mouvement de l'un de ces points autour du centre H dans differentes poſitions du levier, ce qui eſt abſurde ; car ces deux points d'un arc de cercle ſont auſſi ſur le même raïon HPF, & il n'y en peut avoir que deux ſeulement, l'un au deſſous, & l'autre au deſſus de H dans les rencontres du diametre HF avec le cercle FE, ce qui donne les deux poſitions differentes du levier, il n'eſt donc pas vray que ce levier puiſſe demeurer au deſſous du point H dans aucune poſition que dans IHG, ny au deſſus que dans l'oppoſée à IHG ; ce qu'il falloit démontrer.

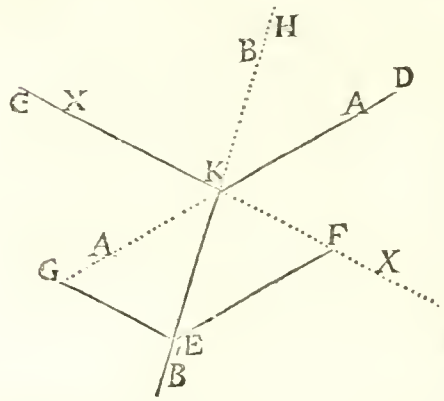
PROPOSITION XXI.

IL *faut trouver trois puiſſances AXB, qui tirant un point K par trois directions données CK, DK, EK, ſoient en équilibre entr'elles.*

Aïant pris quelque point E dans l'une des directions, comme EK, & de ce point aïant mené les lignes EF, EG paralleles aux deux autres directions, & qui les rencontrent étant prolongées, s'il eſt neceſſaire, en F & G : Je dis que les trois puiſſances cherchées ſeront entr'elles comme les trois lignes EF, EG, ou FK ſon égale, & EK (*Fig. ſuivant.*) qui ſont priſes dans le même ordre, & qui ſont paralleles, ou qui font partie des directions des puiſſances auſquelles elles répondent.

Par la dix-neuviéme propoſition, la puiſſance A ſera à

la puiſſance X, comme le ſinus de l'Angle EKF, ou de ſon ſupplément EKC, fait par la direction de la puiſſance X, & de l'autre puiſſance B, au ſinus de l'angle EKD, ou de ſon ſupplément DKH fait par les directions des puiſſances A & B. Mais le triangle EKF a l'angle EKF qui eſt fait par les directions des puiſſances B & X, égal à HKC; & de plus ſon angle FEK eſt égal à l'angle DKH qui eſt fait par les directions des puiſſances A & B, à cauſe des lignes qu'on a menées paralleles aux directions.



Par la même propoſition on démontrera auſſi que la puiſſance X ſera à la puiſſance B, comme le ſinus de l'angle EKD, ou de ſon ſupplément DKH, qui eſt auſſi égal à l'angle FEK, au ſinus de l'angle DKF, ou de ſon ſupplément DKC. Mais cet angle DKF eſt égal à l'angle EFK; donc les trois puiſſances AXB ſeront entr'elles comme les ſinus des trois angles EKF, FEK, EFK pris dans le même ordre, c'eſt-à-dire que la puiſſance A doit répondre au ſinus de l'angle EKF, la puiſſance X au ſinus de l'angle FEK, & enfin la puiſſance B au ſinus de l'angle EFK.

Mais on ſçait que dans tout triangle les ſinus des angles ſont entr'eux comme les côtés oppoſés à ces mêmes angles; c'eſt pourquoi il y aura même raiſon entre les trois puiſſances AXB, qu'entre les trois cotés EF, FK, EK du triangle EFK pris dans le même ordre; c'eſt-à-dire que la puiſſance A répond au côté EF, la puiſſance X au côté FK, & la puiſſance B au côté EK. Ces côtés étant pris ſur les

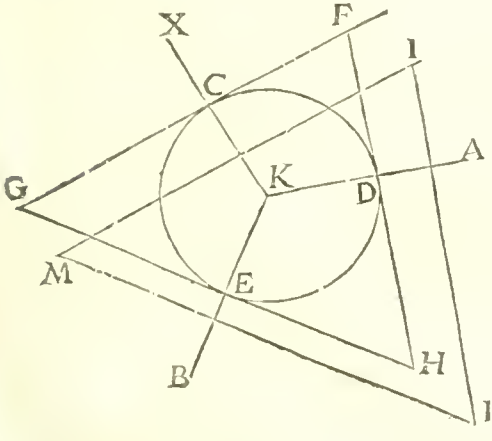
les directions mêmes des puiſſances ou ſur leurs paralleles; ce qu'il falloit démontrer.

Ce qu'on a démontré des puiſſances qui tirent, ſe doit auſſi entendre de ces mêmes puiſſances qui pouſſent par les mêmes directions prolongées, ce qui ne change rien à l'effort des puiſſances.

PROPOSITION XXII.

LES *mêmes choſes que dans la précédente étant poſées, on peut trouver d'une autre maniere le rapport des puiſſances.*

Si du point K pour centre & pour raïon telle grandeur qu'on voudra, on décrit le cercle CDE qui coupe les trois directions aux points CDE; & par ces points CDE aïant mené des touchantes au cercle, ou des perpendiculaires aux directions, à ſçavoir GCF, FDH, HEG qui forment le triangle FGH; je dis que les puiſſances AXB doivent être entr'elles comme les côtés de ce triangle, en prenant pour la puiſſance le côté qui eſt perpendiculaire à la direction de cette puiſſance, c'eſt-à-dire que ces trois puiſſances AXB ſeront entr'elles comme les trois côtés FH, FG, GH pris dans ce même ordre.



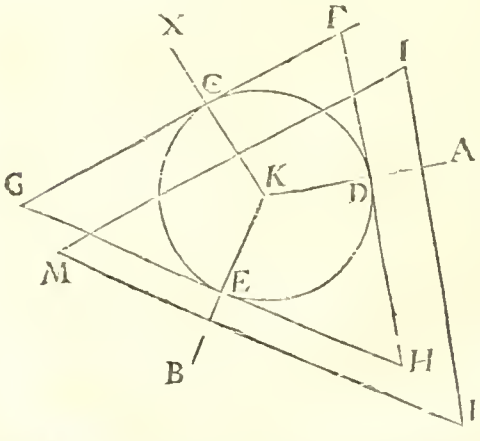
Par la dix-neuviéme propoſition la puiſſance A eſt à la puiſſance X, comme le ſinus de l'angle EKC au ſinus de l'angle EKD, & la puiſſance X eſt à la puiſſance B, comme le ſinus de l'angle EKD au ſinus de

l'angle DKC, ce qui a été expliqué fort au long dans la précédente propoſition ; mais les ſupplémens de ces angles ont auſſi les mêmes ſinus, c'eſt à ſçavoir le ſinus de l'angle FGH, qui eſt le ſupplément de l'angle CKE, le ſinus de l'angle FHG qui eſt le ſupplément de l'angle EKD, & le ſinus de l'angle GFH qui eſt le ſupplément de l'angle DKC. Mais ces ſupplémens étant les angles du triangle FGH, leurs ſinus ſeront en même raiſon que les côtés de ce triangle. Ainſi les trois puiſſances AXB ſeront entr'elles dans cet ordre comme les trois côtés FH, FG, GH ; ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XXIII.

ON peut faire encore la même choſe d'une autre façon que dans la précédente, & plus facilement.

Si l'on mene comme l'on voudra trois lignes perpendiculaires IL, IM, ML aux trois directions données, ſoit qu'elles ſoient prolongées ou non, ces trois perpendiculaires formeront le triangle ILM, dont les côtés donneront le rapport des trois puiſſances AXB, chaque puiſſance étant marquée par la perpendiculaire à ſa direction, comme dans la précédente.



Cette propoſition eſt évidente par la précédente, car ſi l'on décrit le cercle CDE, & que par les points CDE on mene des perpendiculaires aux di-

rections, elles formeront le triangle FGH dont les côtés seront entr'eux comme les puissances appliquées aux directions, par la précédente proposition. Mais le triangle ILM aïant aussi ses côtés paralleles à ceux de FHG, ils seront semblables, & leurs côtés seront en même raison, ce qu'il falloit démontrer.

Conséquence.

Il n'est pas necessaire que les trois puissances tirent toutes trois le point K; il peut y en avoir deux qui le tirent, & une autre qui le pousse en sens contraire, comme on a expliqué cy-devant.

Il est aussi évident qu'il faut que ces trois directions fassent des angles entr'elles, car s'il y en avoit deux qui fussent opposées directement, il faudroit par cette regle que ces deux puissances fussent infinies, la troisiéme étant déterminée; car cette troisiéme seroit la base du triangle, & le sommet seroit à distance infinie. Et comme il n'est pas possible de donner des poids infinis, le probléme seroit aussi impossible.

PROPOSITION. XXIV.

TROIS *puissances AXB étant données telles qu'on voudra, pourveu que deux prise ensemble soient plus grandes que la troisiéme, il faut trouver les directions de ces puissances, en sorte qu'étant appliquées à un même point K, elles fassent équilibre entr'elles.*

Soit fait le triangle ILM, dont les côtés aïent entr'eux les même raisons que les trois puissances données, & du point K pris où l'on voudra sur le plan du triangle, soit mené des perpendiculaires sur les côtés de ce triangle qui seront prolongés s'il est necessaire. Je dis que ces perpendiculaires seront les directions des puissances AXB, cha-

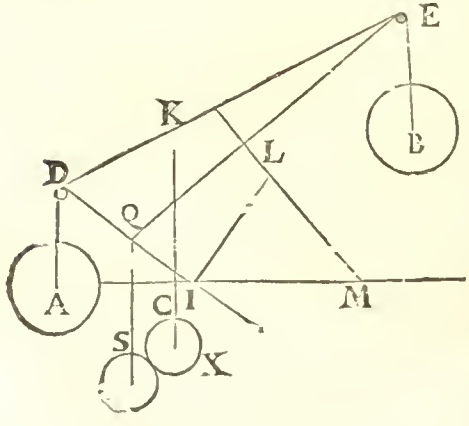
cune étant appliquée à la direction perpendiculaire au côté du triangle qui répréſente la puiſſance. (*Voiez la Figure précédente.*)

Cette propoſition eſt évidente par la précédente; car ſi ces directions trouvées avoient été données d'abord, on auroit trouvé les puiſſances, comme elles ſont icy données pour faire équilibre entr'elles.

PROPOSITION XXV.

SI un fil ou une corde eſt tenduë par deux puiſſances auſſi grandes qu'on voudra les imaginer, qui doivent être égales entr'elles: Je dis que ſi l'on tire quelque point de cette corde avec une autre puiſſance telle qu'on voudra, & même très-petite, & avec quelle direction on voudra, elle ſurmontera les deux autres juſqu'a un certain point.

Pour faire bien entendre cette propoſition, on la réduit à des poids AXB, & ſoit KC la direction naturelle des poids, & celle du poids X, & que la corde DE ſoit tenduë par l'effort ou peſanteur abſoluë des deux poids égaux A & B ſe ploïant ſur les roulettes DE. Je ſuppoſe que ces roulettes n'empêchent pas la corde de ſe mouvoir, & qu'elle n'ait aucune peſanteur.

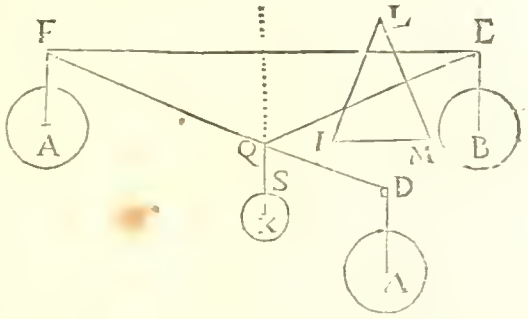


Aïant mené la ligne IM perpendiculaire à la direction KC, ſur cette ligne ſoit fait le triangle iſoſcelle ILM, en ſorte que ſes côtés égaux LI, LM aient à la baſe IM même raiſon

que les poids égaux A & B au poids X : ſi l'on mene enſuite les lignes QE, QD qui touchent les roulettes ED, & qui ſoient perpendiculaires aux côtés prolongés LM, LI du triangle, s'il eſt néceſſaire, & du point Q où ces deux lignes ſe rencontrent, aiant mené QS parallele à KC : Je dis que la corde DKE fera l'angle DQE, & que KC qui ſoutient le poids X prendra la poſition QS.

Par la précédente propoſition il eſt certain que les trois poids ABX demeureront en équilibre, étant tirez par les directions QD, QE, QS.

La conſtruction de ce problême ſera impoſſible, ſi les perpendiculaires EQ, DQ ſe rencontrent ſur le point D au deſſus de D, comme au point Q.



Car les poids ne pourroient plus agir l'un contre l'autre: c'eſt pourquoi au lieu du poids A qui doit tirer ſelon la direction QD perpendiculaire au côté LI du triangle LIM, il faudroit ſuppoſer une puiſſance qui pouſſât le point Q ſelon la direction QD, avec un effort égal au poids A ou B qui ſont ſuppoſez égaux, & le poids X ſuſpendu en Q, ſelon la direction QS des poids, feroit alors équilibre avec l'autre B.

Mais ſans rien changer ni aux poids ni à leurs directions, il n'y a qu'à poſer la roulette en F au deſſus de Q, & alors le poids A tirera ſelon la direction FQD, & demeurera en équilibre avec le poids B, qui tirera ſelon QE, & avec le poids X qui tirera ſelon QS.

Enfin il eſt facile à voir, que ſi les deux roulettes ſont

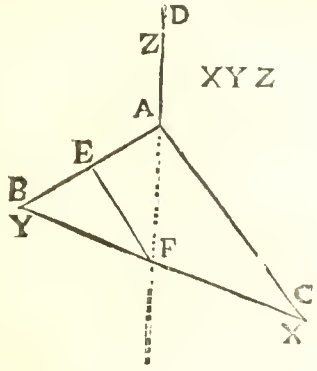
dans une ligne, comme FE perpendiculaire à la direction QS des poids, la propoſition ſera toûjours poſſible ; car les lignes EQ, FQ perpendiculaires au côtés du triangle iſoſcelle ILM, ſeront toûjours inclinées l'une à l'autre de l'angle ſupplément de cet angle L, quelque petit que puiſſe être l'angle L du ſommet de ce triangle, & par conſéquent le point Q ſera toûjours au deſſous de la ligne FE. Ainſi la corde FE tenduë par les deux poids A & B, laquelle eſt perpendiculaire à la direction des poids, ſera toûjours pliée par le poids X d'un angle EQF ſupplément de l'angle ILM, quelque petit que ſoit le poids X, & quelques grands que puiſſent être les poids égaux A & B.

PROPOSITION XXVI.

SOIT *le plan DBCA perpendiculaire à la direction des poids, lequel ſoit ſoutenu au point A ; ſoit auſſi les trois lignes AB, AC, AD données ſur ce plan, leſquelles paſſent par le point A, & que les angles qu'elles ſont entr'elles étant pris de ſuite ſoient plus grands que deux droits : ſoit enfin donné les trois poids XYZ, qu'on doit placer ſur ce plan dans dans les trois lignes AC, AB, AD ; on demande la poſition de ces poids afin qu'ils demeurent en équilibre. & que le plan reſte auſſi perpendiculaire à la direction des poids.*

Qu'on doive poſer le poids X ſur la ligne AC, le poids Y ſur AB, & Z ſur AD. Sur la ligne AB ſoit pris les deux parties AE, EB qui aïent entr' elles la raiſon du poids Y au poids X ; & par le point E ſoit mené la ligne EF parallele à AC, qui rencontre la ligne AD prolongée s'il eſt néceſſaire en F ; ſoit enfin mené BF qui rencontre AC en C ; les points B & C ſeront déterminés ſur les lignes AB, AC, de telle maniere que le poids X étant ſuſpendu en C & le poids Y en B, ils ſeront tous deux en équilibre ſi le plan étoit poſé ſur la ligne droite DAF.

Car par la conſtruction les triangles BAC, BEF ſont ſemblables ; c'eſt pourquoi il y aura même raiſon de AE à BE, que de CF à FB ; mais AE eſt à BE par la conſtruction, comme le poids Y au poids X ; donc CF ſera à FB, comme le poids Y au poids X ; & par conſéquent le poids Y eſt au poids X dans la raiſon réciproque des parties de la ligne BC, qui ſont faites par le point F.



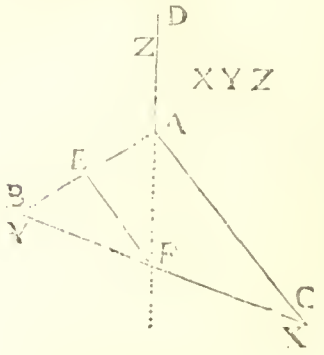
Si l'on conſidere donc BC comme un levier poſé ſur le plan DBC, il eſt évident que les poids Y & X poſés en B & C demeureront en équilibre ſur le point F par la troiſiéme ou quatriéme propoſition.

Mais auſſi ces poids étant joints par la ligne BC font en F un effort qui eſt égal à la ſomme de leur peſanteur abſoluë, par les mêmes propoſitions troiſiéme ou quatriéme : on pourra donc conſiderer ces deux poids comme s'ils étoient joints enſemble au point F, où ils font le même effort que s'ils y étoient poſés.

Soit maintenant comme le poids Z à la ſomme des poids Y & X, ainſi AF à AD, & qu'au point D ſoit poſé le poids Z ; je dis que le plan demeurera en équilibre, ces trois poids XYZ étant ainſi appliqués. Car puiſque par la troiſiéme ou quatriéme propoſition le poids Z étant appliqué au point D ſur ce plan, fait équilibre avec les deux poids Y & X poſés enſemble en F, & qu'enfin ces deux poids Y & X font le même effort ſur le plan dans les points où ils ſont poſés en B & C, que s'ils étoient tous deux enſemble en F, il eſt évident que ces trois poids YX & Z dans les points où ils ſont poſés ſur ce plan, feront équilibre entre-eux ; ce qu'il faloit démontrer.

PROPOSITION XXVII.

LES *trois poids YXZ étant placés aux points BCD ſur le plan perpendiculaire a la direction des poids, pour faire équilibre entr'eux, comme il a été démontré dans la précédente propoſition : Je dis que l'appui A qui ſoutient ce plan avec les poids, eſt chargé de la peſanteur abſolue des trois poids.*



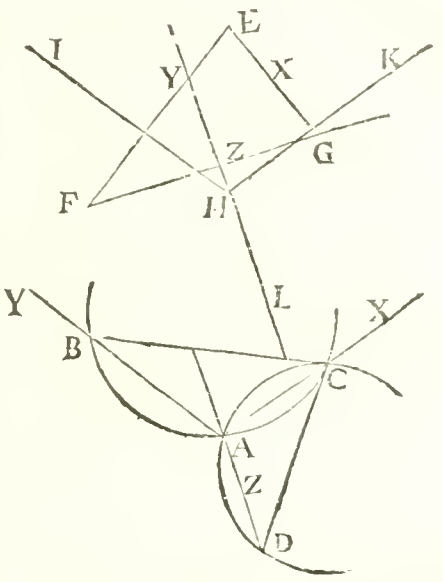
Par la troiſiéme ou quatriéme propoſition, le point F eſt chargé des deux poids Y & X, & par les mêmes le point A eſt chargé de la charge qui eſt en F, & de celle qui eſt en D, c'eſt-à-dire des trois poids enſemble YXZ.

PROPOSITION XXVIII.

TROIS *points BCD étant donnés ſur un plan, il faut trouver le point A ſur ce plan, en ſorte que les lignes AB, AC, AD menées par le point A & par les points BCD, ſoient les directions de trois puiſſances YXZ données, qui doivent être appliquées à ces trois directions pour faire équilibre entr'elles.*

Soit fait le triangle EFG dont les trois côtés EF, EG, FG, aïent entr'eux les mêmes raiſons que les trois puiſſances YXZ priſes dans ce même ordre. Si l'on décrit maintenant ſur la ligne BC comme une corde, l'arc de cercle BAC qui ſoit capable de l'angle BAC ſupplément de l'angle FEG du triangle; & que ſur la corde CD on décrive l'arc de cercle CAD qui ſoit capable de l'angle CAD ſupplément

ſupplément de l'angle FGE; enfin ſi du point A où les deux arcs de cercle ſe rencontrent, on mene les lignes AB, AC, AD aux points donnés BCD; je dis que la puiſſance Y étant appliqué à la direction AB, la puiſſance X à la direction AC, & la puiſſance Z à la direction AD, elles demeureront en équilibre.



Par la conſtruction il eſt évident que ſi l'on mene des perpendiculaires HI, HK, HL ſur les côtés du triangle FEG, l'angle IHK ſera égal à l'angle BAC; puiſque l'angle IHK eſt ſupplément de l'angle FEG, à cauſe que les lignes HI, HK ſont perpendiculaires ſur les côtés EF, EG. Par la même raiſon l'angle CAD ſera égal à l'angle KHL; & par conſéquent le troiſiéme BAD égal au troiſiéme IHL. Mais par la vingt-troiſiéme propoſition les trois poids YXZ étant appliqués aux lignes HI, HK, HL dans ce même ordre, demeureront en équilibre; il y demeureront donc auſſi étant appliqués aux trois lignes AB, AC, AD dans ce même ordre; ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XXIX.

TROIS *points BCD qui ne ſont pas en ligne droite étant donnés ſur un plan avec les trois cordes BH, CH, DH qui*

ſont attachées à ces trois points par l'une de leurs extrémités & qui ſont jointes enſemble par l'autre extremité H, enſorte qu'elles faſſent les côtés d'une pyramide dont le triangle BCD eſt la baſe. Au point H où ſe joignent les trois cordes, ſoit attaché une autre corde HP d'où le poids P eſt ſuſpendu; & il faut que les trois cordes BH, CH, DH ſoient de telle longueur, que la ligne HP, qui eſt la direction des poids, étant prolongée vers la baſe de la pyramide, rencontre en I au dedans du triangle BCD, le plan de ce triangle:

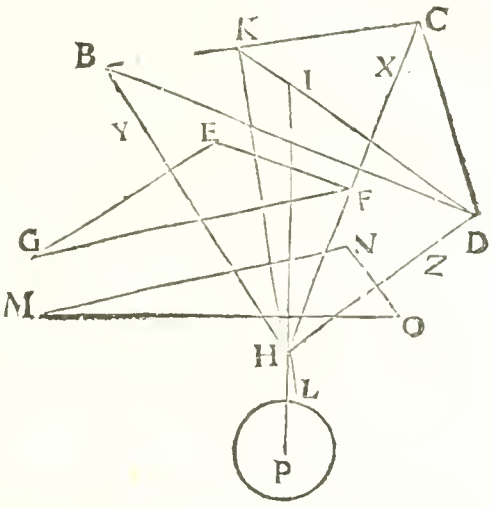
Il faut déterminer le rapport des trois puiſſances Y, X & Z, qui doivent ſoutenir le poids P, ſelon les directions BH, CH, DH.

Sur le plan du triangle BCD, par les points D & I ſoit mené la ligne DI qui rencontre BC en K, & par les points K & H ſoit mené la ligne KHL; les trois lignes BH, CH, HL ſeront ſur un même plan. Et ſi l'on mene les perpendiculaires GE, EF, GF à ces trois lignes ſur ce plan, il eſt évident par la vingt-troiſiéme propoſition, que les trois lignes GE, EF, GH, qui ſont les trois côtés du triangle GEF, donneront le rapport des trois puiſſances YXL, qui tirant le point H par les directions BH. CH, LH, demeureroient en équilibre entr'elles.

Mais auſſi ſur le plan DKH nous avons trois directions données KH ou LH, HP & DH; & pour avoir le rapport des trois puiſſances qui doivent être appliquées à ces trois directions pour faire équilibre, il faut mener des perpendiculaires à ces directions, comme MN à LH, MO à HP, & NO à DH, & les trois côtés du triangle donneront le rapport des trois puiſſances appliquées à ces directions pour faire équilibre.

Mais ſi le côté MN qui eſt perpendiculaire à KH, eſt égal à GF du triangle GEF, il eſt évident que les quatre lignes GE, EF, NO, MO exprimeront le rapport des

trois puiſſances YXZ, & du poids P dans l'état de l'équilibre. Car la puiſſance L ne ſert que de milieu pour paſſer du rapport des deux puiſſances Y & X, aux deux autres Z & P; puiſque les deux puiſſances Y & X demeurent enſemble en équilibre ſelon les directions BH, CH, avec la ſeule puiſſance L ſelon la direction KL; & cette puiſſance L ſelon ſa direction KL demeurant auſſi en équilibre avec les deux autres puiſſances Z & P ſelon les directions DH, HP, ſi l'on ſubſtituë les deux puiſſances YX avec leurs directions BH, CH à la place de la puiſſance L ſelon la direction KH, les quatre puiſſances YXZP, ou les trois puiſſances YXZ & le poids P qu'on peut auſſi conſiderer comme une puiſſance, demeureront en équilibre entr'elles ſelon leurs directions: ce qu'il falloit démontrer.



Si l'une de ces puiſſances eſt donc donnée comme le poids P, il eſt évident que les trois autres YXZ le ſont auſſi.

Remarque.

Il eſt évident que ſi le point I tomboit ſur l'un des côtés du triangle ABC, comme en K, la corde qui ſeroit tenduë de l'angle D du triangle BCD, oppoſé au côté BC, ſur lequel tombe le point I, ne ſerviroit de rien pour ſoutenir le poids P, & qu'il n'y auroit que les deux autres BH,

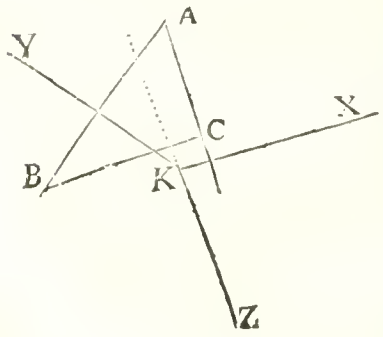
DH qui le ſoutiendroient ; ce qui eſt évident par ſoy-même, & par la conſtruction ; car alors les deux lignes HP, HK étant jointes enſemble on ne pourroit pas former le triangle MNO, les deux côtés MN, MO étant poſés l'un ſur l'autre.

Il n'eſt pas néceſſaire que les trois points BCD ſoient ſur un plan perpendiculaire à la direction des poids, puiſqu'on voit par la conſtruction que la longueur des lignes BH, CH, DH ne fait rien au rapport des puiſſances YXZ, mais ſeulement leurs differentes inclinaiſons, & puiſqu'on peut ſuppoſer ces puiſſances appliquées en quel endroit on voudra de leurs lignes de direction, ſans que leur effort en ſoit augmenté ou diminué.

PROPOSITION. XXX.

DEUX puiſſances YX étant données avec leurs directions YK, XK, leſquelles tirent enſemble le point K ; il faut trouver la puiſſance Z avec ſa direction, enſorte qu'en tirant le point K elle faſſe équilibre avec les deux autres.

Par quelque point A aïant mené la ligne AB perpendiculaire à la direction YK, & la ligne AC perpendiculaire à la direction XK ; ſoit pris ſur les lignes AB, AC, les parties AB, AC qui ſoient entr'elles dans la raiſon des puiſſances Y & X ; & aïant tiré BC, ſoit mené par le point K la ligne ZK perpendiculaire à BC ; je dis que la ligne KZ ſera la direction de la puiſſance Z, & que cette puiſſance Z ſera à X ou à Y, comme BC à AC, ou à AB.

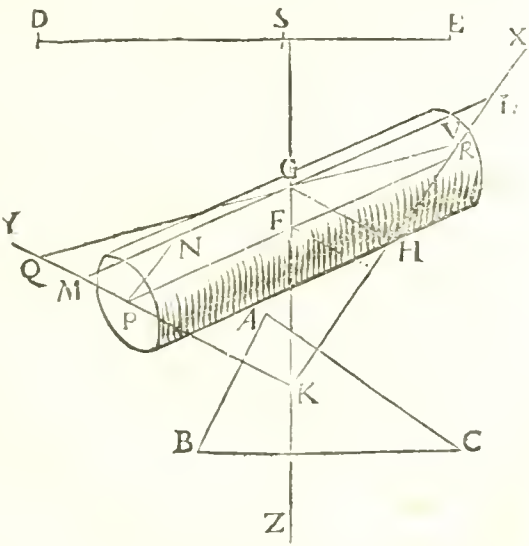


Par la vingt-troiſiéme propoſition, les trois puiſſances YXZ étant entr'elles comme les trois côtés du triangle ABC, & les directions de ces puiſſances étant perpendiculaires aux côtés de ce triangle, elles ſeront en équilibre entr'elles ce qu'il fallait faire.

PROPOSITION XXXI.

UNE ligne DE qu'on ſuppoſe d'une peſanteur connuë, étant donnée avec deux puiſſances X & Y qui doivent ſoutenir cette ligne poſée en PR avec deux cordes XR, YP attachées à ſes extrémités RP : on demande la direction de ces deux puiſſances X & Y.

J'appelle Z la peſanteur de la ligne DE, que je puis conſiderer comme une puiſſance; & je fais le triangle ABC qui a ſes trois côtés AC, AB, BC dans le même rapport que les trois puiſſances XYZ, & dont le côté BC eſt perpendiculaire à la direction des poids. Enſuite par quelque point K je mene les trois lignes KR, KP, FKZ perpendiculaires aux côtés AC, AB, BC du triangle ABC.



Maintenant par quelque point G de la ligne KF aïant mené la ligne GH parallele à KP, on prendra HL égale à

KH, & aïant tiré LGM on en retranchera LN égale à la ligne pesante donnée ED; enfin du point N on menera NP parallele à KR, qui rencontrera KP en P, & l'on tirera PR parallele à LM, laquelle sera égale à la ligne donnée. (*Voïez la Fig. precedente.*)

Je dis que la ligne pesante DE étant placée en PR, & étant tirée par ses extrémités P & R, selon les directions KP, KR des puissances YX, elle demeurera en équilibre avec ces mêmes puissances.

Il est évident par la construction, que la ligne PR est coupée en deux également en F par la ligne KF. Mais toute la ligne pesante peut être considerée comme son point F qui pese autant qu'elle, à cause que ce point F est son centre de gravité, & que tout son poids peut être ramassé ou réüni dans ce point par la premiere supposition, puisque toutes les parties de cette ligne sont en équilibre sur ce point. Mais aussi ce point F pesé également dans tous les points de sa direction; on le peut donc considerer comme s'il étoit placé au point K, ou en Z dans la même ligne FK. Et par la vingt-troisiéme proposition, il y aura équilibre entre les puissances XY & Z ou la ligne pesante PR avec leurs directions; ce qu'il falloit démontrer.

Conséquence.

A la place de la ligne PR on peut supposer quel corps pesant on voudra, pourvû que ce corps soit réduit à cette ligne, comme si la ligne PR étoit l'axe d'une colomne ou cylindre, ou de quelqu'autre corps prismatique, ou enfin de tel autre corps qu'on voudra, dont le centre de gravité, qu'on peut considerer comme un point pesant autant que tout le corps, soit placé en F au milieu de la ligne PR, par les extrémités de laquelle les puissances Y & X soutiennent le corps.

Si le centre de gravité de ce corps n'étoit pas au milieu

de la ligne PR, mais en quelqu'autre point S, au lieu de prendre HL égale à KH, il faudroit faire comme DS à SE, ainſi KH à une quatriéme HV; & enfin aïant mené VGQ, cette ligne ſeroit coupée en G, dans la même raiſon que DE en S, C'eſt pourquoi il faudroit alors ſe ſervir de VQ, comme on s'eſt ſervi de LM pour trouver PR qui ſeroit parallele à VQ, & qui ſeroit diviſée dans la même raiſon que VQ, ou que DE par la direction des poids KF.

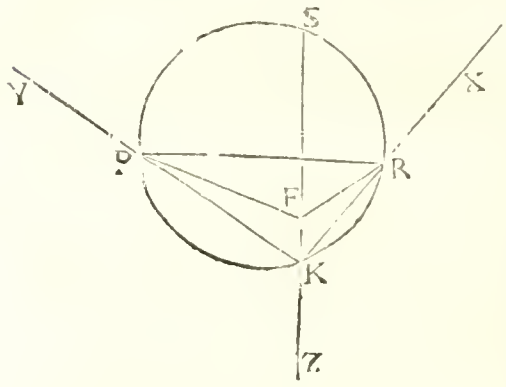
Cette propoſition n'eſt qu'un cas de la vingt-huitiéme, où les trois points donnés ſont en ligne droite; & à cauſe de cette condition, la réſolution qu'on en donne icy eſt plus ſimple que l'autre.

PROPOSITION XXXII.

ON a conſideré dans la propoſition precedente une ligne peſante, ou plus generalement comme dans les conſéquences, un poids placé en quelque point d'une ligne droite, deux puiſſances tirant les extrémités de cette ligne droite; dans celle-cy nous examinons un poids F placé en un point d'un plan, & ce plan étant tiré ou ſoutenu par deux puiſſances XY qui ſont appliquées à deux points RP de ce plan, enſorte que le poids F ne ſoit pas dans la ligne RP qui joint les points du plan par où il eſt ſoutenu.

Cette propoſition ne differe de la précédente, qu'en ce que c'eſt un triangle RFP qu'il faut appliquer dans l'angle PKR formé par les directions des puiſſances X & Y, au lieu de la ſeule ligne RP, & de plus avec cette condition, que la baſe PR de ce triangle PFR étant appliquée dans l'angle PKR, il faut que ſon ſommet F ſoit dans la ligne de direction KZ de la puiſſance Z qui eſt égale au poids propoſé F, au lieu que dans la précédente ce poids F étoit ſur la ligne PR.

Aïant donc trouvé les angles PKR, PKZ, PKZ que ſont les trois directions des puiſſances données, car je regarde le poids donné comme une puiſſance, ou les puiſſances comme des poids, puiſqu'on peut toûjours ſubſtituer les uns à la place des autres; ſur la ligne PR qui eſt donnée je décris le cercle PKRS, enſorte que ſa portion PKR qui a pour corde la ligne donnée RP, puiſſe recevoir un angle égale à l'angle PKR, que doivent faire enſemble les directions des puiſſances Y & X qui doivent ſoutenir les extrémités de cette ligne RP. Enſuite je prens ſur le cercle l'arc RS capable de l'angle RKZ, & par conſéquent le reſte du cercle qui eſt l'arc RKPS pourra recevoir l'angle RKS ſupplément de l'angle RKZ. Enſuite par les points S & F je mene la ligne SFK prolongée en Z, & par le point K où cette ligne SF coupe le cercle, je tire les lignes KP, KR qui ſeront les directions des puiſſances Y & X.



Par la conſtruction il eſt évident que les trois lignes KP, KR, KZ ſont les angles tels que les trois puiſſances le demandent pour faire équilibre, & de plus la ligne ZKFS qui eſt la direction de la puiſſance Z, ou du poids donné qui eſt placé en F, paſſe par le point F: ce qu'il falloit faire.

Il eſt évident qu'on peut auſſi réſoudre cette propoſition par la vingt-huitiéme, puiſque les trois points donnés ſeront PRF, & les trois puiſſances XY & Z, ou bien le poids donné F.

Il

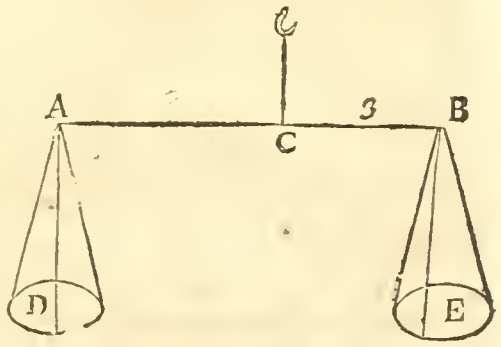
Il eſt facile à voir que le plan PRF doit paſſer par la ligne FKZ, qui eſt la direction naturelle des poids lorſqu'il eſt ſoutenu en P & en R par les puiſſances Y & X, ſelon les directions PK, RK.

PROPOSITION XXXIII.

NOUS *examinons dans cette propoſition, ce qui peut faire que les balances ordinaires ſoient fauſſes, & la maniere d'en reconnoître le défaut.*

Premierement, ſi les deux bras CA, CB ne ſont pas exactement égaux, la balance ſera fauſſe, c'eſt-à-dire que les deux plats ou baſſins DE étant en équilibre entr'eux lorſqu'ils ne ſeront point chargés, ſi ils ſont chargés enſuite de poids égaux ils perdront leur équilibre, ou bien ce qui eſt la même choſe, lorſqu'ils ſeront en équilibre étant chargés, leurs charges ne ſeront pas égales.

Par exemple, ſoit le bras CA de 4 parties, & le bras CB de 3 de ces mêmes parties. Il eſt évident par la troiſiéme propoſition, que pour faire équilibre entre les deux baſſins vuides, il faudra que le baſſin E ſoit en peſanteur abſoluë au baſſin D, comme 4 à 3; c'eſt-à-dire que ſi le baſſin E peſe 4 onces, il faudra que le baſſin D n'en peſe que 3, ainſi les baſſins demeureront en équilibre ſur l'appui ou ſuſpenſion C du fleau ou du traverſin AB.



Maintenant ſi l'on met un poids de 4 livres dans le

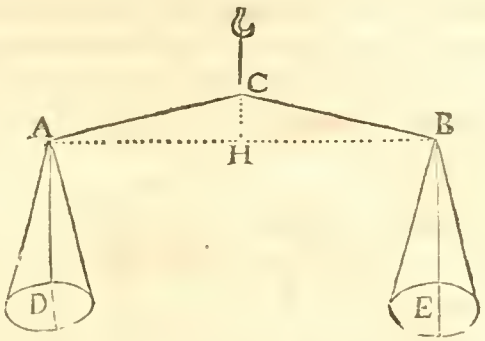
baſſin E, il faudra mettre ſeulement dans le baſſin D un corps qui peſe 3 livres, pour demeurer en équilibre avec le poids de 4 livres; car l'extrémité B du bras CB ſera chargée alors du poids de 4liv. 4 onces, à cauſe de la peſanteur du baſſin E, & l'extrémité A du bras CA n'étant chargée que de 3 livres 3 onces, il y aura équilibre entr'eux, à cauſe que la longueur des bras CB, CA ſera en raiſon réciproque de ces charges. Ainſi avec le poids de 4 livres qu'on mettroit dans le baſſin E, on ne donneroit que 3 livres de marchandiſes dans le baſſin D.

Pour reconnoître la fauſſeté de cette eſpece de balance, il n'y aura qu'à tranſpoſer les poids qu'on aura trouvé en équilibre, c'eſt-à-dire qu'il faudra mettre le poids de 4 livres dans le baſſin D & la marchandiſe dans le baſſin E, & ſi le poids emporte alors la marchandiſe, c'eſt une marque aſſurée que le bras CA du fleau AB eſt plus long que le bras CB.

Mais ſi l'on vouloit mettre aſſez de marchandiſe dans le baſſin E pour faire équilibre avec le poids de 4 livres qui ſeroit dans le baſſin D, il faudroit qu'il y eût 5 livres deux onces $\frac{1}{3}$ de marchandiſes; car il doit y avoir même raiſon du poids ſuſpendu en A, qui ſeroit 4 livres 3 once, ou bien 67 onces au poids ſuſpendu en B, que de CB à CA, c'eſt-à-dire de 3 à 4; & 3 étant à 4, comme 67 à 89 $\frac{1}{3}$, le poids ſuſpendu en B ſeroit de 89 onces $\frac{1}{3}$. Mais le baſſin E peſe 4 onces, on auroit donc 85 onces $\frac{1}{3}$ de marchandiſe, ou bien 5 livres 5 onces $\frac{1}{3}$. Enfin ſi l'on vouloit partager la difference entre les deux quantités de marchandiſe qu'on a euës dans ces deux peſées differentes, c'eſt-à-dire entre 3 livres, & 5 livres 5 onces $\frac{1}{3}$, ce qui ſeroit deux livres 5 onces $\frac{1}{3}$, dont la moitié ſeroit 1 livre 2 onces $\frac{2}{3}$, & qu'on ajoûtât cette moitié avec ce qu'on avoit trouvé d'abord qui n'étoit que de 3 liv. on auroit 4 liv. 2 onces $\frac{2}{3}$ de marchandiſes, qui ſeroit plus qu'il ne faudroit de 2 onces $\frac{2}{3}$.

Ce ſeroit encore la même choſe, ſi les baſſins n'étant pas en équilibre étant vuides, on les vouloit égaler en chargeant le plus foible d'un poids qui l'égalât à l'autre; car il ſe pourroit faire qu'outre cela il y auroit encore l'erreur de l'inégalité des bras. Si l'on pouvoit tranſporter les baſſins en les décrochant, on pourroit d'abord reconnoître l'erreur de la diviſion des bras du fleau; car ſi la diviſion étoit parfaitement égale, & que les baſſins fuſſent en équilibre, ils le ſeroient auſſi étant tranſpoſés.

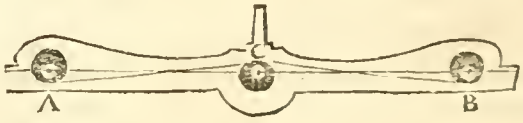
Secondement ſi le fleau AB n'eſt pas exactement en ligne droite, mais qu'il faſſe un angle comme ACB, la balance ſera fauſſe. Car ſi les baſſins ſont chargés inégalement, le traverſin ACB qui fait un angle en C, tournera ſur le point C, tant que le point H de la ligne droite AB qui paſſe par les ſuſpenſions des deux baſſins, & qui la diviſe dans la raiſon réciproque des charges des baſſins & de ce qu'il y a dedans, ſoit dans la direction CH des poids, laquelle paſſe par le point C. Cecy eſt évident par la vingtiéme propoſition.



Cette balance, quoi qu'inégalement chargée, ne laiſſera pas de ſe mettre en équilibre; & c'eſt pour reconnoître ce deffaut que l'on a ajoûté une aiguille au fleau à l'endroit où l'anſe de la ſuſpenſion eſt attachée; car cette aiguille étant à l'équaire avec le fleau, lorſque la balance eſt ſuſpenduë par l'anſe, on s'aperçoit ſi l'aiguille s'écarte de l'anſe qui ſuit la direction des poids; ce qui fait voir ſi l'un des baſſins baiſſe plus que l'autre, c'eſt-à-dire s'il eſt plus chargé.

Il faut donc pour reconnoître ce défaut, que l'anſe ſoit ſoutenuë librement par l'anneau qui eſt au haut, & qu'elle ne ſoit point contrainte, afin de pouvoir voir ſi l'aiguille ſuit ſa direction.

On doit remarquer que dans la conſtruction des balances, il ne faut pas que le milieu des clous ſur leſquels ſont ſuſpendus les baſſins & l'anſe, ſoient en ligne droite, mais l'endroit où ils poſent ſur le fleau. Car afin que les baſſins & l'anſe puiſſent ſe mouvoir facilement, il faut que les trous qui ſont faits dans le fleau par où paſſent les anneaux & le clou qui leur ſert de ſuſpenſion, ſoient plus grands que la groſſeur de ces anneaux & de ce clou, ce qu'on peut voir dans cette figure; & par conſéquent ſi leurs centres ſont en ligne droite, leurs points d'appui ACB n'y ſeront pas, & ainſi la balance pourra être fauſſe, puiſque ſon fleau ſera formé par les lignes AC, CB, qui font un angle en C.



En troiſiéme lieu, une balance peut être fauſſe en participant des deux manieres que nous venons d'expliquer; c'eſt pourquoi il les faudra toûjours éprouver & examiner par les moïens que nous venons de donner.

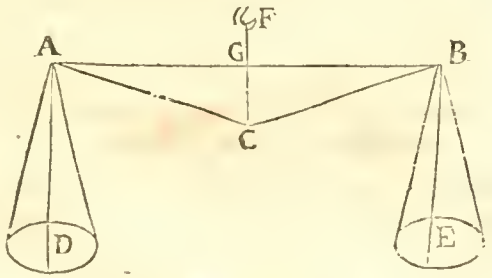
On peut auſſi voir par la conſtruction des balances qui ſeront juſtes, que pour peu que le fleau commence à s'incliner, le baſſin qui emporte doit tomber ou trébucher tout-à-fait, & il ne doit jamais ſe faire de balancement entre les deux baſſins; car dans cette figure ſi la ligne ACB eſt droite, & que les parties CA, CB ſoient égales lorſque la ligne ACB eſt perpendiculaire à la direction des poids, pour peu que le point A deſcende, le clou ou l'anneau

roulant un peu dans ſon trou, s'écartera du point C; & au contraire, le point B s'étant élevé, le clou ou l'anneau qui eſt vers B s'approchera du même point C, ce qui fera les bras de la balance inégaux, leſquels étoient égaux auparavant: car CA ſera plus grand que CB; & de plus l'attouchement C du clou qui ſoutient l'anſe dans ſon trou s'approchera vers B, le point A étant au deſſous de C, ce qui augmentera encore l'inégalité; & par conſéquent le baſſin qui panche aïant ſon point de ſuſpenſion en A plus éloigné de l'appui C, que celui qui eſt en B, l'emportera puiſqu'ils ſont également chargés.

PROPOSITION XXXIV.

IL *faut voir maintenant ce qui doit arriver à une balance dont le point d'appui C eſt au deſſous de la ligne AB qui joint les points de ſuſpenſion des baſſins.*

Si les deux bras du fleau de cette balance ſont parfaitement égaux, il eſt certain qu'elle ſera la plus juſte de toutes: car ſi la ligne AB qui joint la ſuſpenſion des baſſins eſt diviſée en deux également en G, lorſque les bras CA, CB ſeront tellement placés que le point G ſe rencontre dans la ligne CF qui eſt la direction des poids menée par le point C, il y aura équilibre entre les baſſins égaux DE, & les poids égaux qui y ſeront poſés; car les baſſins & les poids doivent être ſoutenus ſur l'appui G qui ſera leur centre commun de gravité; & la ſuſpenſion CF paſſant par ce point, on la pourra conſidérer comme ſi elle y étoit poſée,



ainſi il y aura équilibre. Mais comme le centre de gravité G eſt un point qu'on ne ſçauroit mettre éxactement dans la ligne CF le baſſin qui ſera du côté de la ligne CF, où le point G ſe trouvera, l'emportera ſur l'autre, puiſque le point G étant comme la ſomme des poids & des baſſins, tombera du côté de la ligne CF où il ſera placé.

De même auſſi la ligne AB étant poſée bien perpendiculaire à la direction des poids CF, ce que l'on connoîtra par l'aiguille qui eſt placée ſur le fleau en C, & qui eſt ſous l'anſe CF, ſi les poids qui ſont dans les baſſins ne ſont pas parfaitement égaux, leur centre de gravité ne ſera pas auſſi placé au milieu de AB, mais il ſera plus proche de l'extrémité où eſt placé le poids le plus peſant; c'eſt pourquoi ſi on éleve la balance par l'anſe FC, ce côté-là trébuchera, puiſque rien ne peut empêcher que le centre commun de gravité de ces poids ne tombe du même côté.

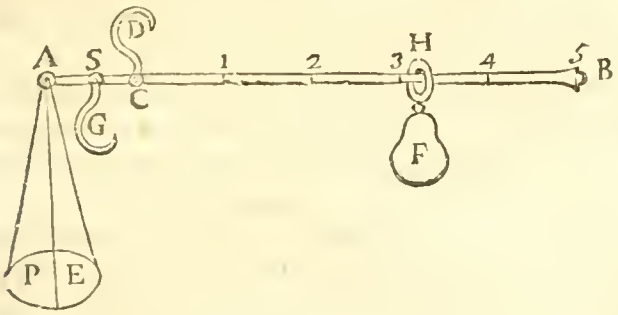
Il eſt facile à voir, que pour peu qu'on ôte ou qu'on ajoûte aux poids qui ſont dans les baſſins qu'on ſuppoſe égaux, on fera paſſer leur centre de gravité d'un côté ou d'autre de la ligne FC, ce qui fera auſſitôt trébucher la balance du côté où ſera le centre de gravité.

Pour ſe ſervir de cette eſpece de balance, il faut que la table ſur laquelle les baſſins ſont poſés, avant qu'on l'éleve par l'anſe, ſoit bien de niveau, c'eſt-à-dire bien perpendiculaire à la direction des poids, afin que la ligne AB qui paſſe par les points de ſuſpenſion des baſins, ſoit auſſi perpendiculaire à cette direction, car on ſuppoſe que les cordons qui ſoutiennent les baſſins ſont parfaitement égaux.

PROPOSITION XXXV.

Du Peſon, *ou de la* Romaine.

Le peſon eſt fait pour l'ordinaire d'une verge AB de quelque matiere roide, comme de fer ou de bois dur & qui ne puiſſe pas ploïer, laquelle on ſuſpend par l'anſe CD qui diviſe la verge ou le fleau AB en deux parties fort inégales, car la diſtance AC doit être compriſe pluſieurs fois dans l'autre CD. Vers la plus petite diſtance A du point de ſuſpenſion C on attache un baſſin de balance E, ou un crochet pour y poſer les marchandiſes qu'on veut peſer; ſur l'autre partie CB on poſe la maſſe F, qui eſt un poids de plomb ou de fer qui peut couler au long de ce bras CB



étant ſoutenu ſur un anneau plat qui poſe ſur le tranchant. Lorſqu'on veut peſer quelque marchandiſe qu'on met dans le baſſin E, on fait mouvoir la maſſe F en la retirant ou avançant, tant qu'elle faſſe équilibre avec ce qui eſt de l'autre côté de l'anſe, & la diviſion qui eſt marquée ſur la verge à l'endroit où l'anneau de la maſſe eſt arrêté, donne le poids de la marchandiſe qui eſt poſé dans le baſſin E.

Il reſte donc maintenant à voir de quelle maniere on doit faire les diviſions de la verge CB.

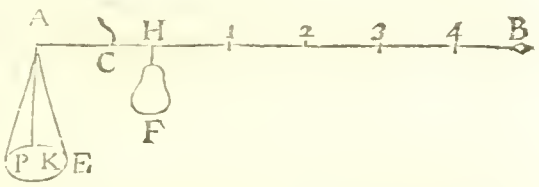
Premierement, on doit conſidérer que des deux côtés de l'appui C il y a deux poids, dont l'un eſt la verge CB, & de l'autre la partie CA avec le baſſin E & le ſecond crochet G dont nous expliquerons l'uſage dans la ſuite. Ces deux poids dans la diſpoſition où ils ſont par rapport à l'appui C, ſeront en équilibre ou l'un l'emportera ſur l'autre. Si ils ſont en équilibre, on pourra n'y avoir aucun égard, comme ſi la verge avec toute ſa charge tant d'un côté que d'autre, n'étoit qu'une ligne ſans aucune peſanteur.

Maintenant ſi la maſſe eſt d'une peſanteur connuë, comme d'une livre, il n'y aura qu'à tranſporter ſur CB, depuis le centre du clou C de la ſuſpenſion, les parties C 1, 1 2, 2 3, 3 4, &c. égales entr'elles & chacune égale à la diſtance du point C juſqu'au point A qui eſt le centre du clou de la ſuſpenſion du baſſin E, & l'on aura ſur la verge CB les diviſions des livres: c'eſt-à-dire que quand la maſſe ſera poſée ſur quelqu'une de ces diviſions, & qu'elle ſera en équilibre avec la marchandiſe qui eſt dans le baſſin E, elle en marquera le nombre des livres par le nombre des diviſions où elle ſe trouvera. On peut, ſi la place le permet, diviſer chaque intervalle 1 2, 2 3, &c. en quatre parties égales pour avoir des quarterons, ou en 16 pour avoir des onces, afin qu'on puiſſe connoître plus éxactement le poids des marchandiſes P qui ſont dans le baſſin par l'endroit H où l'anneau de la maſſe ſera poſé ſur la verge dans l'état de l'équilibre.

La démonſtration de cecy eſt facile par la troiſiéme propoſition, car comme CA ſera à CI, ainſi la maſſe F d'une livre ſera au nombre des livres & de ſes parties que contiennent la marchandiſe.

Mais ſi les deux parties de la verge avec leur charge ne ſont pas équilibre entr'elles ſur l'appui C, ſuppoſant toûjours la maſſe d'une livre & que la partie CA avec ſa charge

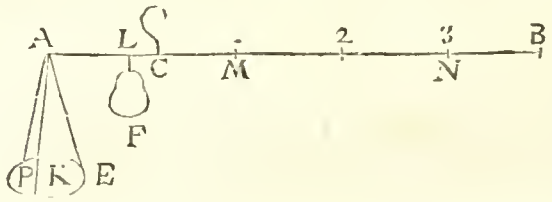
charge l'emporte ſur l'autre, il faudra faire avancer la maſſe F ſur le bras CB, comme en H, tant qu'on trouve l'équilibre de la partie CA avec ſa charge, & de la partie CB avec la charge de la maſſe F poſée en H. On fera enſuite les diviſions du bras CB comme cy-devant, en prenant des parties égales à CA, & en commençant les diviſions en H, comme H 1, 1 2, 2 3 qui donneront les diviſions des livres, & les ſubdiviſions de ces parties en 4 ou en 16 donneront les parties de la livre en quarterons ou en onces.



Pour la démonſtration de cette diviſion on doit conſiderer que la longueur CH depuis l'appui C juſqu'au commencement de la diviſion H, donne en parties de CA l'excés dont la partie CA de la verge avec ſa charge peſe plus que la partie CB toute ſeule : c'eſt pourquoi on peut conſiderer cet excés, que j'appelle le poids K, comme s'il étoit poſé dans le baſſin E, & que les deux parties de la verge fuſſent en équilibre ſur le point C, puiſqu'il y eſt effectivement, & alors le poids K étant ôté, la diviſion commenceroit en C comme cy-devant. Mais ce poids K étant attaché au baſſin, & joint avec la marchandiſe qu'on doit peſer, il eſt certain que ſi la maſſe ſe trouve en équilibre avec ces marchandiſes, lorſqu'elle eſt poſée par exemple ſur la diviſion de 2 livres, comme on la vient de faire, il y aura même raiſon de CA à C 2, que du poids d'une livre qui eſt la maſſe F, à ce qui eſt poſé dans le baſſin E, en ſuppoſant l'équilibre entre la partie CB de la verge, & la partie CA avec ſa charge : la marchandiſe peſera donc 2 livres, puiſque deux livres dans le baſſin avec

le poids K qui y eſt comme attaché, ont même raiſon à la longueur H 2 avec CH, que la maſſe F d'une livre à la longueur CA.

Enfin ſi la partie CB de la verge eſt plus peſante que la partie CA avec ſa charge, il eſt évident que le commencement de la diviſion ſera ſur CA : car ſi l'on peut y placer la maſſe F comme en L, enſorte que la partie CB faſſe équilibre avec la partie CA, & ſa charge jointe à la maſſe F placée en L, la diſtance CL donnera en parties de CA ce qui manque à la peſanteur du baſſin, en parties de livres pour faire équilibre entre CB toute ſeule, & CA avec ſa charge. Car par exemple, ſi CL eſt le quart de CA, il eſt évident qu'il faudroit ajoûter un quarteron K dans le baſſin E pour faire équilibre entre les deux bras de la verge, & leur charge ſans la maſſe, puiſque le poids K d'un quarteron fait autant d'effort ſur la verge étant placé au point A, que la maſſe F d'une livre qui eſt placée au point L, ces deux poids étant entr'eux dans la raiſon reciproque de leurs diſtances à l'appui C.



Je dis maintenant qu'il faut commencer la diviſion au point L, en prenant les parties L 1, 1 2, 2 3, &c. égales entr'elles, & à la diſtance CA, pour avoir les diviſions des livres ſur le bras CB de la verge, Car ſi l'on met un poids P de deux livres, par exemple, dans le baſſin E, & que la maſſe ſoit poſée à la diviſion 2, la verge demeurera en équilibre ſur l'appui C ; puiſque la raiſon de CA à C2 ſera la même que celle de la maſſe peſant une livre au poids P de 2 livres moins un poids, comme K qui a même rapport à la livre, que CL à AC, qui ſeroit dans cet exemple

d'un quarteron ; c'eſt-à-dire CA de 4 parties, à C2 de 7 parties, comme la maſſe de 4 quarterons à 7 quarterons du poids P, leſquels étant joints au quarteron du poids P que ſoutient la verge CB, feront les 2 livres pour le poids P, comme le marque la diviſion 2.

Si l'on vouloit trouver une des diviſions de la verge CB, ſans tranſporter la maſſe dans la partie CA, il n'y auroit qu'à mettre dans le baſſin un poids d'une peſanteur connuë, comme de 1, de 2, ou de 3 livres, ou plus, & chercher avec la maſſe une poſition ſur la verge CB où il y eût équilibre ; & ce point de la verge étant marqué du nombre des livres qui ſeroient dans le baſſin, on prendroit des diviſions d'un côté & d'autre de celle-cy-, toutes égales entr'elles. & à CA qui ſeroient chacune des livres.

Ce ſera auſſi par cette même expérience qu'on pourra trouver ſur la verge une grandeur qui réponde à quel nombre de livres on voudra, en mettant d'abord dans le baſſin un poids d'une peſanteur connuë, comme d'une livre, & cherchant enſuite avec la maſſe le point M, où le peſon demeure en équilibre ſur la ſuſpenſion C, le baſſin étant chargé d'une livre ; enſuite ſi l'on veut avoir une diſtance ſur la verge qui réponde à 2 livres, on ajoûtera au poids de 1 livre qui eſt déja dans le baſſin, un autre poids de 2 livres, & l'on cherchera encore le point N avec la maſſe où le peſon ſoit en équilibre ; la diſtance MN ſera une diſtance pour 2 livres, & le point M ſera la diviſion d'une livre, le point N de trois livres, & aïant diviſé MN en deux également, on aura la grandeur de la verge qui répond à une livre, & qui ſervira à faire toutes les diviſions de la verge.

Cette méthode de diviſer la verge eſt commode en ce que l'on ne peut pas ordinairement connoître exactement la diſtance CA qui doit être priſe depuis le point touchant du clou qui tient la ſuſpenſion dans le trou où il entre,

juſqu'au point touchant de l'autre clou qui ſoutient le baſſin dans le trou où il eſt poſé, ni même celle qui eſt entre les axes des deux clous, qui doit être à peu près égale à l'autre quand la verge eſt de niveau. Je dis que la diſtance de ces axes n'eſt qu'à peu près égale à la véritable diſtance CA qu'on doit prendre: car ſi les axes ſont de niveau, la ligne DA qui eſt la diſtance entre les deux points touchans, ſera plus grande que la diſtance entre les axes: ce qui eſt facile à voir.

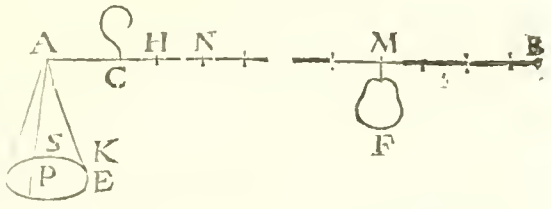
Il reſte maintenant à trouver les diviſions de la verge, lorſque la maſſe dont on ſe ſert n'eſt pas d'un poids déterminé ni connu.

Aïant trouvé comme cy-devant le point H ou L ſur la verge, où la maſſe étant poſée il y a équilibre entre les parties de la verge des deux côtés avec leurs charges, on mettra dans le baſſin E un poids P d'un nombre de livres connu, comme de 5, & l'on fera mouvoir la maſſe F tant qu'il y ait encore équilibre entre les parties de la verge & le poids P dans le baſſin, & la maſſe placée en M ſur CB, alors on ſera aſſeuré que la diſtance HM ſur la verge doit répondre à 5 livres, & par conſéquent il la faudra diviſer en cinq parties égales pour avoir les diviſions des livres ſur la verge. Le point H ſoit qu'on le trouve ſur CB, comme dans cette figure, ou ſur CA, ſera le commencement de la diviſion.

La démonſtration de cette diviſion eſt ſemblable aux précédentes: car lorſque la maſſe F eſt en H, à cauſe de l'équilibre il y a même raiſon de CA à CH, que de la peſanteur de la maſſe F aux poids K, qu'il faudroit ôter au baſſin E pour établir l'équilibre dans le peſon ſur la ſuſpenſion. Mais auſſi la maſſe étant en M, & le poids de 5 livres poſé dans le baſſin faiſant encore équilibre, il y aura même

raiſon entre CA & CM, qu'entre la peſanteur de la maſſe F & le poids de 5 livres joint au poids K qu'il faudroit ôter du baſſin.

On aura donc le poids F à la diſtance CA, comme le poids K à la diſtance CH; & le poids F à la diſtance CA, comme le poids K joint au poids P à la diſtance CM; & en raiſon égale le poids K ſera à la diſtance CH, comme le poids K joint au poids P à la diſtance CM; en raiſon alterne le poids K ſera au poids K joint au poids P de 5 livres, comme la diſtance CH à la diſtance CM; & en diviſans, le poids K ſera au poids K joint au poids P moins le poids K, ce qui le réduit au ſeul poids P, comme la diſtance CH à la diſtance CM, moins la diſtance CH qui eſt HM; & en raiſon alterne le poids K ſera à la diſtance CH, comme le poids P à la diſtance HM. Mais on a trouvé d'abord que le poids K étoit à CH, comme le poids de la maſſe F étoit à CA; donc le poids F à CA, comme le poids P à HM, & en raiſon alterne le poids F au poids P, comme la grandeur CA à la grandeur HM.



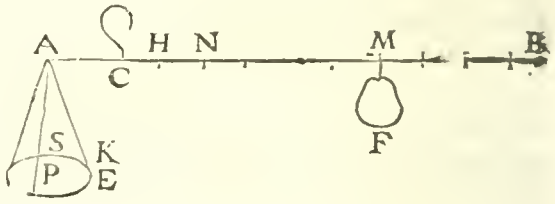
On fera la même démonſtration pour tout autre poids que P, & l'on trouvera toûjours que F ſera à CA, comme le poids mis dans le baſſin ſera à la grandeur de la diviſion ſur le bras de la verge: on aura donc en raiſon égale le poids P à un autre poids, par exemple de 1 livre, comme HM à la partie de la verge depuis le point H, qui ſera auſſi la cinquiéme partie de HM, & qui répondra au poids de 1 livre qui eſt la cinquiéme partie de 5 livres, & ainſi des autres.

Ce ſera la même choſe, ſi le commencement de la diviſion ſe rencontruit ſur CA.

Enfin, on pourra connoître par ce moïen quelle ſera la peſanteur abſoluë de la maſſe F, puiſqu'elle aura même raiſon à CA, que 1 livre doit avoir à une des diviſions de CB; ainſi elle contiendra autant de livres & de parties de livres, que la grandeur CA contient de diviſions CB, comme HN qui répond à 1 livre, & de ſes parties.

Lorſque j'ay dit dans la démonſtration, que la partie CB de la verge étoit égale en peſanteur à la partie CA avec ſa charge, il ne faut pas entendre que ce ſoit en peſanteur abſoluë, mais ſeulement en peſanteur relative, c'eſt-à-dire que la peſanteur abſoluë de la partie CB de la verge eſt tellement diſpoſée par rapport à l'appui C, qu'elle fait équilibre avec l'autre partie CA & ſa charge comme elle ſe trouve diſpoſée par rapport au même appui commun C: car dans l'équilibre les peſanteurs relatives ſont toûjours égales, mais les peſanteur abſoluës peuvent être fort inégales.

Dans la conſtruction du peſon on met fort ſouvent un crochet à la place du baſſin de balance que j'ay repreſenté dans la figure.



Pour ce qui eſt du ſecond crochet ou anſe G qui ſert à ſuſpendre le peſon en renverſant la verge enſorte que la partie de deſſous de la verge vienne au deſſus, & celle de deſſus vienne au deſſous, & le baſſin où le crochet ſuſpendu en A y demeure toûjours ſuſpendu en tournant ſur le clou qui tient à la verge, on le fait ordinairement pour peſer de plus grands poids qu'avec l'anſe D, car on le ſuppoſe beaucoup plus proche du point A que l'autre, & l'on fait les diviſions du côté de la verge qui répond à la ſuſ-

penſion S de l'anſe G, de la même maniere que pour l'autre, en ſe ſervant de la même maſſe. Alors dans ce renverſement du peſon le crochet ou l'anſe D qui en attachée à la verge du côté de B, par rapport à la ſuſpenſion S du crochet G, fait partie de la peſanteur abſoluë du bras SB de la verge, mais cela ne fait rien à la maniere de diviſer la verge.

La diviſion de la verge qui répond à la ſuſpenſion, C, s'appelle *le foible* du peſon, & l'autre diviſion qui répond à l'autre ſuſpenſion S, s'appelle *le fort*.

PROPOSITION XXXVI.

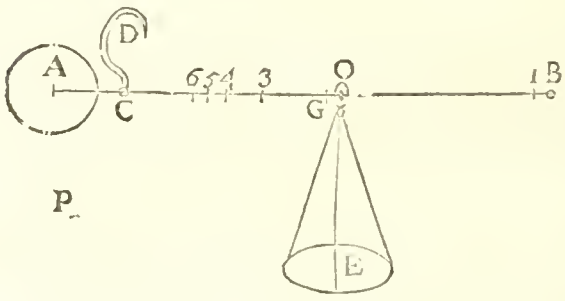
ON *explique icy la conſtruction & la diviſion d'une ſeconde eſpece de peſon.*

Dans cette eſpece de peſon le poids ou la maſſe eſt arrêtée ferme à l'extrémité A de la verge AB. L'anſe ou le crochet D eſt ſuſpendu au point C, comme dans le précédent, & le baſſin E où l'on met les marchandiſes coule au long du bras CB de la verge par le moïen d'un anneau plat O, comme la maſſe dans le précédent. (*Voïez la Fig. ſuiv.*)

Pour faire les diviſions de cette eſpece de peſon on ſe ſervira d'une methode qui eſt à peu prés ſemblable à la derniere dont on s'eſt ſervi dans l'autre peſon. Car ſans avoir égard au poids des parties de la verge ny de la maſſe aïant ôté le baſſin & aïant ſuſpendu le poids de 1 livre à un fil délié, dont la peſanteur ne ſoit pas conſidérable, on le placera ſur quelque point du bras CB, enſorte qu'il y ait équilibre entre cette livre & la maſſe A attachée à l'extremité du bras CA, & alors on mettra la marque de 1 livre ſur le bras CB au point B. Enſuite on diviſera la longueur de ce bras au point G en deux également, & ce point ſera la diviſion de 2 livres, & en prenant de ſuite ſur ce bras toutes ſes parties aliquotes, comme C 3 le tiers

de CB ; C 4 le quart de CB ; C 5 la cinquiéme partie, & ainſi de ſuite, on aura toutes les diviſions des livres ſur le bras CB, car les points 1, 2, 3, 4, 5, &c. ſeront ceux des diviſions, quelque ſoit la peſanteur du bras de la verge CB, par rapport au bras CA, & à la maſſe A.

Mais ces diviſions étant faites ſans avoir égard à la péſanteur du baſſin E, ou du crochet qui doit porter la marchandiſe qu'on veut peſer, il les faudra corriger, afin que les marchandiſes étant miſes dans le baſſin, les diviſions donnent exactement le poids des marchandiſes ſans avoir égard au baſſin. Il faut donc que toutes ces diviſions ſoient un peu rapprochées de l'appui C, d'une partie de chaque diviſion de livre qui repreſente le poids du baſſin & de ſa ſuſpenſion, par rapport à la livre; comme ſi le baſſin avec ſa ſuſpenſion peſoit deux onces, il faudroit rapprocher la diviſion qui conviendroit à chaque livre, de la partie de chaque diviſion qui conviendroit à 2 onces, ce que l'on trouvera dans les propoſitions ſuivantes, en donnant la maniere de peſer les parties de la livre avec les differens peſons.



La démonſtration de la diviſion qu'on vient de faire ſera facile à comprendre, ſi l'on conſidere que la maſſe A eſt compoſée de deux poids, dont l'un eſt ce qu'il faut avec la peſanteur du bras CA dans la diſpoſition où ils ſont à l'égard de l'appui C, pour faire équilibre avec la peſanteur toute ſeule de l'autre bras CB, dans la place où il eſt, & l'autre partie de la maſſe, eſt un poids que j'appelle P.

Cet

Cet équilibre étant ainſi établi, on peut conſiderer tout le levier comme s'il n'avoit aucune peſanteur, & que la maſſe fût ſeulement le poids P tel qu'il puiſſe être.

Maintenant puiſque l'experience nous a donné le point B, d'où le poids de 1 livre étant ſuſpendu il y a équilibre entre le poids P ſuſpendu en A ſur l'appui C, il eſt évident que le moment du poids P en A ſera égal au moment du poids de 1 livre en B. Mais auſſi par la même raiſon, puiſque le moment du poids P en A demeure toûjours le même, il faudra auſſi que dans l'équilibre le moment d'un nombre de livres tel qu'on voudra, leſquelles ſeront ſuſpenduës au bras CB, ſoit égal à celui du poids P ſuſpendu en A. On aura donc le moment de 1 livre ſuſpenduë en B égal au moment d'un nombre de livres tel qu'on voudra dans ſon point de ſuſpenſion, comme de 2 livres dans le point O. Mais ces deux momens étant égaux, il y aura même raiſon entre leurs diſtances depuis l'appui C & leurs poids réciproquement, c'eſt-à-dire que le poids de 2 livres ſera au poids de 1 livre, comme CB à CO; donc CO ſera la moitié de CB.

On démontrera de même que le poids de 3 livres ſera au poids de 1 livre, comme CB au tiers de CB qui eſt C 3, & par conſéquent la diviſion 3 convient au poids de 3 livres, & ainſi des autres diviſions.

Cette eſpece de balance a une grande incommodité, en ce que pour trouver l'équilibre il faut faire mouvoir le baſſin avec les marchandiſes dont il eſt chargé, au long du bras CB.

PROPOSITION XXXVII.

CETTE *propoſition contient la conſtruction & la diviſion d'une troiſiéme eſpece de peſon.*

Dans cette eſpece de peſon le baſſin où l'on met la

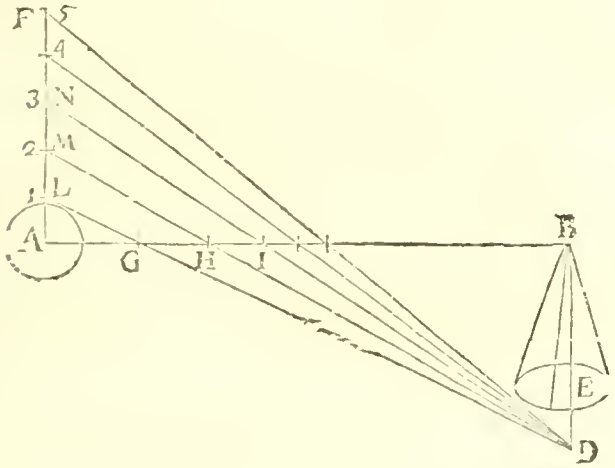
marchandiſe eſt ſuſpendu à l'une des extrémités B de la verge, & la maſſe A eſt arrêtée ferme à l'autre extrémité; mais l'anſe où le crochet qui en fait la ſuſpenſion, eſt mobile au long de la verge.

Pour avoir les diviſions juſtes ſur la verge de ce peſon, il les faudra trouver par expérience, en mettant des poids différens dans le baſſin, & cherchant les diviſions avec la ſuſpenſion. Mais ſi l'on veut n'avoir aucun égard à la peſanteur de la verge AB qui peut être inégale dans ſes parties, ni à celle du baſſin E, on pourra trouver les diviſions de la verge de ce peſon en cette ſorte, quelque puiſſe être la peſanteur de la maſſe ſuſpenduë au point A.

Par les extrémités A & B de cette verge aïant mené deux lignes AF, BD paralleles entr'elles, on ſuſpendra le poids de 1 livre au point B, & l'on cherchera ſur la verge avec l'anſe le point G, où le poids de 1 livre en B demeure en équilibre avec la maſſe ſuſpenduë en A. Enſuite par quelque point D de la ligne BD, on menera DG prolongée juſqu'à la ligne AF au point L, & ſur AF on prendra les parties LM, MN, &c. égales entr'elles & à AL. Enfin par le point D & par les points MN on tirera des lignes DM, DN qui couperont AB en H, en I, &c. qui ſeront les points de diviſion en livres ſur la verge.

Pour la démonſtration de cette diviſion, puiſque l'on a l'équilibre en G entre le poids de 1 livre en B & la maſſe en A, il y aura même raiſon de GA à GB, que de 1 livre à la maſſe, qui eſt la raiſon réciproque des poids & des diſtances des bras du levier par rapport à la ſuſpenſion G. Mais à cauſe des triangles ſemblables GAL, GBD, comme GA eſt à GB, ainſi AL eſt à BD, & par conſéquent AL eſt à BD, comme 1 livre à la maſſe. Mais auſſi par la conſtruction AM eſt à BD, ou 2 AL ſont à BD, comme HA à HB, il faudra donc pour faire équilibre entre la maſſe & le poids ſuſpendu en B, l'anſe étant poſée en H.

que ce poids ſoit double du précédent, c'eſt-à-dire qu'il ſoit de 2 livres; car BD qui eſt la même pour toutes les diviſions, ſera toûjours à la maſſe A, comme toutes les diſtances AL, AM, AN, ou bien AL, 2 AL, 3 AL, &c. aux poids des livres ſuſpenduës en B.



Ce peſon eſt fort incommode, en ce qu'il fait mouvoir la verge avec la charge des marchandiſes & de la maſſe, pour trouver l'équilibre; c'eſt pourquoi nous ne nous y arrêterons pas davantage. On remarquera ſeulement que les diviſions, comme nous les venons de trouver, ſont en proportion harmonique continuë, c'eſt-à-dire que BA eſt à BH, comme AG à GH; & BG à BI, comme GH à HI, & ainſi de ſuite.

REMARQUES SUR LES TROIS ESPECES de Peſons.

Dans la premiere eſpece de peſon les diviſions des poids égaux, comme des livres, ſont des parties égales.

Dans la ſeconde ſont des parties de la progreſſion $\frac{1}{0}$, $\frac{1}{1}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{15}$, $\frac{1}{21}$, &c. où les numérateurs étant l'unité les différences des dénominateurs augmentent de ſuite de l'unité.

Et dans la troiſiéme ces parties ſont des differences de grandeurs en proportion harmonique continué.

PROPOSITION XXXVIII.

COMMENT *on peut peſer les parties de la livre, avec le peſon de la premiere & de la ſeconde eſpece.*

Il eſt facile à voir que dans le peſon de la premiere eſpece où toutes les parties ſont égales, ſi l'on diviſe chacune de ces parties en d'autres parties égales entr'elles, & au nombre des parties de la livre qu'on veut avoir, comme en 16. on aura des diviſions, où la maſſe étant placée elle donnera la peſanteur de la marchandiſe en livres, & en parties de livres telles qu'on les demande, qui ſeront des onces.

Mais comme ces diviſions ſeroient fort ſerrées, on ne pourroit peſer ces parties que fort imparfaitement; on ſe ſervira donc de cette methode qui ſera beaucoup plus juſte & plus facile en ſe ſervant des mêmes diviſions des livres. On aura un petit poids qui ſera la même partie de la maſſe que celle des livres qu'on veut avoir: par exemple, ſi l'on demande des onces, on aura un poids attaché à un crochet, qui ſera avec ſon crochet la ſeiziéme partie de la maſſe, de quelque peſanteur qu'elle ſoit.

Pour l'uſage, on placera d'abord la maſſe ſur une des

diviſions de livres la plus grande qu'on pourra ; & pour les onces qui doivent être jointes à ce nombre de livres, on placera encore le petit poids ſur le même bras où ſont les diviſions des livres, & lorſqu'on aura trouvé l'équilibre entre la marchandiſe d'un côté & la maſſe de l'autre avec le petit poids, la diviſion où la maſſe ſe trouvera placée donnera le nombre des livres, & celle où ſera le petit poids donnera le nombre des onces qu'il faut ajoûter à ces livres.

La démonſtration de cette pratique eſt facile, car il doit y avoir même rapport entre la maſſe & ſa ſeiziéme partie, qu'entre une livre dans le baſſin & une once, & par conſéquent la ſeiziéme partie de la maſſe donnera ſur chaque diviſion des livres une ſeiziéme partie de livre, c'eſt-à-dire une once ; & enfin ſur la diviſion de 16. livres elle donnera une livre. La même choſe ſe doit entendre de toute autre diviſion.

Quand on veut peſer avec le peſon ces petites parties, il faut qu'il ſoit fait de telle façon qu'il n'y ait que très peu de frottement dans la ſuſpenſion.

On remarquera que les diviſions qu'on a trouvé pour les livres, ne pourront ſervir pour les parties que lorſque le commencement de la diviſion ſera au point de la ſuſpenſion ; ſinon il faudra faire des diviſions legeres égales à celles des livres, en commençant à la ſuſpenſion, leſquelles ſerviront pour les parties de la livre telle qu'on voudra.

Car la maſſe étant poſée dans la diviſion d'un nombre de livres, fait équilibre avec ces mêmes livres dans le baſſin : c'eſt pourquoi le peſon étant alors en équilibre ſur ſa ſuſpenſion, il faut que les diviſions des parties qu'on ajoûtera dans le baſſin, commençant à la ſuſpenſion ſuivant les régles précédentes des diviſions. Il faut auſſi remarquer que pour peſer des onces ou d'autres parties de la

livre toutes ſeules, il faut que la maſſe ſoit placée au commencement de la diviſion des livres, afin qu'il y ait équilibre entre les deux bras de la verge & leurs charges, avant que d'y mettre le petit poids qui convient aux parties.

Pour ce qui eſt de la ſeconde eſpece de peſon, il faudra diviſer chaque diviſion de livre du bras CB dans le nombre des parties de la livre qu'on demande. Par exemple, ſi l'on demandoit des quarterons, il faudroit les diviſer en quatre parties qui doivent être inégales, & qu'on trouvera par la maniere ſuivante.

Puiſque le point B dans la figure de la trente-ſixiéme propoſition eſt la diviſion de 1 livre, il faudra que le point de la diviſion de la demie livre ſoit éloigné de C ſur CB, du double de CB, en ſuppoſant la verge prolongée: car alors le moment d'une demie livre ſuſpenduë au double de CB ſera égal au moment de 1 livre ſuſpenduë en B, & par la même raiſon la diviſion qui conviendra au quarteron, devra être ſur CB prolongée, éloignée de C de quatre fois CB; & enfin pour quelqu'autre partie de la livre que ce puiſſe être, il faudra toûjours qu'il y ait même raiſon de cette partie à la livre entiere, que de CB à la diſtance depuis le point C juſqu'au point de diviſion de cette partie ſur la verge prolongée.

Maintenant la diviſion de cette partie étant trouvée, on trouvera les diviſions de ſuite de toutes les parties multiples de celle-cy, comme on a trouvé celles des livres, & ainſi toute la verge ſe trouvera diviſée dans les parties des livres qu'on voudra.

C'eſt auſſi par ce moïen qu'on pourra corriger les diviſions des livres, à cauſe de la peſanteur du baſſin ou du crochet qui ſoutient les marchandiſes. Comme ſi le baſſin peſoit deux onces avec ſon anneau & ſes cordons, & que la diviſion G fût celle des deux premieres onces, après la diviſion de deux livres que je ſuppoſe au point O, il fau-

droit marquer le point G de la diviſion de deux livres au lieu du point O. Il eſt évident qu'il faudroit faire cette correction, puiſque ce ne ſeroit pas ſeulement le poids de deux livres qu'il faudroit peſer, mais le poids de deux livres & deux onces, dont l'équilibre avec la maſſe ſe feroit au point G, qu'on marqueroit du caractere de deux, comme s'il n'y avoit point de baſſin, la diſtance OG ſuppléant à la peſanteur du baſſin.

Je ne parle point de la maniere de corriger les diviſions de la troiſiéme eſpece de peſon, à cauſe de l'incommodité qu'il y a dans ſon uſage.

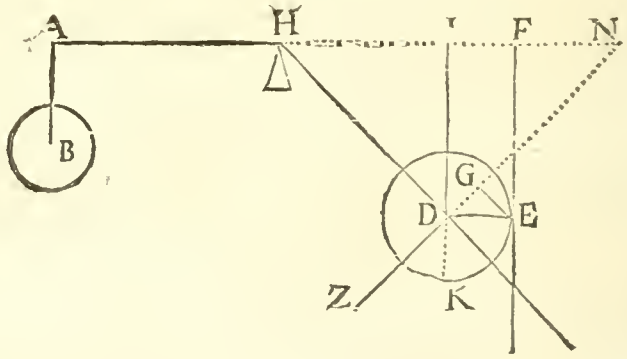
PROPOSITION XXXIX.

SOIT *le levier angulaire AHD avec les bras égaux, dont l'un AH eſt perpendiculaire à la direction des poids, & à ſon extrémité A ſoit appliqué le poids B; l'autre bras HD ſera donc incliné, & l'on y appliquera un poids KE circulaire ou ſphérique, dont le centre D puiſſe gliſſer au long du bras HD.*

Je dis que ſi le poids KE eſt retenu contre le plan EF, que je ſuppoſe perpendiculaire à la direction des poids, enſorte que ce poids KE puiſſe auſſi couler au long du plan EF, pour faire l'équilibre entre ces deux poids ainſi appliqués aux bras du levier, il faudra qu'ils ſoient entr'eux dans la raiſon directe des perpendiculaires menées de l'appui H aux directions, c'eſt-à-dire que le poids B doit être au poids KE, comme HA à HI, qui ſont les perpendiculaires menées de l'appui H aux directions des poids & qui ſont priſes directement, ce qui eſt un paradoxe de mécanique, puiſque nous avons démontré que ces perpendiculaires doivent être priſes réciproquement. Il faut donc voir comment cette raiſon directe ſe tire de la raiſon réciproque.

Nous pouvons conſidérer le poids K, comme ſi ce n'étoit qu'un point peſant D qui fût attaché à l'extrémité

d'un levier ED, lequel eſt appuié contre le plan EF au point E, puis qu'effectivement ce poids y eſt appuïé. Mais la direction du point peſant D eſt ſelon la ligne IDK parallele à EF, & il eſt retenu par le bras du levier HD qui le pouſſe ſelon la direction DG perpendiculaire à HD ; & dans l'état d'équilibre la peſanteur abſoluë du poids D ſelon la direction DK, ſera à la puiſſance que j'appelle Z appliquée en D qui le ſoutient en le pouſſant ſelon DG, comme EG à ED par la quinziéme propoſition. Maintenant ſi la direction DK du poids D eſt prolongée juſqu'en I à la ligne HI, qui eſt AH prolongée, & qui eſt perpendiculaire à la direction KDI, il eſt évident que EG ſera à ED, comme HI à HD, à cauſe des triangles rectangles ſemblables EGD, HID : donc le poids D ſera à la puiſſance Z, comme KI à HD.



Mais à cauſe que le poids B a ſa direction perpendiculaire à ſon bras HA, & la puiſſance Z a auſſi ſa direction perpendiculaire à ſon bras, la puiſſance Z ſera à la puiſſance ou au poids B, comme HA à HD. Le poids D ſera donc au poids B dans la raiſon compoſée de HI à HD, & de HA à HD, qui eſt celle du rectangle de HI, HA au quarré de HD ; & ſi les bras HA, HD ſont égaux, cette raiſon

raiſon ſe réduit à celle de HI à HD ou HA : ce qui étoit propoſé.

Conſéquence.

Si les deux poids D & B étoient égaux le rectangle HI, HA ſeroit égal au quarré de HD, c'eſt-à-dire que HA ſeroit la troiſiéme en proportion continuë après HI, HD, qui ſeroit égale à HN que l'on trouveroit ſur HI prolongée en N, où elle rencontreroit DN perpendiculaire à HD.

On trouveroit auſſi que dans quelque proportion que ce fût des bras de la balance HA, HD, le poids D devroit toûjours être au poids B, comme HA à HN, au lieu que ſi le poids D étoit attaché & ſuſpendu à l'extrémité D du bras HD, ce devroit être comme HA à HI. Car puiſque nous avons trouvé que le poids D doit être au poids B dans la raiſon compoſée de HI à HD, & de HA à HD ; ſi l'on prend les termes de la raiſon de HD à HN, au lieu de ceux de ſon égale HI à HD, on aura le poids D au poids B dans la raiſon du rectangle HD, HA, au rectangle HN, HD, qui eſt celle de la ligne HA à la ligne HN.

On connoît donc encore par-là que le poids D étant appliqué au bras HD, comme je viens de l'expliquer, il aura beaucoup plus de force, ou il fera un bien plus grand effort que s'il étoit attaché dans le même endroit au bras HD, puiſque le poids D étant meſuré par la ligne HA, dans le premier cas la ligne HN ſeroit la meſure du poids B qui feroit équilibre avec le poids D, & dans le ſecond ce ſeroit la ligne HI.

Remarque.

Si l'on veut conſtruire cette eſpece de balance, il faudra que le bras HD ſoit fort poli par le deſſus où le poids D doit gliſſer, & l'on pourra prendre pour le poids deux roulettes

de plomb qui ſeront jointes enſemble par un petit axe de fer fort delié qui gliſſera ſur le bras HD, la circonférence de ces roulettes coulant en deſcendant au long du plan FE.

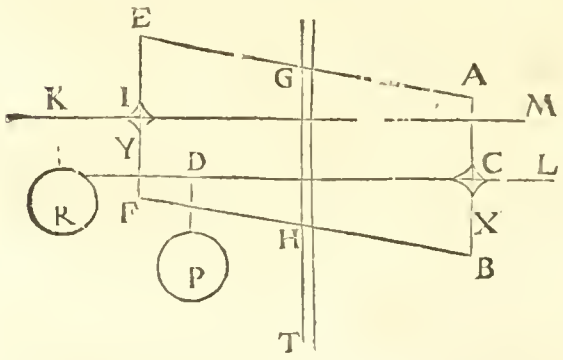
PROPOSITION XL.

ON *donne dans cette propoſition la conſtruction d'une balance où des poids égaux demeurent toûjours en équilibre, ſoit qu'ils ſoient placés à differente diſtance de l'appui, ſoit qu'ils ſoient tous deux du même côté, ou de differens côtés.*

On peut dire que cette propoſition eſt un autre paradoxe de Mécanique. La conſtruction de cette balance eſt de M. de Roberval.

Voy. Journal des Sçavans 1670. p. 9.

Soit le parallelograme ABEF fait de quatre régles de cuivre ou de fer, leſquelles ſont mobiles ſur les clous



ABFE qui les aſſemblent, enſorte que les angles de ce parallelogramme peuvent changer comme on voudra. Pour la démonſtration nous ſuppoſons que ce rectangle ſoit fait de quatre lignes droites qui paſſent par les centres des clous; & que ſes côtés AE, BF ſoient mobiles ſur leurs points du milieu G & H, étant attachés à la régle TS qui ſert de pied à cette machine, & doit être poſée parallele à la direction des poids.

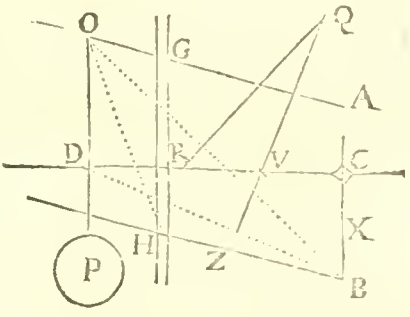
De plus en quelque endroit que ce ſoit des autres régles EF, AB, comme en I & en C, ſoit appliqué deux régles

KIM, DCL qui faſſent des angles droits avec les régles EF, AB y étant bien ſoudées ou rivées.

Il eſt évident par cette conſtruction, que quelqu'angle qu'on faſſe prendre au parallelogramme, les côtés AB, EF demeureront toûjours paralleles entr'eux & à la régle TS, c'eſt-à-dire à la direction des poids, & par conſéquent que les régles KM, DL ſeront auſſi toûjours paralleles entr'elles, & perpendiculaires à la même direction.

Je dis maintenant, que ſi l'on ſuſpend des poids égaux P, R aux régles KM, DL en quelqu'endroit que ce ſoit, ces deux poids ſeront en équilibre, ſoit que les ſuſpenſions D & K de ces deux poids ſoient d'un même côté par rapport à la régle GH qui ſert d'apui à la balance, ou de differens côtés, ſoit qu'ils ſoient proches où éloignés de ce même appui.

Le point D eſt arrêté de telle maniere avec la régle AB, par le moïen de la régle DC qui ne fait qu'un même corps avec AB, que l'on peut conſidérer l'angle DBA comme un levier angulaire.



Si nous ſuppoſons donc que ce levier angulaire DBA ſoit tiré par l'extrémité D avec le poids P ſelon la direction PDO, & que ſon angle ſoit ſoutenu par la puiſſance O ſelon la direction OB, l'autre extrémité A étant retenuë par la puiſſance G ſelon la direction OGA, le point O ſera le concours des trois directions. Aïant mené les trois lignes QV, QR, RV perpendiculaires aux trois directions OA, OB, OD, le triangle QRV formé par ces trois perpendiculaire, donnera le rapport des trois puiſſances appliquées à ces di-

rections dans le cas de l'équilibre par la vingt-troiſiéme propoſition.

Mais comme la puiſſance en G eſt arrêtée au pied, on la peut regarder comme l'appui, & conſidérer ſeulement le rapport du poids P à la puiſſance O, qui ſera celui de la ligne RV à RQ. (*Voïez la Fig. précédente.*)

Maintenant ſi l'en conſidere un autre levier angulaire AOH dont les extrémités A & H ſoient tirées par deux puiſſances X & Z, ſelon les directions AB, HB, & l'appui O ſoutenu par la même puiſſance O qui ſoutenoit auparavant l'appui ſelon la même direction OB; le triangle QRV qui exprimoit cy-devant le rapport des trois puiſſances pour le levier ABD, ſervira auſſi pour exprimer les trois autres XZO, car ſes trois côtés ſont auſſi perpendiculaires aux trois directions, HB parallele à GA, AB parallele à OD, & OB qui eſt commune.

Mais à cauſe que dans ce levier AOH, le point H eſt arrêté ferme ſur le pied de la machine nous pourrons le conſidérer comme l'appui, & les deux autres puiſſances agiſſant l'une contre l'autre; nous aurons donc la puiſſance O agiſſant ſelon OB, à la puiſſance X agiſſant ſelon AB comme QR à RV.

Il eſt donc évident que la puiſſance où le poids P ſuſpendu en D ſera à la puiſſance X, tirant le point A ſelon AB dans la raiſon compoſée de RV à RQ, & de QR à RV, qui eſt la raiſon d'égalité. Il y aura donc équilibre entre le poids P ſuſpendu en D, & la puiſſance X égale au poids P appliquée en A ſelon AB.

On démontrera de même que le poids R ſuſpendu en K à la régle KIM, fera équilibre avec une puiſſance Y égale au poids R, laquelle étant appliquée en E agit ſelon la ligne EF; on peut donc ſubſtituer à la place des poids P & R les puiſſances égales X & Y qui agiſſent en A & en E avec des directions paralleles entr'elles & à la direction des poids :

mais ces puiſſances égales étant appliquées aux extrémités A & E des bras égaux de la balance GA, GE qui a ſon appui en G, elles ſeront en équilibre : les poids P & R qui font même effort ſur cette machine que les puiſſances X & Y, ſeront donc en équilibre. Ce ſera la même choſe en quelqu'endroit des régles DL, KM qu'on ſuſpende les poids, & c'eſt ce qu'il falloit démontrer.

Il n'eſt pas difficile à voir qu'on peut conſtruire pluſieurs machines qui feront le même effet que celle-cy.

On peut auſſi démontrer la même choſe, & fort facilement par la ſixiéme propoſition: car ſi les poids ſont égaux, il eſt évident par la conſtruction de la machine que leurs momens ſeront égaux en quelqu'endroit qu'ils ſoient placés ſur leurs bras KIM, DCL, puiſqu'ils y ſeront toûjours en diſpoſition de parcourir des eſpaces égaux, qui ſont auſſi égaux à ceux que décriroient les extrémités EA, FB des régles EA, FB. Car les régles AB, EF étant retenuës par leurs extrémités enſorte qu'elles demeurent toûjours paralleles à l'appui GH, l'effort des poids P & R ſur les extrémités AB, EF pour les écarter ou pour les approcher de l'appui GH ne doit pas être conſideré, puiſque cet appui eſt ſuppoſé immobile, il reſtera donc ſeulement aux poids l'effort de leur peſanteur abſoluë pour tirer en bas les points A & E du levier AGE, de même que s'ils étoient appliqués ou ſuſpendus à ces mêmes extrémités A & E; & ainſi la balance ſe réduit à un levier ordinaire AGE qui a ſon appui en G.

Il eſt donc auſſi évident que ſi les poids P & R ſont en raiſon réciproque des bras GE, GA, il y aura toûjours équilibre dans cette eſpece de balance, puiſque leurs momens ſeront auſſi égaux par la ſixiéme propoſition.

PROPOSITION XLI.

AVEC *tel nombre de poids qu'on voudra qui ſeront en proportion géometrique dans la raiſon de 1 à 3, on pourra peſer dans une balance ordinaire qui a les bras égaux, tous les poids qui ſont depuis l'unité juſqu'à la ſomme de tous les poids propoſés.*

Soit par exemple les quatre poids de 1, 3, 9, 27 livres, qui ſont en raiſon triple continuë, je dis qu'on pourra peſer avec ces quatre poids toutes les livres depuis l'unité juſqu'à 40. qui eſt la ſomme des quatre poids.

Il eſt certain que tout nombre eſt multiple du nombre trois ce qu'on appelle ternaire, ou ternaire plus ou moins l'unité : c'eſt pourquoi ſi l'on ôte l'unité du ternaire, il reſtera le nombre moïen entre l'unité & le ternaire, qui ſera 2 ; & ce ſera la même choſe du nombre 9. qu'on peut conſidérer comme ternaire du ternaire ; car ſi l'on en ôte le ternaire qui eſt à ſon égard comme l'unité à l'égard de 3, il reſtera 6 qui eſt le moïen entre 3 & 9.

Mais puiſque les nombres depuis 3 juſqu'à 9 ſont diviſés en deux ternaires, on en pourra remplir les intervalles en l'ajoûtant ou en l'ôtant : par exemple, ſi au poids 3 on ajoûte l'unité, on aura 4 ; ſi du poids 9 moins 3, qui eſt 6, on ôte l'unité, on aura 5 ; & ſi au poids 9 moins 3 on ajoûte l'unité, on aura 7 ; & ſi du poids 9 on ôte l'unité, on aura 8.

Enfin le poids 9 eſt à l'égard du poids 27, ce que 3 eſt à l'égard de 9 ; & ſi de 27 on ôte 9, il reſte le moïen 18 entre 9 & 27, dont on pourra remplir les intervalles en ôtant & ajoûtant avec les deux autres poids précédens 1 & 3, comme on a fait. Il en ſera de même de tout autre poids de cette même progreſſion.

Mais au dernier poids, comme icy 27, on peut ajoûter

le poids 9, & remplir ſes intervalles avec 1 & 3 en ajoûtant ou ôtant ; de même on peut encore ajoûter à la ſomme des deux poids 27 & 9, le poids trois, & remplir ſes intervalles avec l'unité, & enfin ajoûter les quatre poids enſemble qui feront la ſomme de 40. livres.

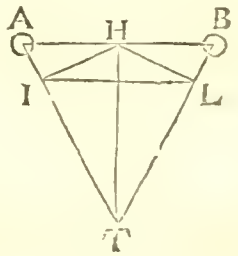
On appelle ôter dans la pratique, quand on met le poids qu'on veut ôter, du côté où ſont les marchandiſes, & ajoûter quand on le met de l'autre côté où il y a déja d'autres poids.

Avertiſſement.

Dans les propoſitions ſuivantes on examine ce qui doit arriver aux poids ſuſpendus à un levier, ou bien aux corps peſans, en ſuppoſant que leur direction tend au centre de la terre; & l'on remarquera que l'on ne peut pas dans cette ſuppoſition donner quelle figure on voudra aux poids, à cauſe que le centre de gravité des corps peſans change ſuivant leurs differentes diſpoſitions au centre de la terre, comme on verra dans la ſuite : on les doit donc conſiderer comme des points péſans.

PROPOSITION XLII.

SI le levier AB qui a ſes bras égaux HA, HB, & qui eſt perpendiculaire a la ligne droite HT menée de l'appui H au centre de la terre T, eſt chargé de deux poids égaux, qui ſont deux points peſans, à ſes extrémités A & B, il y aura équilibre entre ces deux poids.



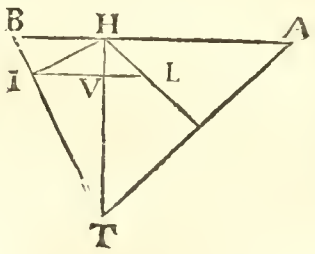
Cette propoſition eſt évidente : car ſoient AT, BT les directions des deux points peſans A & B. Aïant mené les perpendiculaires HI, HL, IL aux directions AT, BT, HT, on aura le triangle HIL, dont les côtés donneront la propertion

des trois puiſſances qui doivent être appliquées à ces directions pour faire équilibre, par la vingt-troiſiéme propoſition; mais par l'hypothéſe ce triangle doit être iſoſcelle, à cauſe que l'angle ATB eſt coupé en deux également par HT, les deux puiſſances A & B qui ſont entre-elles comme les côtés HI, HL, ſeront donc égales: ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XLIII.

MAIS *ſi les bras HA, HB ſont inégaux, quoique le levier AB ſoit perpendiculaire à la direction HT, le triangle HIL ne ſera plus iſoſcelle, & dans le cas de l'équilibre les puiſſances ou les poids appliqués en A & en B qui doivent être entr'eux comme les cotés HI, HL, ne ſeront pas réciproquement comme les bras HA, HB de ce levier droit; c'eſt pourquoi ſi on les ſuppoſe dans cette raiſon, ils ne ſeront pas en équilibre, & celui qui ſera appliqué au plus petit côté HB l'emportera ſur l'autre.*

Soit comme cy-devant les perpendiculaires, HI, HL, IL ſur les trois directions, il faut donc par la vingt-troiſiéme propoſition que les trois puiſſances ſoient entr'elles comme les trois côtés du triangle HIL pour faire équibre.



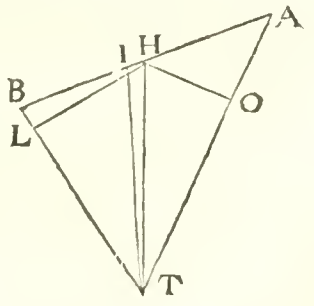
A cauſe des triangles rectangles qui ſont ſemblables HAT, VHL, & HBT, VHI, on aura HA à AT, comme VH à HL, & BT à BH, comme HI à HV. Si l'on multiplie donc par ordre les termes de ces deux proportions, on aura le rectangle HA, BT qui ſera au rectangle AT, BH, comme le rectangle VH, HI au rectangle HL, HV; c'eſt-à-dire comme

comme HI à HL, à cauſe de la hauteur VH commune à ces deux rectangles. Mais le rectangle HA, BT n'eſt pas au rectangle AT, BH, comme HA à BH, puiſque BT eſt plus petite que AT par l'hypothéſe; mais ce ſera comme une ligne plus petite que HA à BH dans le cas de l'équilibre. Il eſt donc évident que ſi le poids en B eſt au poids en A, comme HA à HB; le poids B ſera plus grand qu'il ne faudra pour l'équilibre, & qu'il l'emportera ſur l'autre: ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION. XLIV.

MAINTENANT *ſi les bras du levier HA, HB ſont égaux, mais qu'il ſoit incliné à la ligne HT menée du centre de la terre à l'appui H, il n'y aura pas équilibre entre des poids égaux ſuſpendus aux extrémités des bras de ce levier; mais celui qui ſera le plus incliné l'emportera ſur l'autre.*

Puiſque la ligne BHA eſt inclinée à la ligne TH, dans le triangle ATB le côté TA ſera plus grand que le côté TB: c'eſt pourquoi ſi l'on ſuppoſoit que l'angle ATB fût coupé en deux également par quelque ligne TI, les ſegmens IA, IB de la baſe AB auroient entr'eux la même raiſon que les côtés TA, TB, & par conſequent IA ſeroit plus grand que IB: mais comme HA eſt égale à HB par l'hypothéſe, il s'enſuit que l'angle HTA eſt plus petit que l'angle HTB.



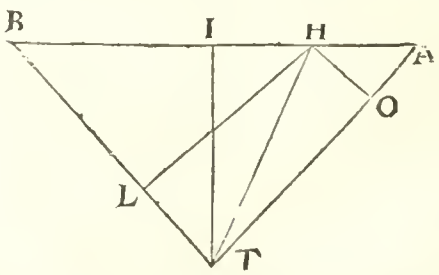
Du point d'appui H aïant mené les perpendiculaires HO, HL ſur les directions AT, BT on formera les deux triangles rectangles TOH, TLH qui auront l'hypotenuſe commune TH: mais dans ces deux triangles le côté oppoſé au

plus grand angle ſera plus grand que celui qui eſt oppoſé au plus petit angle ; c'eſt pourquoi HL ſera plus grande que HO, puiſque l'angle HTB eſt plus grand que l'angle HTA. Mais par la propoſition neuviéme, l'effort des puiſſances ou des poids doit être meſuré par les perpendiculaires HO, HL ; donc dans le cas de l'équilibre la puiſſance A doit être à la puiſſance B, comme HL à HO : mais ſi ces deux puiſſances A & B ſont égales, celle dont l'effort eſt plus grand qui eſt B, puiſqu'il eſt meſuré par la ligne HL, l'emportera ſur l'autre A, dont l'effort eſt meſuré par HO plus petite que HL : ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XLV.

SI un levier AB a ſes bras inégaux HA, HB, & que la ligne TH menée du centre de la terre T au point d'appui H, ſoit inclinée au levier : mais que la ligne droite TI menée du centre de la terre T au milieu I du levier, lui ſoit perpendiculaire ; ſi les poids A & B appliqués aux extrémités de ce levier ſont entr'eux comme les bras HB HA du levier pris réciproquement, il y aura équilibre entre ces poids.

Du point d'appui H du levier BA aïant mené les perpendiculaires HO, HL ſur les lignes de direction, il faudra par la neuviéme propoſition que le poids A ſoit au poids B, comme la ligne HL à la ligne HO dans le cas de l'équilibre.



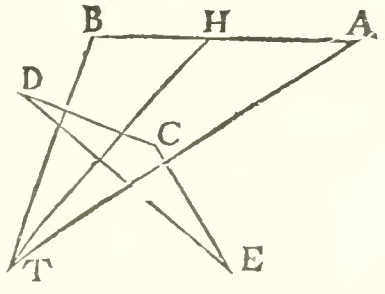
Mais à cauſe que TI eſt perpendiculaire à AB, & qu'elle la coupe en deux également en I, le triangle ATB eſt iſoſcelle ; & par conſéquent les angles en A & en B ſont

égaux entr'eux. Il s'enſuit donc que les deux triangles rectangles HOA, HLB ſont ſemblables, puiſqu'ils ont chacun un angle égal outre le droit; ils auront donc auſſi leurs côtés en même raiſon, c'eſt-à-dire que HO ſera à HL, comme HA à HB. Les poids A&B dans le cas de l'équilibre doivent donc être entr'eux comme HB à HA, qui ſont auſſi comme HL à HO.

PROPOSITION XLVI.

DEUX *poids A & B étant appliqués aux extrémités d'un levier AB, trouver le point d'appui H.*

Il n'importe pas que les poids ſoient égaux ou inégaux. Aïant mené des perpendiculaires CD, CE aux directions BT, AT leſquelles ſe rencontrent au point C, on donnera à CE & à CD le même rapport qu'entre les poids A & B, & l'on tirera DE qui achevera le triangle CDE; enſuite du point T on menera TH perpendiculaire ſur DE, laquelle rencontrera le levier BA au point H, qui ſera le point d'appui que l'on cherche.



Cette propoſition eſt évidente par la trentiéme, puiſque les directions AT, BT peuvent être conſiderées comme prolongées au delà du point T, & au lieu des poids AB on peut ſubſtituer des puiſſances égales aux poids, leſquelles tireront le point T, & qui demeureront en équilibre avec la puiſſance H qui pouſſe ou qui tire ſelon TH, ce qui eſt toûjours poſſible, puiſque les puiſſances agiſſent par tout également dans leur ligne de direction.

Conſéquence.

On doit conſidérer le point H comme le centre de gravité de ces poids, puiſqu'ils demeurent ſoutenus ſur ce point : mais il ne faut pas que le levier puiſſe gliſſer ſur l'appui H.

PROPOSITION XLVII.

SOIT *le levier droit AB chargé de deux poids égaux à ſes extrémités, & qu'il ſoit perpendiculaire à la ligne TH menée du centre de la terre au milieu du levier.*

Je dis que ſi l'on approche ce levier du centre de la terre plus qu'il n'étoit auparavant, & qu'il demeure toûjours perpendiculaire à la ligne TH qui paſſe par ſon milieu H, il faudra une moindre puiſſance pour le ſoutenir avec ſa charge des deux poids A & B, que lorſqu'il ſera plus éloigné du centre de la terre.

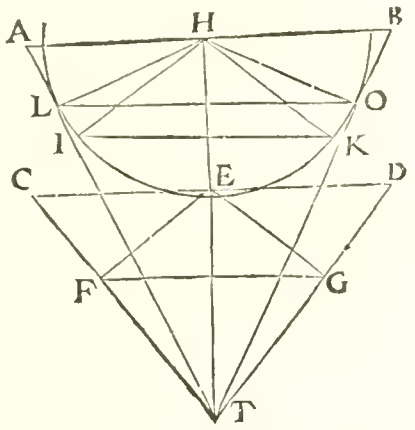
Soit le levier dans ſa premiere poſition en AB plus éloigné du centre de la terre T, que dans la ſeconde en CD : Je dis qu'il faudra une moindre force pour ſoutenir ce levier par ſon milieu en E dans cette ſeconde poſition, que dans la premiere en H.

Du point H aïant mené les perpendiculaires HL, HO aux lignes de direction AT, BT, & aïant tiré la ligne LO, il eſt évident que le triangle LHO ſera iſoſcelle, & que la ligne LO ſera parallele à AB, & perpendiculaire à TH.

Semblablement ſi du point E on mene les lignes EF, EG perpendiculaires ſur les lignes de direction CT, DT, on aura le triangle iſoſcelle EFG dont le côté FG ſera parallele à CD & perpendiculaire à TEH. Mais à cauſe que l'angle CTD eſt plus grand que l'angle ATB, & que les quadrilateres HLTO, EFTG ont leurs angles oppoſés en L & O, & en F & G qui ſont droits, il s'enſuit que l'angle

LHO eſt plus grand que l'angle FEG.

Si du point H pour centre, & pour raïon HL on décrit le cercle LIKO, & que du centre H on mene les lignes HI, HK paralleles à EF, EG, & qu'enſuite on tire IK, le triangle HIK ſera ſemblable au triangle EFG. Mais par la vingt-troiſiéme propoſition le poids A ſera à la puiſſance H, comme HL à LO, & la ſomme des deux poids A & B à la puiſſance H qui les ſoutient, comme la ſomme des deux lignes HL, HO, ou la double de l'une des deux à la ligne LO.



On démontrera de la même maniere, que la ſomme des deux mêmes poids placés en CD ſera à la puiſſance qui les ſoutient en E, comme la ſomme des deux lignes EF, EG à la ligne FG, ou bien comme la ſomme des deux lignes HI, HK à la ligne IK. Mais puiſque l'angle IHK eſt plus petit que LHO, les côtés qui comprennent ces angles étant égaux, il s'enſuit donc que la ligne IK ſera plus petite que LO. Mais la ligne LO repreſente la puiſſance qui ſoutient le levier en H, & la ligne IK celle qui le ſoutient en E, il faudra donc moins de force pour ſoutenir ce levier lorſqu'il eſt en E que lorſqu'il eſt en H : ce qu'il falloit démontrer.

Conſéquence.

Ce ſera auſſi la même choſe, ſi les poids AB ſont inégaux, & que le point H qui eſt l'appui du levier les diviſe inégalement : car on pourra toûjours former un triangle

comme HIK ſemblable au triangle EFG, & dont la ſomme de ſes côtés HI, HK qui ſeront inégaux entr'eux ſera égale à celle des côtés HL, HO du premier triangle HLO qui ſont auſſi inégaux, & la baſe IK perpendiculaire à TH & parallele à LO qui eſt auſſi perpendiculaire à TH qui ſera la direction de l'appui commun, ſera plus petite que LO. Mais comme toutes les parties d'un corps peſant peuvent être jointes par des leviers, comme celui dont je viens de parler, il eſt évident que toutes les parties du corps, & par conſéquent tout le corps, peſera toûjours moins quand il ſera plus proche du centre de la terre, que quand il en ſera plus éloigné.

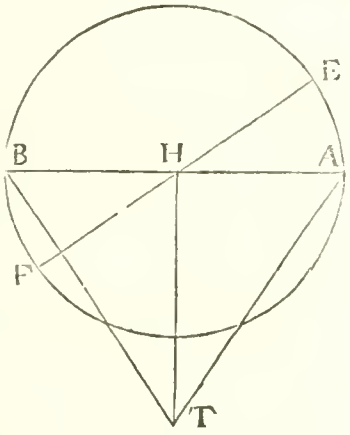
PROPOSITION XLVIII.

ON *peut conclure des propoſitions précédentes, qu'il n'y a point de centre de gravité dans les corps peſants, mais que dans un corps il y a une infinité de lignes leſquelles ne s'entrecoupent pas dans un même point, & autour deſquelles toutes les parties du corps peuvent demeurer en équilibre, quand elles tendent vers le centre de la terre.*

Soit un corps compoſé de deux points également peſants A & B qui ſont joints par la ligne droite AB laquelle eſt perpendiculaire dans une poſition à la ligne TH, qui vient du centre de la terre T au milieu H de cette ligne AB, il eſt évident que le corps demeurera dans cette ſituation, étant ſoutenu par le point H. Mais ſi le point H eſt ſon centre de gravité, il faut que dans toute autre poſition de ce corps autour du point H, ſes parties A & B demeurent encore en équilibre, comme dans la poſition FHE, ce qui ne peut pas être par la quarante-quatriéme propoſition, car le point F l'emportera ſur l'autre, le point H ne ſera donc pas le centre de gravité de ce corps ſuivant la définition, & il ſera impoſſible d'en déterminer un, puiſque

dans toutes les differentes poſitions des parties du corps il y aura differents points où ces parties demeureront en équilibre : & c'eſt ce qu'il falloit démontrer pour la premiere partie de cette propoſition.

Pour ce qui eſt de la ſeconde, il eſt évident que ſi l'on conçoit que le corps ſoit diviſé en un nombre indéfini de parties, & ſi l'on compare deux de ces parties avec leurs directions vers le centre de la terre, on trouvera par la quarante-ſixiéme propoſition la direction de l'appui qui les ſoutiendra tous deux en équilibre, avec la puiſſance qu'il faudra donner à cet appui, & en quelque endroit qu'on applique cette puiſſance dans ſa ligne de direction : ainſi ces deux parties avec leurs directions differentes ſe réduiſent à une ſeule, & à une ſeule direction. Mais celle-cy étant comparée avec une autre partie du corps, on trouvera de même une autre puiſſance avec ſa direction qui les ſoutient ; & ainſi de ſuite on viendra à une ſeule puiſſance qui fera équilibre dans une certaine direction avec toutes les parties du corps, cette puiſſance pouvant être appliquée en tous les points de ſa direction, ſi on ne la conſidere que comme un point peſant, ce qui eſt la maniere la plus ſimple de conſiderer les puiſſances : & c'eſt ce qu'il falloit enfin démontrer.



PROPOSITION XLIX.

IL n'y a que la ſphére ſeule qui puiſſe être exceptée de la propoſition précédente ; car à cauſe que c'eſt la figure qu'on peut appeller parfaitement réguliere, toutes les lignes de

direction autour deſquelles toutes les parties du corps demeurent en équilibre, s'entrecouppent au centre de la figure.

Toutes les diſpoſitions differentes d'une ſphére autour de ſon centre n'ont aucune difference entr'elles : c'eſt pourquoi on ne doit pas la regarder comme aïant differentes lignes de direction autour deſquelles toutes ſes parties demeurent en équilibre. De plus, quoique la puiſſance qui eſt néceſſaire pour ſoutenir cette ſphére dans une certaine diſtance du centre de la terre, ne ſoit pas égale à celle qui la doit ſoutenir dans une autre diſtance par la propoſition quarante-ſeptiéme, ce ſera toujours dans la même direction qui eſt la ligne droite menée du centre de la figure vers le centre de la terre.

Avertiſſement.

Dans les propoſitions ſuivantes nous donnerons la maniere de trouver le point qu'on appelle centre de gravité dans les figures peſantes, en ſuppoſant que leurs parties ont des directions toute paralleles entr'elles, & nous examinerons en même-tems quel eſt l'effort des figures appliquées à tous les points du bras d'un levier dans leur longueur ; car on a ſeulement conſideré juſqu'icy que les poids ou figures peſantes étoient ſuſpenduës en un point du levier.

PROPOSITION L.

TROUVER *le centre de gravité des figures de trois côtés ou des trilignes.*

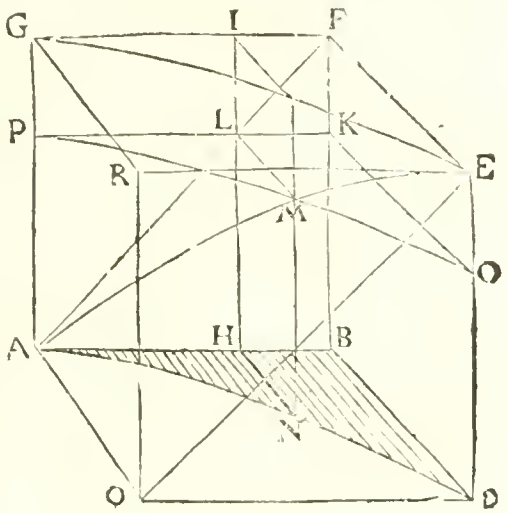
Je commence la recherche du centre de gravité par les trilignes qui ſont les plus ſimples de toutes les figures. Mais ſans m'arrêter au triangle qui eſt une figure compriſe de trois lignes droites, & dont on peut trouver le centre de

de gravité par une maniere particuliere, je commenceray par ceux qui ſont formés par des lignes droites & par des courbes, & dont la methode conviendra auſſi au triangle.

Soit donc le triligne ABD qui eſt le complément d'une parabole AND, dont le ſommet eſt en A, & dont les ordonnées comme HN ſont perpendiculaires à AB, qui eſt la touchante au ſommet A.

Je conſidere AB comme un levier auquel le triligne eſt appliqué dans toute ſa longueur AB, & qui eſt perpendiculaire aux directions des poids ou des parties du triligne faites par les ordonnées comme HN.

Si l'on imagine que le triligne eſt diviſé en un nombre indéfini de parties par les ordonnées comme HN, & que toutes ces parties ontchacune une même largeur ſur AB, elles peuvent être conſiderées comme ſéparées & ſuſpenduës au bras du levier AB par leur extrémité, ou jointes enſemble, & ne compoſant plus que le triligne, ſans qu'il arrive aucun changement à l'effort qu'elles font ſur le bras du levier, par rapport à quelque point du levier, comme H qui lui ſert d'appui.



Il faut donc chercher d'abord le point H, ſur lequel le levier étant ſoutenu avec ſa charge, qui ſont toutes les parties du triligne, il y ait équilibre des deux côtés de l'appui.

Si le point H étoit celui qu'on cherche, il eſt évident que les momens de toutes les parties du triligne depuis H juſqu'en B, ſeroient égaux à ceux de toutes les parties depuis H juſqu'en A ; puiſque ces momens ne ſont que l'effort de ces mêmes parties par rapport à l'appui H, & les efforts d'un côté étant égaux aux efforts de l'autre, il y aura équilibre.

Mais ſi ſur le triligne ABD on forme le priſme rectangulaire ABDGFE, dont la hauteur AG ou BF ſoit égale à AB, & qu'on coupe enſuite ce priſme par un plan AFEQ qui paſſe par FE & par le point A, il eſt évident que le priſme ſera diviſé en deux parties pyramidales, dont l'une eſt AFEDB, & l'autre AFEG. & dans le complément de toutes ſortes de paraboles, le rapport du priſme à ces deux pyramides eſt toûjours donné. Car ſi le priſme & les deux pyramides ſont diviſées par des plans comme HNIM qui paſſent par les diviſions HN du triligne, & qui ſoient paralleles au côté BDEF du priſme, toutes les parties du priſme & des deux pyramides pourront être exprimées par une progreſſion numérique, & dans la premiere parabole le priſme ſera à la pyramide AFEDB, comme 4. à 3. car toutes les parties de la pyramide ſeront entr'elles comme les nombres cubiques de ſuite, dont leurs diſtances depuis le point A ſur AB ſeront les racines, & le priſme eſt le tiers du parallelepipede qui auroit pour baſe le parallelogramme rectangle ABDQ, dont les côtés ſeroient AB, BD, & la hauteur BF, & par conſéquent la pyramide ſeroit le quart de ce parallelepipede. Enfin le priſme ſeroit à l'autre pyramide AFEG, comme 4. à 1.

Maintenant il eſt évident que la ſomme de tous les momens de la partie HBDN du triligne ſera repreſentée par la portion LKFMEO de la pyramide, laquelle ſera retranchée par le plan PKO parallele au plan du triligne, & qui paſſe par LM qui eſt la rencontre du plan HNIM

avec le côté de la pyramide AFE. Car dans cette portion retranchée chaque partie du priſme qui y ſera retranchée aura même baſe que les parties du triligne qui ſont compriſes dans HBDN, & pour hauteur la diſtance depuis H, ces hauteurs étant repreſentées par les hauteurs du triangle rectangle & iſoſcelle LKF.

De même tout les momens de la partie HAN ſeront repreſentés par la portion PLMA de la ſeconde pyramide GFEA, laquelle ſera retranchée par le même plan PKO; car dans cette portion PLMA le triligne PLM qui lui ſert de baſe, eſt le même que le triligne HAN, & les hauteurs de chaque partie ſe trouveront dans le triangle LPA, en augmentant depuis le point L qui fait la même choſe que le point H.

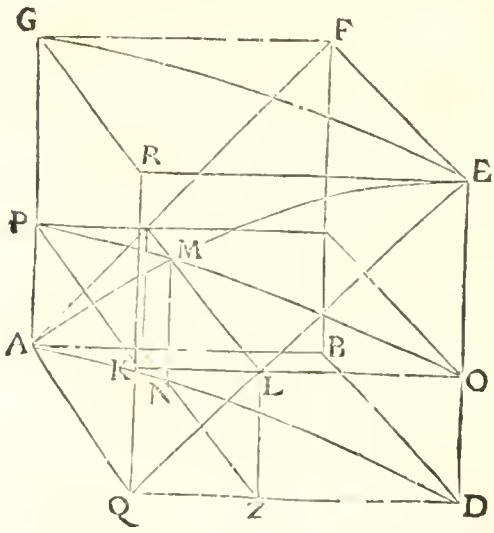
Il faudra donc que les deux ſolides LKFMEO, PLMA ſoient égaux entr'eux, puiſque les ſommes des momens qu'ils repreſentent doivent être égales. Mais ſi à l'un & à l'autre on ajoûte une partie commune, qui eſt le ſolide ALMOKBD, il ſe formera la pyramide AFEBD entiere qui ſera égale au priſme ABDPKO.

Mais puiſque l'on connoît le rapport de la pyramide AFEBD au priſme total ABDGFE, qui eſt comme 3 à 4, on aura donc auſſi le rapport du priſme retranché ABDPKO égal à la pyramide, au priſme total comme 3 à 4. Mais ces deux priſmes qui ont même baſe ſeront entr'eux comme leurs hauteurs AG ou AB, & AP ou AH. Le priſme ſera donc toûjours à la pyramide comme AB à HA, c'eſt-à-dire comme 4 à 3; & le point H ſera l'appui ſur lequel les parties du triligne appliquées au levier AB, ou le triligne entier, ce qui eſt la même choſe, demeure en équilibre. Il s'enſuit donc auſſi que le centre de gravité du triligne ſera dans la ligne HN qui ſépare les parties du triligne qui ſont équilibre entr'elles.

On trouvera par la même methode, que ſi le triligne

parabolique ANDQ, dont A eſt le ſommet, & AQ l'axe de la parabole AND, eſt appliqué au levier par ſon côté DQ, & que le point d'appui ſoit Z où les parties d'un côté & d'autres ſoient en équilibre, ZD ſera à ZQ, comme 5 à 3,

Car aïant conſtruit le parallelepipede de GD ſur le parallelogramme rectangle AD qui renferme la parabole, on aura comme cy-devant le plan PKO qui retranche de QR égale à QD, la partie QK égale à QZ; & aïant mené par le point Z le plan LZMN parallele au plan GQ; & ſur la parabole AND aïant formé le priſme parabolique GEANDQR, & dans le parallelepipede aïant mené le plan AFEQ, la pyramide retranchée ELOM repreſentera les momens de toutes les parties du triligne parabolique ZND qui ſont compriſe depuis Z juſqu'en D; & le ſolide LMPAKQ repreſentera les momens de toutes les parties du triligne depuis Z juſqu'à Q, ſuppoſant l'appui en Z, ce qui eſt évident ſuivant ce qu'on a expliqué cy-devant. Et ſi l'on ajoûte à ces deux ſolides, qui ſont égaux, ſi les ſommes des momens des parties du triligne ſont égales, le ſolide commun LOMAQD, on aura toute la pyramide EAQD égale au priſme PKOAQD.



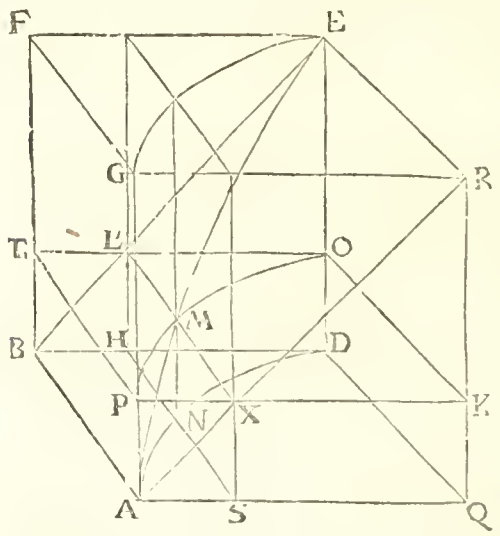
Mais la pyramide EAQD eſt le complément de la pyra-

mide AFEDB juſqu'au priſme AFBQED dont elle n'eſt que la moitié, la pyramide EAQD ſera donc auſſi la moitié de ce même priſme.

Maintenant puiſque le priſme parabolique GERADQ eſt égal aux deux tiers du parallelepipede GD, & que la pyramide EAQD eſt la moitié du priſme EFBDAQ, qui eſt la moitié du parallelepipede, la pyramide EAQD ſera égale $\frac{1}{8}$ du priſme parabolique GERADQ, & par conſequent le priſme PKOAQD qui eſt retranché du priſme entier GREAQD n'en ſera que les $\frac{1}{8}$. Il faudra donc que la hauteur QK du priſme retranché ſoit les $\frac{1}{8}$ de la hauteur QR du priſme entier. Mais QR eſt égale à QD, & par conſequent QZ, ou ZL, ou QK ne ſeront que les $\frac{1}{8}$ de QD, & auſſi ZQ ſera à ZD comme 3 à 5. ce qu'il falloit démontrer.

Mais pour déterminer le centre de gravité de ces trilignes, il les faut encore appliquer à un levier par l'autre côté AQ ou BD. Soit donc dans la figure ſuivante le parallelepipede FQ comme cy-devant formé ſur le parallelogramme rectangle BQ; & aïant fait dans ce parallelepipede les priſmes & les pyramides, comme dans la précédente démonſtration, on aura la pyramide AERDQ formée par tous les rectangles comme NX, qui ſont faits ſur les ordonnées NS à l'axe de la parabole AND, & ſur les parties AS interceptées de l'axe: mais cette pyramide eſt égale à $\frac{1}{5}$ du parallelepipede FQ, & le priſme paraboliqueEGRDAQ eſt égal à $\frac{2}{5}$ du même parallelepipede, c'eſt pourquoi cette pyramide AERDQ ſera égale à $\frac{1}{5}$ du priſme parabolique EGRDAQ. Mais ſi le point S eſt l'appui du levier AQ, la ſomme des momens des parties du triligne ADQ depuis S juſqu'en Q ſera repreſentée par la portion retranchée de la pyramide EROKMX, & la ſomme des momens des parties du triligne depuis S juſqu'en A ſera repreſentée par le ſolide MXPA; & ajoûtant à cha-

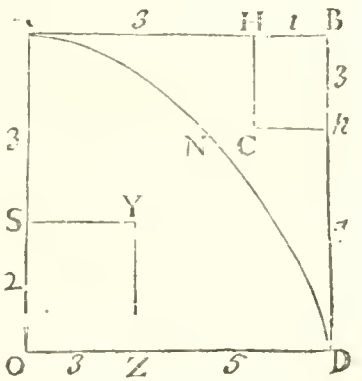
cune de ces parties le ſolide ADQOKMX, il ſe formera d'un côté la pyramide AERDQ qui ſera égale au priſme retranché POKADQ qui ſe formera de l'autre côté, en poſant les ſommes des momens des deux côtés de l'appui S égales entr'elles. Donc le priſme POKADQ retranché du priſme total parabolique EGRDAQ en doit être les $\frac{3}{7}$; & par conſequent AP qui eſt la hauteur du priſme retranché doit être égale à $\frac{4}{7}$ de AG; & AS égale à AP ſera auſſi $\frac{4}{7}$ de AQ; & SA ſera à SQ comme 3 à 2. Le centre de gravité du triligne ADQ appliquée au levier AQ ſera donc dans l'ordonnée SN.



On démontrera de même, que dans le triligne BDA appliqué par ſon côté BD au levier BD, ſi le point H eſt l'appui de ce levier, & que les momens des parties du triligne d'un côté de H ſoient égaux aux momens des parties de l'autre côté, la pyramide EBAD doit être égale au priſme retranché TOPBDA. Mais la pyramide EBAD qui eſt le complément de la pyramide AERDQ, juſqu'au priſme BEDARQ qui eſt la moitié du parallelepipede, ſera égale à $\frac{1}{10}$ du parallelepipede FQ, mais le priſme parabolique FEGBDA qui a pour baſe le triligne propoſé, eſt le tiers du parallelepipede; donc la pyramide EBAD ſera $\frac{1}{10}$ du priſme parabolique FEGBDA; & par conſequent le priſme retranché

TOPBDA qui doit être égal à la pyramide, ſera $\frac{3}{10}$ du priſme entier, & la hauteur BT ou HL du priſme retranché ſera égale à $\frac{3}{10}$ de la hauteur BF du priſme entier. Mais BT doit être égale à BH, puiſque BF eſt égale à BD; donc l'appui H doit être placé ſur le levier BD, en telle ſorte que HB ſoit les $\frac{3}{10}$ de BD, ou que HB ſoit à HD, comme 3 à 7. E le centre de gravité du triligne ſera dans la ligne HN parallele à BA.

Puiſque l'on a trouvé dans chaque triligne deux lignes differentes ſur leſquelles ſe doivent trouver le centre de gravité des trilignes, ce centre C ſera déterminé; car dans le complément de la parabole ABND nous avons trouvé qu'il doit être d'un côté dans la ligne HC parallele à BD, ſi HB eſt à HA, comme 1 à 3; de l'autre côté nous avons trouvé qu'il doit être dans la ligne *b*C parallele à AB, ſi *b*B eſt à *b*D, comme 3 à 7. Et dans le triligne parabolique ADQ, le centre de gravité ſera en Y dans la rencontre des deux lig. ZY parallele à QA, qui coupe QD dans la raiſon de 3 à 5, & SY qui coupe l'axe AQ dans la raiſon de 3 à 2.

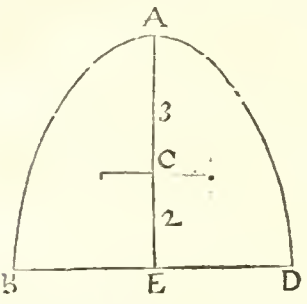


Il eſt facile à voir, que dans toutes ſortes de trilignes où l'on connoit les choſes qu'on a ſuppoſées dans ceux-cy, le centre de gravité en ſera toujours déterminé par la même méthode.

Pour ce qui eſt des trilignes qui ne ſont pas compris par des lignes droites qui font un angle droit, on ne laiſſera pas de déterminer les mêmes choſes de la même maniere, en faiſant les parties du triligne paralleles à

l'un des côtés, & ſuppoſant que le levier eſt incliné à la direction des poids ou des parties peſantes du triligne ; car par la ſeconde propoſition leur effort ſera toûjours le même ſur le levier, & il n'y aura rien de changé dans la démonſtration.

Si la figure étoit compriſe d'une ſeule ligne droite & d'une courbe, comme de la parabole BAD & de la ligne droite BD, il faudra la diviſer en deux trilignes, par la ligne AE qui ſera le diametre des ordonnées dans cette parabole, leſquelles ſeront paralleles à BD, & l'on trouvera que le centre de gravité de chaque partie ſera éloigné de la ligne BD vers A des deux cinquiémes de AE, & les deux parties AED, AEB étant égales, le centre de gravité ſera ſur la ligne AE au point C, qui coupera auſſi en deux également la ligne qui joint les centres de chaque portion priſe en particulier.

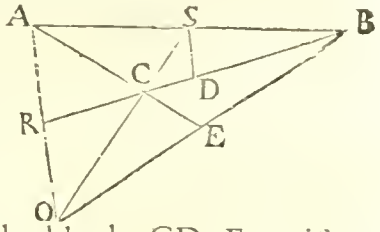


On pourroit trouver pluſieurs abregés dans des cas particuliers des differentes eſpeces de trilignes ; mais comme je ne me ſuis pas propoſé de donner icy un traité entier des centre de gravité, mais d'expliquer ſeulement ce qu'on en peut conſiderer comme les élemens, je ne m'arrêterai pas davantage ſur les trilignes, après avoir fait voir la maniere particuliere de trouver le centre de gravité du triangle, qui a de très-grands uſages dans la mécanique.

Il eſt évident que ſi on applique le triangle ABO au bras d'un levier, par une ligne BR, qui venant d'un angle B partage en deux également au point R le côté oppoſé AO, toutes les parties du triangle qui ſeront faites par des paralleles à AO, ſeront toutes coupées en deux également

ment par le levier BR ; c'eſt pourquoi les deux parties du triangle BRA, BRO demeureront en équilibre ſur le levier BR, & par conſéquent le centre de gravité du triangle ſera ſur la ligne BR.

Semblablement ſi l'on mene la ligne OS, qui venant de l'angle O coupe en deux également le côté AB en S, le centre de gravité du triangle doit auſſi ſe rencontrer ſur cette ligne OS. Mais puiſque ce centre doit être ſur ces deux lignes BR, OS, il ſera neceſſairement dans leur rencontre C, & je dis qu'il coupera l'une & l'autre dans la raiſon de 1 à 2.



Du point S aïant mené SD parallele à AO juſqu'à la ligne BR en D, SD ſera la moitié de AR ou de RO, puiſque BS eſt la moitié de AB. Mais auſſi RO eſt à SD, comme RC à CD, donc RC ſera double de CD. Et puiſque BD eſt égale à RD, à cauſe que BS eſt égale à AS, ſi BR eſt diviſée en 6 parties, RC en ſera 2, CD 1 & BD 3, ou bien CB 4 ; & par conſéquent RC ſera à CB, comme 2 à 4 ou comme 1 à 2.

On démontrera de même que CO eſt double de CS. Et enfin l'on menoit encore la troiſiéme ligne AE qui diviſât BO en deux également en E, on démontreroit de même qu'elle paſſeroit par le point C, & que CE ſeroit à CA comme 1 à 2 ; car elle rencontreroit BR en un point qui ſeroit neceſſairement le point C, puiſqu'il la diviſeroit dans la raiſon de 1 à 2.

PROPOSITION LI.

SI *deux poids ſont ſuſpendus à un levier, ils y feront autant d'effort que ſi ils y étoient ſuſpendus par leur centre de gravité en les ſuppoſant joints enſemble par une ligne droite*

ſur laquelle ſoit leur centre de gravité, & les poids demeurant dans la même poſition que celle où ils étoient dans leur ſuſpenſion particuliere.

On ſuppoſe ordinairement cette propoſition dans la mécanique comme une choſe inconteſtable & qui eſt connuë naturellement. Mais quoique le côté d'un triligne qui eſt ſuſpendu par ſon centre de gravité demeure dans la même poſition avec le bras du levier auquel il eſt ſuſpendu, que celle qu'il avoit quand il étoit appliqué à ce levier, ce n'eſt pas à dire pour cela que le triligne doive faire le même effort ſur le levier dans ces deux diſpoſitions differentes. Ce ſera auſſi la même choſe ſi on le ſuppoſe attaché au levier par les deux extrémités de ſon côté, & ſi on le conſidere enſuite ſuſpendu à ce même levier par ſon centre de gravité.

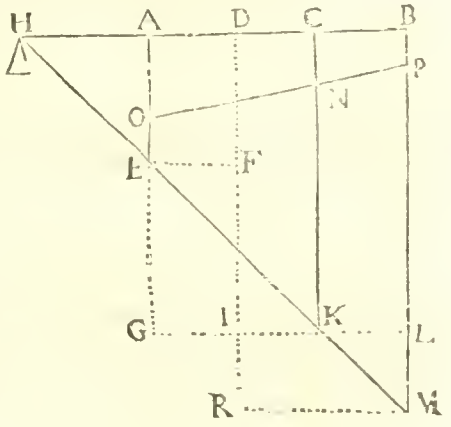
Soit les deux poids conſiderés comme deux points peſans A & B, dont le centre commun de gravité ſoit le point C ſur la ligne ACB qui les joint tous deux : Je dis que ces deux poids feront autant d'effort ſur le levier HB par rapport à l'appui H, ſi on les imagine ſuſpendus ſeparement en A & en B dans la diſtance où ils ſont l'un de l'autre, que ſi ils étoient ſuſpendus à ce levier par le point C qui eſt leur centre commun de gravité ſur la ligne AB qui les joint enſemble.

De l'extrémité B du levier HB aïant élevé BM perpendiculaire & égale à HB ſoit mené HM, & aïant fait AD égale à BC, ſoit mené les lignes AG, DR, CK paralleles à BM ; & des points EKM les lignes EF, GIKL, RM paralleles à HB.

Puiſque le point C eſt le centre de gravité des poids A & B, le poids A ſera au poids B comme CB à CA par la troiſiéme ou quatriéme propoſition, & le point C ſera chargé des deux poids. On peut donc conſiderer la ligne

AD comme le poids A, & la ligne BD comme le poids B. Mais le rectangle ADEF repreſentera le moment du poids A ſuſpendu en A par rapport à l'appui H, car AE eſt égale à AH, & le rectangle BDRM repreſentera le moment du poids B ſuſpendu en B par rapport à l'appui H.

Mais ſi ces deux poids ſont ſuſpendus tous deux enſemble au point C ſur le levier HB, ce qui eſt la même choſe que de les conſiderer ſuſpendus à ce levier par leur centre commun de gravité C, leurs momens ſeront repreſentés par le rectangle ABLG qui eſt fait par les deux lignes DA, DB enſemble & par CK égale à la diſtance CH de la ſuſpenſion des poids à l'appui H du levier.



Je dis maintenant que le rectangle ABLG eſt égal aux deux rectangles enſemble ADFE, DBMR. Car le rectangle ILMR eſt fait de la ligne DB par la ligne LM égale à CB; & le rectangle EFIG eſt fait de la ligne EG égale à BD & de la ligne AD égale à CB, ces deux rectangles FG, IM étant donc égaux, le ſeul rectangle AL ſera égal aux deux enſemble DM, DE; & par conſéquent les momens des poids A & B ſuſpendus ſeparement ſeront égaux aux momens de ces mêmes poids ſuſpendus enſemble au point C, & leurs efforts ſeront égaux: ce qu'il falloit démontrer.

Ce ſera la même démonſtration ſi le point d'appui H eſt ſur AB d'un côté ou d'autre du point C.

Ce ſera auſſi la même choſe ſi les deux points peſans ſont

O & P dont le point N ſur la ligne OP ſoit le centre commun de gravité; car ces points peſants O & P peuvent être ſuppoſés en A & en B ſur leurs lignes de direction, & leur centre de gravité N ſe trouvera auſſi en C, car il y aura toûjours méme raiſon de CB à CA, que de NP à NO, à cauſe des paralleles OA, NC, PB: & par conſequent les poids O & P ſuſpendus au levier en A & en B y feront autant d'effort par rapport à l'appui H, que ſi ils y étoient ſuſpendus en C par leur centre de gravité N.

PROPOSITION LII.

SOIT *le levier QEF ou droit ou angulaire & attaché par ſa partie EF en E & en F au levier droit AHF lequel eſt perpendiculaire à la direction des poids, & dont l'appui eſt en H:*

Je dis que ſi l'on applique un poids P à l'extrémité Q du levier QEF, il ſera autant d'effort ſur le levier AHF, que ſi il y étoit appliqué immediatement au point R où la ligne de direction du poids P le rencontre.

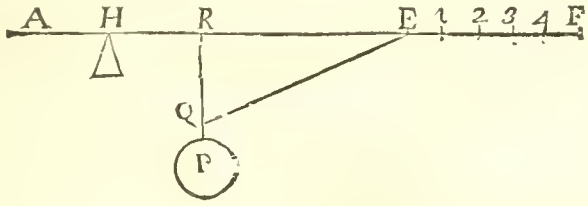
Puiſque le levier QEF eſt arrêté en E & en F, nous pouvons conſiderer que ſon appui eſt au point E, & par la troiſiéme ou quatriéme propoſition l'effort du poids P ſur le point F ſera à ſa peſanteur abſoluë, comme ER à EF; car ER ſera la perpendiculaire menée de l'appui E ſur la direction QR du poids P; & l'appui E portera ces deux efforts.

Mais maintenant au lieu du poids P ſuſpendu au bras EQ de ſon levier, nous pouvons conſiderer ſeulement ſes deux efforts en E & en F ſur le levier AF, dont celui qui ſe fait en F éleve ce point ſelon la direction des poids avec une puiſſance meſurée par ER, en poſant EF pour la meſure du poids P, comme on vient de le démontrer. Mais auſſi l'effort du même poids P au point E ſera meſuré par

toute la ligne RF avec la même direction perpendiculaire à AF ; & ces deux efforts agiſſant en ſens contraire en F & en E ſur le levier AF il faudra prendre leur difference.

C'eſt pourquoi le moment de l'effort du poids P au point E par rapport à l'appui H ſera le produit ou le rectangle de HE longueur du bras par RF, & le moment de ce même poids au point F ſera le rectangle de HF par ER, en ſuppoſant comme on a fait EF pour la meſure du poids P.

Mais le moment où le rectangle HE, RF eſt égal au rectangle HE, ER, avec le rectangle HE, EF, & le rectangle où le moment HF, ER eſt égal au rectangle HE, ER avec le rectangle EF, ER ; la difference de ces momens ſera donc celle des rectangles HE, EF & EF, ER qui eſt le rectangle HR, EF, & qui ſera auſſi le moment du poids P meſuré par EF quand il ſera appliqué en R aïant HR pour longueur de ſon bras : ce qu'il falloit démontrer.



Ce ſera encore la même démonſtration ſi le point R tombe au-delà de H vers A.

On pourra pour rendre cette démonſtration plus facile & plus ſimple appliquer des nombres aux parties EF, ER du levier, comme ſi l'on ſuppoſoit que EF fût le quart de ER.

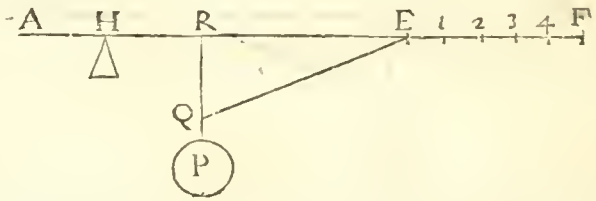
Conſéquence.

On voit par cette démonſtration que le point R du levier AF ſera toûjours chargé de la peſanteur abſoluë du poids P de quelle grandeur que ſoit EF ; car quand EF ſeroit égale ou plus grande que ER, ce ſera toûjours la même choſe que ſi elle n'étoit que la miliéme partie de ER.

PROPOSITION LIII.

Si l'on ſuppoſe maintenant que le bras EF du levier QEF eſt arrêté ou attaché par quel nombre de liens on voudra à la partie EF du levier AHF ; le poids P ſuſpendu à l'extrémité Q du levier QEF fera toûjours le même effort ſur le levier AHF, que ſi il y étoit ſuſpendu en R dans ſa ligne de direction QR.

Que le bras EF du levier QEF ſoit attaché au levier AF par les points E & F, & dans toutes les diviſions 1, 2, 3, 4, &c. Puiſque le poids P agit ſur tous les points 1, 2, 3, 4, &c. F tout à la fois en s'appuïant ſur l'appui E, il doit y diſtribuer ſon effort par rapport à la diſtance de ces points juſqu'à l'appui E : ſi l'on diviſe donc le poids P également dans le nombre des parties de EF, ſoit qu'elles



ſoient égales entr'elles ou non, il s'enſuit que ſi chacune de ces parties eſt multipliée par ER, qui eſt la diſtance depuis l'appui E du levier QEF juſqu'à la direction des poids QR, ces produits étant égaux, leurs momens ſeront égaux puiſqu'ils ſont égaux aux produits.

Mais puiſque le poids P doit diſtribuer ſon effort à tous les liens qui l'attachent à EF par rapport à leur diſtance du point E, afin qu'ils lui reſiſtent également, il faut que les momens de tous ces liens, ou des puiſſances qu'on peut imaginer à leur place ſoient auſſi égaux aux momens des parties du poids par la diſtance ER : mais toutes les parties

du poids P étant appliquées ou ſuſpenduës au point R du levier AHF, y auront des momens égaux à ceux des mêmes parties du poids ſuſpenduës en Q, & égaux auſſi aux momens des liens ou des puiſſances qu'on peut leur ſubſtituer, comme on l'a démontré dans la précédente propoſition : c'eſt pourquoi toutes les parties du poids P, ou tout le poids, ce qui eſt la même choſe, lequel eſt ſuſpendu en Q ſur le levier QEF, qui tient par les liens E 1, 2, 3, 4, &c. F au levier AHF, fera autant d'effort ſur ce levier AHF que ſi il y étoit ſuſpendu en R : ce qu'il falloit démontrer.

Conſéquence.

Le nombre des liens n'étant point déterminé dans la démonſtration précédente, on en peut ſuppoſer un nombre indéfini ; ce qui eſt la même choſe que de ſuppoſer le levier QEF joint immediatement au levier AHF par ſa partie EF.

Il s'enſuivra auſſi la même choſe ſi l'on conſidere un levier replié AHEQ dont l'angle HEQ ne peut pas changer. Car ce levier plié en E fait le même effet que les deux leviers HEF, QEF qui ont la partie EF commune, puiſque cette partie commune peut être ſuppoſée ſi petite qu'on voudra, comme on l'a remarqué dans la précédente propoſition. Il n'eſt pas neceſſaire non plus que ce levier replié faſſe un angle, puiſque la figure du pli ne fait rien à l'effet, pourvû que les deux parties ſoient jointes enſemble. On auroit pû ſuppoſer que du point H on a mené une ligne droite juſqu'au point Q qui feroit le bras du levier angulaire AHQ lequel porteroit à ſon extrémité le poids P, & alors il ſeroit évident que le poids P feroit le même effet que ſi il étoit ſuſpendu en R au levier droit AHR. Mais comme cette ſuppoſition peut avoir quelque difficulté à cauſe qu'on voit ſeulement que l'effort du poids

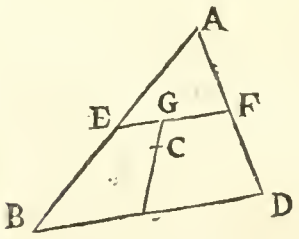
P ſe fait en EF ſur le levier droit AHEF, j'ay crû que je devois démontrer cette propoſition ſans ſuppoſer le levier HQ.

Ce ſera auſſi toûjours la même démonſtration quand le point R ſe trouvera vers A de l'autre côté de l'appui H.

PROPOSITION LIV.

COMMENT *on peut trouver le centre de gravité des lignes, des ſuperficies, & des ſolides réguliers.*

On ſuppoſe toûjours les lignes également peſantes dans toutes leurs parties; c'eſt pourquoi ſi elles ſont droites leur centre de gravité ſera au milieu, & ſi il y en a pluſieurs jointes enſemble ou ſéparées, on en trouvera le centre de gravité comme de differens points peſans en les ſuppoſant réduites chacune à part à leur centre de gravité. Par exemple ſi l'on demande le centre de gravité de la circonférence du triangle ABD, on regardera chaque côté comme étant réduit à ſon centre de gravité EIF. Aïant donc tiré la ligne EF on la diviſera au point G dans la raiſon réciproque des grandeurs des lignes AB, AD qui eſt auſſi le rapport des peſanteurs des points E & F, & le point G ſera le centre de gravité des deux côtés AB, AD, qu'on doit conſiderer comme étant chargé du poids de ces deux lignes. Enſuite on menera GI que l'on diviſera en C dans la raiſon reciproque de la peſanteur ou de la charge du point G, & de celle du point I, c'eſt-à-dire que GC ſera à CI, comme la ligne BD à la ſomme des deux lignes AB, AD.



Pour les lignes courbes il faut chercher les momens de toutes leurs parties par rapport à quelque ligne droite qu'on

conſiderera comme un levier, & prendre ſur ce levier le point qui donnera des momens égaux des parties de la ligne d'un côté & d'autre ; & chercher encore la même choſe ſur la perpendiculaire menée par ce point du levier, & le point de cette ligne ſera le centre de gravité.

Les ſuperficies courbes qui ſont regulieres ont toûjours leur centre de gravité dans la ligne qui paſſe au milieu ; c'eſt pourquoi il ne faut plus que trouver une autre ligne ou un plan qui diviſe également les momens des parties de cette ſuperficie, & leur rencontre ſera le centre de gravité de la ſuperficie : par exemple,

Si l'on veut avoir le centre de gravité de la ſuperficie du cone droit ABD qui eſt formé par le triangle rectangle ABE en tournant ſur ſon côté AE. (*Voïez la Fig. ſuivante.*)

Il eſt premierement évident que ſi on éleve ſur AB la ligne BF égale à la circonférence du cercle dont BE eſt le raïon, & qu'on tire AF, toutes les lignes comme GH menées des points G du côté AB du triangle ABE, & paralleles à BF, ſeront égales à tous les cercles qui ſeront formés ſur la ſuperficie du cone par les points G de l'hypoteneuſe du triangle rectangle AEB ; c'eſt pourquoi tous les quadrilateres comme BGHF du triangle ABF ſeront égaux à tous les anneaux de la ſuperficie du cone ; & par conſéquent tout le triangle ABF ſera égal à la ſuperficie du cone, & chaque partie comme LBFI ſera égale à ſa partie correſpondante LBDM de la ſuperficie du cone. Il eſt donc évident que le centre de gravité K de la ſuperficie du cone ſera à même diſtance de ſa baſe BD, que le centre de gravité du triangle ABF l'eſt de la ſienne BF. Mais par la cinquantiéme propoſition, le centre de gravité dans le triangle eſt éloigné de la baſe du tiers de la diſtance de la baſe au ſommet ; donc le centre de gravité K de la ſuperficie du cone ſera au tiers EK de la diſtance EA de la baſe au ſommet.

Mais à cauſe de la regularité de cette ſuperficie conique, il eſt évident que le centre de gravité doit être au milieu de chaque anneau de ſa ſuperficie, c'eſt-à-dire dans l'axe AE du cone : c'eſt pourquoi le centre de gravité K de la ſuperficie conique ſera déterminé ſur l'axe AE au point K qui le diviſe dans la raiſon de 1 à 2, KE étant 1, & KA 2.

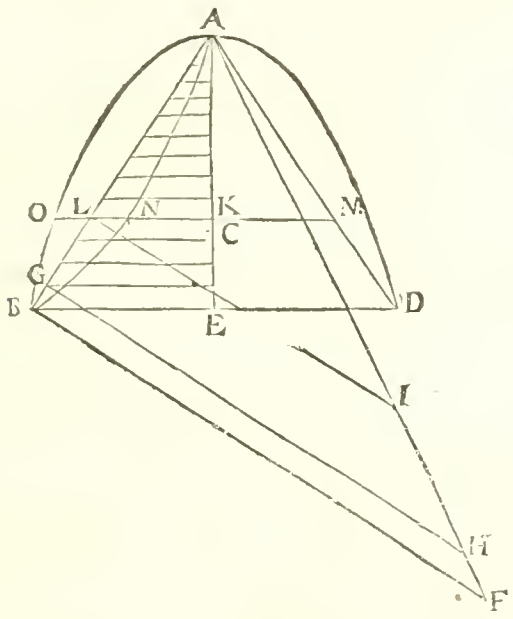
Maintenant pour trouver le centre de gravité des ſolides, il les faut réduire à des ſuperficies qui gardent le rapport des momens de leurs parties, & chercher enſuite le centre de gravité de ces ſuperficies par le moïen des trilignes, comme on a enſeigné dans la propoſition cinquantiéme. Par exemple,

Si l'on veut avoir le centre de gravité du cone AB formé comme on l'a fait cy-devant. Il faut d'abord conſiderer qu'il eſt diviſé en parties indéfiniment petites par des plans paralleles au plan de ſa baſe, & que tous ces petits ſolides ſeront entr'eux comme les cercles qui les comprennent, c'eſt-à-dire comme les quarrés des raïons de ces cercles, puiſqu'ils gardent entr'eux la même proportion que les cercles.

Mais ſi ſur chaque diviſion comme LK on prend KN, enſorte qu'il y ait toûjours même raiſon du quarré de BE au quarré de LK, que de la ligne BE à la ligne KN, il eſt évident que la ſuperficie du triligne AEBN repreſentera le ſolide du cone, puiſque toutes les parties du triligne auront entr'elles même raiſon que les parties du ſolide qui leurs répondent. Mais ce triligne eſt formé par la parabole AND qui a ſon ſommet en A, puiſqu'il y a même raiſon de AE à AK, que de BE à LK, & que le quarré de AE ſera au quarré de AK, comme BE à KN.

Il ne faut donc plus que trouver le centre de gravité du triligne parabolique AEBN, ou bien ſeulement il faut trouver le point C ſur la ligne AE, qui étant conſiderée

comme un levier, le point C ſera la ſuſpenſion du triligne par ſon centre de gravité. Mais nous avons vû dans la cinquantiéme propoſition, que le point C doit diviſer la ligne AE enſorte que CE ſoit à CA comme 1 à 3. Et puiſque chaque partie du cone doit auſſi avoir ſon centre de gravité dans l'axe AE, à cauſe de la régularité de la figure, il s'enſuit que le centre de gravité du cone ſera ſur l'axe AE, & le diviſera dans la raiſon de 1 à 3.



Par la même méthode ſi l'on veut avoir le centre de gravité du conoïde parabolique ABD qui eſt formé par la demi-parabole AOBE en tournant ſur ſon axe AE, on reduira toutes les parties ſolides de ce conoïde à des plans de même hauteur, qui doivent garder entr'eux la proportion des ordonnées dans le triangle ABE. Car dans la parabole le quarré d'une ordonnée BE étant au quarré d'une

ordonnée OK, comme les parties de l'axe AE à AK, ou celles qui ont même raiſon BE & KL; & les parties du conoïde étant entr'elles comme les quarrés des diametres au demi-diametres KO de leurs cercles, ces parties du conoïde ſeront entr'elles comme celles du triangle ABE qui leur répondent. Ainſi le centre de gravité des parties du triangle étant au tiers de ſa hauteur, & le centre de gravité des parties du conoïde étant encore dans l'axe AE du conoïde, il s'enſuit que le centre de gravité du conoïde ſera au point K de ſon axe qui le diviſe enſorte que KE ſoit à KA, comme 1 à 2.

PROPOSITION LV.

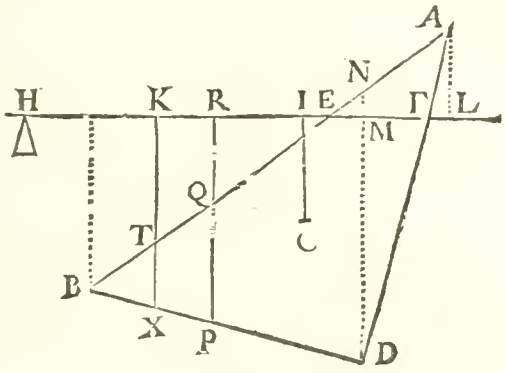
LES *trilignes étant appliqués comme on voudra à un levier, il y feront autant d'effort que ſi ils y étoient ſuſpendus par leur centre de gravité.*

Soit le triligne ABD appliqué ou attaché par la ligne ou par les points EF, au levier HL, qu'on ſuppoſe perpendiculaire à la direction des poids : je dis que ce triligne ſera autant d'effort ſur ce levier par rapport à quelque appui H, que ſi il y étoit ſuſpendu en I par ſon centre de gravité C.

Tout le triligne ABD, étant diviſé en parties indéfiniment petites par des lignes comme PQ paralleles à la direction des poids & à CI, qui eſt la ligne d'où le triligne eſt ſuſpendu par ſon centre de gravité C, ſi l'on prolonge toutes les lignes de la diviſion du triligne juſqu'au levier HL, comme PQ en R, toutes ſes parties comme PQ d'un côté de la ligne IC ſeront en équilibre avec toutes les parties comme ND de l'autre côté. Mais ſi l'on compare deux parties de ce triligne PQ, TX telles qu'on voudra comme deux poids ſuſpendus ſeparement aux points RK du levier, par les cinquante-uniéme & cinquante-troiſiéme

propoſitions, ils y feront autant d'effort que ſi ils y étoient tous deux enſemble ſuſpendus par leur centre commun de gravité.

Et ſi ce centre de gravité eſt conſideré maintenant comme un poids peſant autant que les deux parties enſemble QP, TX, & qu'on le compare à une autre partie ND du triligne ſuſpenduë auſſi au levier en M, ils feront autant d'effort ſur ce levier étant ſuſpendus ſéparement que ſi ils étoient ſuſpendus dans leur centre commun de gravité dans lequel ils ſeroient réünis. Enfin ſi l'on pourſuit toûjours de même en comparant le dernier centre de gravité avec une nouvelle partie, on épuiſera toutes les parties du triligne, & l'on trouvera néceſſairement que le centre de gravité de la ſomme de toutes les parties ſera ſuſpendu en I, c'eſt pourquoi toutes les parties du triligne ſuſpenduës ſéparement au levier HL y feront autant d'effort que ſi elles y étoient ſuſpenduës toutes enſemble dans leur centre commun de gravité C qui eſt celui du triligne, ce qu'il falloit démontrer.

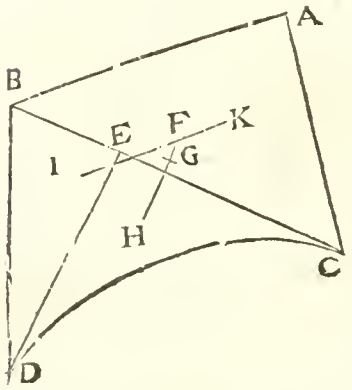


PROPOSITION LVI.

COMMENT *on peut trouver le centre de gravité des figures irregulieres.*

On peut trouver le centre de gravité de toutes ſortes de figures en les ſéparant en d'autres figures dont on puiſſe

connoître les centres de gravité en particulier, comme de la figure plane ABCD, de laquelle on retranchera le triligne mixte DEC dont on peut connoître le centre de gravité H par la 50e. propoſition, & l'on diviſera le reſte en triangles comme ABC, DBE dont on ſçait auſſi les centres de gravité I & K. Car aïant joint deux de ces centres de gravité comme IK par la ligne IK, on la diviſera en F dans la raiſon reciproque des triangles, & ce point F ſera le centre de gravité commun des deux triangles. Mais ces deux triangles faiſant autant d'effort étant ſuſpendus en I & en K ſur la ligne IK conſiderée comme un levier auquel ils ſont appliqués que ſi ils y étoient ſuſpendus par le point F par la précédente propoſition, on menera HF que l'on diviſera en G dans la raiſon reciproque des deux triangles ABC, BED enſemble comme ſuſpendus en F & du triligne DCE ſuſpendu en H, & le point G ſera le centre de gravité de toute la figure.



Car on pourra conſiderer les deux triangles joints enſemble & appliqués au levier HF ſur lequel ils doivent faire autant d'effort par rapport à l'appui G que ſi ils y étoient ſuſpendus par leur centre de gravité F; & de même le triligne EDC étant auſſi conſideré comme appliqué au même levier FH, il y fera autant d'effort par rapport à l'appui G, que ſi il y étoit ſuſpendu par ſon centre de gravité H: c'eſt pourquoi les trois parties de la figure feront autant d'effort ſur la ligne ou levier HF auquel on peut les conſiderer comme appliquées par rapport au point G, que ſi elles étoient ſuſpenduës au même levier HF. Mais

nous avons démontré que lors qu'elles y ſont ſuſpenduës elles ſont en équilibre ſur le point G, elles ſeront donc en équilibre ſur ce point G étant conſiderées comme appliquées au levier HF, c'eſt pourquoi le point G ſera le centre de gravité de la figure.

PROPOSITION. LVII.

LES *lignes, les ſuperficies & les ſolides étant appliqués comme on voudra à un levier, ils y ſeront autant d'effort que ſi ils y étoient ſuſpendus par leur centre de gratité.* (Voïez la figure page 125.)

Cette propoſition eſt évidente par les cinquante-uniéme & cinquante-troiſiéme propoſitions, puiſque toutes les parties de la ligne, de la ſuperficie ou du ſolide propoſé étant chacune ſuſpenduë au levier par leur centre de gravité, doivent avoir leurs momens égaux étant pris tous enſemble, à celui de ces mêmes parties jointes enſemble dans leur centre de gravité commun, ce qu'on démontre en comparant deux de ces parties l'une à l'autre, & enſuite leur centre de gravité avec une troiſiéme, & le centre de gravité de ces trois parties avec une quatriéme, & ainſi de ſuite juſqu'à la derniere, comme on l'a expliqué dans la propoſition précédente.

On a ſuppoſé dans la cinquante-cinquiéme propoſition, que les ſuperficies des trilignes étoient placées ſur un plan qui paſſant par le levier étoit étendu ſelon la direction des poids, & cela ne peut être autrement dans les ſuperficies planes quand leur centre de gravité n'eſt pas ſur le levier : car puiſqu'une partie du plan eſt appliquée au levier, c'eſt à-dire que la ligne du levier eſt ſur le plan, & celle qui va d'un point du levier à ſon centre de gravité par où la ſuperficie eſt ſuſpenduë, ne ſçauroit être hors la ſuperficie. On doit entendre la même choſe des ligne droites.

Mais ſi leur centre de gravité eſt ſur le levier, & que le plan de la figure ne paſſe pas par une ligne de direction des poids qui vient de quelque point du levier qu'on ſuppoſe toûjours perpendiculaire à la direction des poids, il faudra imaginer qu'il y a un plan qui paſſe par le levier & qui eſt ſelon la direction des poids; & puiſque toutes les parties de la figure étant ſuppoſées indéfiniment petites, doivent être en équilibre les unes à l'égard des autres des deux côtés de ce plan qui paſſe par le centre de gravité de la figure, il eſt évident que ſi l'on compare une des parties d'un côté de ce plan avec un autre partie de l'autre côté qui ait un moment égal à l'autre, leur centre commun de gravité ſera dans le plan, & l'on pourra conſiderer ce centre comme chargé des deux parties. Mais comme ce ſera la même choſe de toutes les parties de la figure d'un côté & d'autre de ce plan, toute la figure ſera reduite en points peſans qui ſeront dans ce plan qui paſſera par le levier, & qui ſera ſelon la direction des poids; c'eſt pourquoi par les cinquante-uniéme & cinquante-troiſiéme propoſitions en prenant tous ces points peſans deux à deux, ils doivent faire autant d'effort ſur le levier HF, que dans leurs centres commun de gravité, & prenant encore les centres de gravité comme des points peſans, on viendra à la fin au ſeul point C qui ſera ſur le levier le centre de gravité de toute la figure, ce qui fait voir que les parties de la figures priſes ſeparement & conſiderées comme appliquées au levier, y feront autant d'effort par rapport à quelque appui H, que ſi elles étoient toutes enſemble ſuſpenduës dans le point C auquel on les a réduites, & qui eſt le centre de gravité commun de toutes les parties de la figure, & par conſequent de la figure.

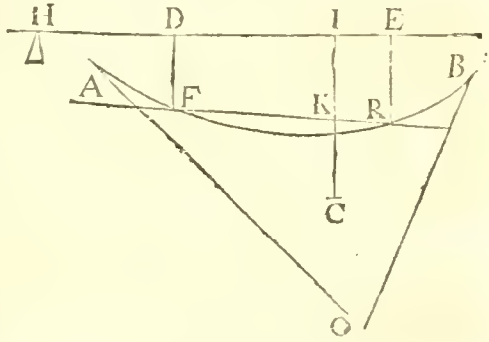
Il eſt facile à voir que cette démonſtration peut convenir aux lignes droites qui ſont appliquées ou attachées par leur centre de gravité au levier dans quelque inclinaiſon que

que ce ſoit, & aux lignes & aux ſuperficies courbes, & enfin aux ſolides.

PROPOSITION LVIII.

SI une ligne ou une figure ABO eſt ſuſpenduë en D & en E à un levier HE, par deux de ſes points FB tels qu'on voudra; Je dis qu'elle fera autant d'effort ſur ce levier par rapport à l'appui H du levier, que ſi elle y étoit ſuſpenduë en I par ſon centre de gravité C.

On peut conſiderer la figure ABO, comme ſi elle étoit ſuſpenduë & appliquée à un levier FR qui paſſe par les points F & R. Et par la cinquante-ſeptiéme propoſition toute la figure fera autant d'effort ſur le levier FR par rapport à un point comme K, que ſi elle étoit ſuſpenduë à ce levier par ſon centre de gravité C. Mais ſi le point K eſt la rencontre de la direction IC du centre de gravité C de la figure, elle fera tout ſon effort au point K. Enfin le levier FR étant chargé à ſon point K de toute la figure, & ce levier étant ſoûtenu en F & en R par deux puiſſances DE, toute la peſanteur de la figure doit ſe partager à ces deux puiſſances ſelon les diſtances KR, KF priſes reciproquement par la troiſiéme ou quatriéme propoſition, c'eſt-à-dire que la puiſſance E ſera à la puiſſance D, comme KF à KR, & les deux puiſſances enſemble doivent être égales à celle de la figure ou à ſa peſanteur.



Il s'enſuit donc de-là que la figure étant ſuſpenduë au

levier HE en D & en E, elle y partage sa pesanteur selon les lignes KF, KR, ou ce qui est la même chose dans la raison des lignes ID, IE. On peut donc considerer les deux points D & E comme étant chargés de deux poids qui sont ensemble égaux à celui de la figure, & qui sont entr'eux comme IE à ID. Mais par la cinquante-uniéme proposition, ces deux poids où toute la figure fera autant d'effort sur le levier HE par rapport à son appui H, que si elle étoit suspenduë en I par son centre de gravité C; ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION LIX.

SI le levier n'est pas perpendiculaire à la direction des poids, comme on l'a supposé dans les propositions précédentes qui regardent les centres de gravité, on pourra toûjours le reduire à un autre qui y sera perpendiculaire, & qui sera sur le même plan qui passant par le levier est posé selon la direction des poids.

Cette proposition est évidente, car tout ce qu'on a expliqué des leviers perpendiculaires à la direction des poids convient aussi aux autres, puisque les directions paralleles couperont de ces deux leviers des parties qui seront toutes entr'elles en même raison; & l'effort des poids étant supposé le même dans une même ligne de direction, il sera aussi grand pour le levier incliné, que pour le levier perpendiculaire.

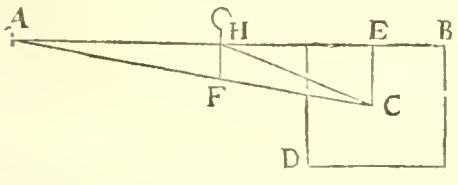
Il me reste maintenant à expliquer les effets des figures appliquées au levier quand leur centre de gravité n'est pas placé sur le levier.

PROPOSITION LX.

SI une figure eſt appliquée à un levier droit enſorte que le centre de gravité de la figure ne ſoit pas dans le levier ; ce levier droit ſe reduit à un levier angulaire.

Soit le levier droit AHB dont l'appui eſt en H, & la figure BD appliquée à l'un des bras de ce levier, enſorte que ſon centre de gravité C ne ſoit pas ſur le levier AHB ; Je dis que ce levier droit ſe reduit au levier angulaire AHC, & qu'il en a toutes les proprietés.

Car puiſque le point C eſt le centre de gravité de la figure, on la peut conſiderer toute reduite dans ce point, dont la diſpoſition ne peut pas changer à l'égard du levier auquel il eſt appliqué par le moïen de l'étenduë de la figure. C'eſt pourquoi s'il y a équilibre entre un poids A & la figure BD ſur l'appui H, il faudra que la figure ſoit au poids comme la diſtance HA à la diſtance HE, le point E étant la rencontre de la ligne CE, qui eſt la direction du centre C comme un point peſant. Mais ſi ce levier change de poſition en tournant ſur ſon appui H, il n'y aura plus d'équilibre entre la figure & le poids A : car par la vingtiéme propoſition ſi l'on mene AC, & que HF ſoit une ligne parallele à la direction des poids, laquelle ſoit menée par l'appui H, le point F ſera le centre de gravité commun de la figure BD, & du poids A ; c'eſt pourquoi ſi le levier change de diſpoſition ſur l'appui H, il n'y aura plus d'équilibre.



Maintenant ſi l'appui H eſt à l'une des extrémités du levier AH, & que la figure PD ſoit placée entre l'appui H

& la puiſſance en A, dont on ſuppoſe la direction parallele à celle des poids, & que la figure ſoit au deſſous du levier, il eſt évident que ce levier droit AH pourra auſſi être reduit à un levier angulaire ACH. Mais dans la poſition AH du levier qui eſt perpendiculaire à la direction des poids, la puiſſance en A doit être au poids de la figure comme HE à HA, pour faire équilibre par la troiſiéme ou quatriéme propoſition, car CE eſt la direction du centre C.

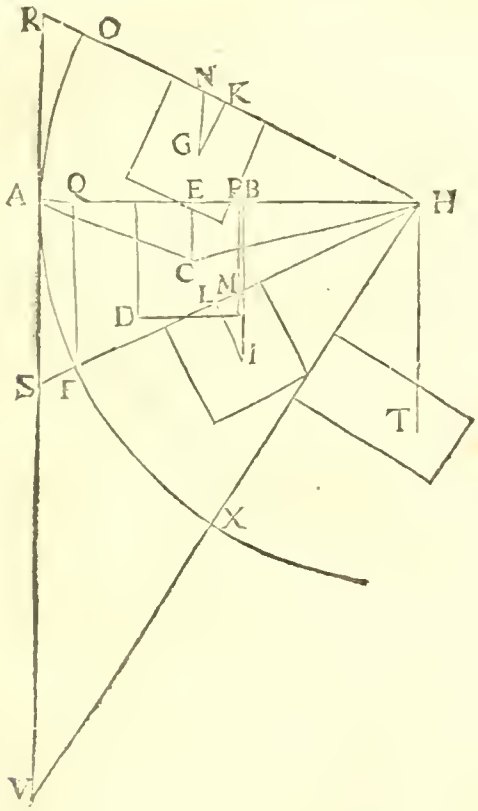
Maintenant ſi le levier eſt au deſſous de HA, comme dans la poſition HF, & que IM ſoit la direction du centre de gravité I de la figure, la puiſſance appliquée en F avec ſa direction parallele à celle des poids, ſera au poids de la figure dans le cas de l'équilibre, comme HM à HF par la troiſiéme ou quatriéme propoſition; car alors toute la figure doit être conſiderée comme ſuſpenduë en M au levier HF, ou en B au levier HA, & la puiſſance en Q, & HM eſt à HF, comme HB à HQ.

De même le levier étant placé en HO au deſſus de HA, & GN étant la direction du centre G de la figure, la puiſſance appliquée en O dans le cas de l'équilibre doit être à la peſanteur de la figure, comme HN à HO ou HA.

Il eſt donc évident que ſi le levier eſt au deſſous de HA, la puiſſance en F doit être moindre que celle qui étoit en A, & au contraire ſi le levier eſt au deſſus, la puiſſance en O doit être plus grande que la puiſſance en A.

Je dis maintenant que dans toutes les inclinaiſons du levier au deſſous & au deſſus de HA, la meſure de la diminution ou de l'augmentation de la puiſſance A, ſera la grandeur de la tangente de l'angle de l'inclinaiſon du levier comme AHF ou AHO, par rapport à HA priſe comme raïon: mais la grandeur qui repreſentera la puiſſance ſera AV qu'on trouvera en faiſant comme CE à EH, ainſi HA à AV.

Par exemple, le levier étant en HF, la puiſſance appliquée en F pour ſoûtenir le centre de gravité du poids placé en I, ſera à la puiſſance qui eſt appliquée en A, comme



HM à HE ou HL ſon égale, & la diminution ſera marquée par LM. Mais le triangle ILM eſt ſemblable au triangle HAS dans lequel AS eſt la tangente de l'angle AHS en poſant HA pour raïon.

De même pour l'augmentation quand le levier eſt placé au deſſus de HA, comme en HO où KN eſt l'augmen-

tation de la puiſſance appliquée en O par deſſus celle qui étoit en A ; & HA ſera à AR touchante de l'angle AHO, comme GK ou CE à KN.

Mais il faut remarquer que la diminution de la puiſſance ne peut aller que juſqu'à la quantité de la puiſſance, ce qui arrivera quand le levier ſera comme en HX où la direction par le centre de gravité T de la figure tombera au point H, & alors tout le poids de la figure ſera ſoutenu ſur l'appui H & la puiſſance ſera nulle, & l'on pourra regarder la tangente AV de cet angle comme la puiſſance en A pour lui comparer les autres, ou bien ſi l'on prend le point V pour un terme on aura toutes les lignes VS, VA, VR, &c. qui exprimeront le rapport des puiſſances qui doivent être appliquées aux extrémités du levier dans ſes differentes poſitions au deſſous ou au deſſus de HA, en poſant VA pour la grandeur de la puiſſance qui doit être appliquée en A : ce qui eſt facile à voir.

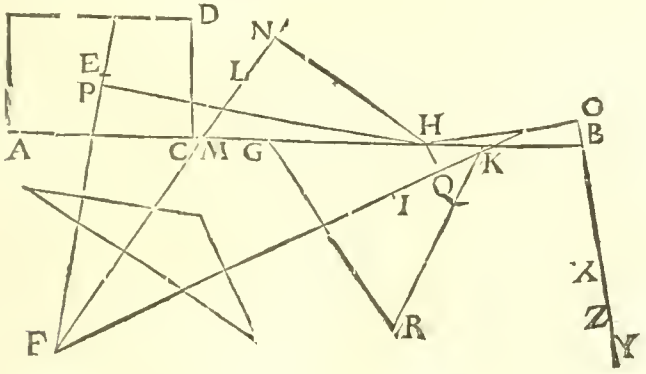
Il s'enſuit auſſi delà, que lorſque le levier ſera dans la ligne de direction des poids qui paſſe par l'appui H, il ſera parallele aux touchantes VR, & il ne rencontrera plus la ligne VA, c'eſt pourquoi dans ce cas la puiſſance devroit être infinie pour ſoûtenir le poids de la figure, quelque petit qu'il fût.

Ce que l'on vient d'expliquer pour la figure PD quand elle a ſon centre de gravité au deſſous du levier AH, ſe doit entendre de même quand il eſt au deſſus, en remarquant ſeulement que le point V qui eſt le terme de la grandeur des puiſſances ſera placé au deſſus du levier AH perpendiculaire à la direction des poids, & que les parties VS, VA, VR juſqu'à l'infini iront de haut en bas, ce qui n'a pas beſoin de plus grande explication, puiſque c'eſt la même choſe que dans le cas précédent.

PROPOSITION. LXI.

PLUSIEURS *figures étant appliquées comme on voudra à un levier avec des directions données, trouver la puiſſance qui faſſe équilibre avec les figures, & qui ſoit appliquée à un point donné de ce levier avec une direction donnée.*

Soit le levier droit AB qui a ſon appui en H ; & que la figure AD ſoit appliquée en AC au levier, & qu'elle ait ſon centre de gravité en E au deſſus de ce levier avec la direction donnée EF. De plus ſoit auſſi donné la figure GKR appliquée au même levier en GK, laquelle ait ſon centre de gravité en I, & dont la direction ſoit IF. Enfin ſoit donné le point B auquel il faut appliquer la puiſſance X avec la direction XB enſorte qu'il y ait équilibre entre cette puiſſance & les figures appliquées au levier.



Puiſque les points E & I ſont les centres de gravité des figures, & qu'elles ſont jointes enſemble par le levier, on les peut conſiderer comme une ſeule figure dont on trouvera la direction de ſon centre de gravité, c'eſt-à-dire la ligne FL qui ſera la direction d'une puiſſance qui ſoutien-

dra les deux figures avec leurs directions par la trentiéme propoſition ; car le point F peut être conſideré comme celui contre lequel les deux puiſſances agiſſent.

Mais cette puiſſance qui agit ſelon FL & qui rencontre le levier en M, peut être conſiderée comme étant appliquée au levier en M, puiſqu'elle doit agir avec une égale force dans toute ſa ligne de direction ; c'eſt pourquoi on aura reduit l'effort des deux figures AD, GKR à un ſeul avec ſa direction particuliere FM, LN.

Maintenant ſi de l'appui H on mene les perpendiculaires HN, HO ſur les directions données FMN, XBO, & ſi l'on fait comme HO à HN, ainſi la puiſſance trouvée qui ſoutient les deux figures, à la puiſſance X, il eſt certain par la neuviéme propoſition que la puiſſance X ſera équilibre avec celle qui ſoutient les deux figures, c'eſt-à-dire avec les deux figures qui agiſſent ſuivant leurs directions : ce qu'il falloit faire.

On doit remarquer que ces figures ne doivent être conſiderées que par rapport à leur grandeur pour déterminer celui de leur puiſſance, ce qui revient à la même choſe que ſi l'on donnoit les deux points EI arrêtés au levier dans une poſition immuable, leſquels ſeroient tirés par deux puiſſances qui garderoient entr'elles le rapport des figures AD, GKR, ſuivant les directions EF, IF.

On pourroit auſſi trouver la puiſſance X d'une autre maniere ſans reduire les puiſſances E & I à une moïenne. Car ſi de l'appui H on mene la perpendiculaire HP ſur la direction FE ; & de même ſi l'on mene la perpendiculaire HQ ſur la direction FI ; & que l'on faſſe comme HO à HP ainſi la puiſſance de la figure AD à une autre que j'appelle Z ; & de même comme HO à HQ ainſi la puiſſance de la figure GKR à une autre que j'appelle Y ; il eſt évident que ces deux puiſſances Z & Y priſes enſemble ſi les perpendiculaires HP, HQ ſont d'un même côté de *H*

doivent

doivent être égales à X ; mais que ce ſera leur difference ſi elles ſont des deux côtés de H. Et ſi la puiſſance Z étoit égale à la puiſſance Y, & que les perpendiculaires fuſſent des deux côtés de H, la puiſſance X ſeroit nulle, c'eſt-à-dire que les deux puiſſances en E & I avec leurs directions ſeroient équilibre ſur l'appui H, ſans qu'il fût beſoin d'une autre puiſſance X.

Ce que je viens d'expliquer des deux ſeules puiſſances appliquées en E & I doit s'entendre de même de quelle quantité que ce ſoit de puiſſances & appliquées de quelle maniere & en quels endroits on voudra du levier, ſoit du même côté ou des deux côtés de l'appui ; car l'on trouvera toûjours la puiſſance X par les deux manieres que je viens d'expliquer ; en obſervant que par la premiere il faudra reduire toutes ces puiſſances à une ſeule, en les prenant deux à deux juſqu'à la derniere.

DU TREÜIL OU TOUR, ET DES ROUËS DENTEÉS.

IL eſt fort facile à démontrer que l'augmentation de l'effort de la puiſſance dans cette machine, ne ſe fait que par le moïen du levier. Mais c'eſt une eſpece de levier qu'on peut appeller *levier ſans fin*, puiſque dans toutes les differentes poſitions de la puiſſance & du poids il y a toûjours même diſtance juſqu'à l'appui.

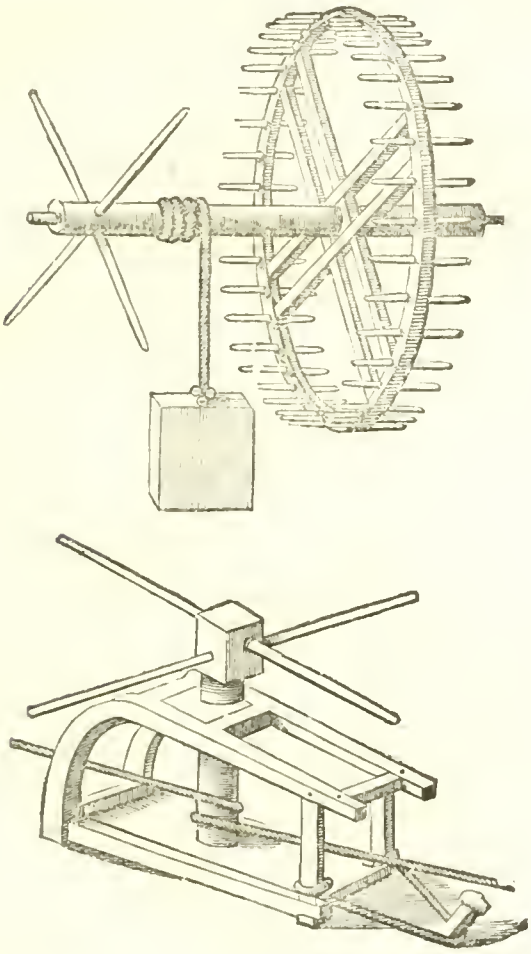
Cette machine a differens noms ſuivant les differentes applications qu'on en fait. Car lorſque le tour ou rouleau ſur lequel la corde s'entortille eſt poſé de niveau, on l'appelle communement Treüil, & l'on applique la puiſſance qui le fait mouvoir ou aux bras ou aux chevilles de la rouë. Mais lorſque le tour eſt poſé à plomb, comme parlent les ouvriers, ou bien perpendiculaire à l'horizon, on appelle la machine *Vindas*.

On pourroit croire que le nom de Treüil ſeroit dérivé du mot *axis in peritrochio*, que les Latins avoient tiré du Grec. Mais pour la machine où le rouleau eſt horizontal, nous trouvons dans Vitruve que les Latins l'appelloient *Sucula*, & celle où il eſt à plomb *Ergata*.

Les figures font aſſés connoître la conſtruction de cette machine, & de quelle maniere on doit s'en ſervir pour élever ou pour trainer des fardeaux.

On remarquera ſeulement que le Treüil avec ſa rouë s'applique ordinairement aux grues avec leſquelles on éleve les groſſes pierres dans les bâtimens, & que le cable eſt arrêté en quelque endroit du tour ſur lequel il s'entor-

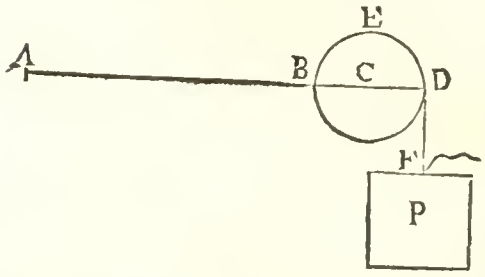
tille : mais que ce cable eſt ſeulement tortillé un tour ou deux ſur le tour du vindas enſorte qu'il n'y puiſſe pas gliſſer quand on le retient un peu ferme par l'une de ſes extrémités.



PROPOSITION LXII.

COMMENT *on doit meſurer l'effort de la puiſſance dans cette machine.*

Le cercle BED repreſente la groſſeur du tour ſur lequel la corde s'entortille, & AB la longueur du bras qui eſt attaché au tour, & qui ſert à le mouvoir, ou bien la diſtance depuis ce tour juſqu'aux cheviles. Le tour eſt ordinairement ſoutenu ſur une cheville de fer que l'on conſidere comme ſon appui & ſur lequel il tourne, & ſi l'on n'a point d'égard à la groſſeur de cette cheville ni à la groſſeur du cable DF qui paſſe ſur le tour & qui ſoutient le poids P, & qu'on ne les conſidere que comme des lignes, il eſt évident que la corde FD touchant le cercle en un point D, & le bras AB paſſant par le centre & rencontrant la circonference du cercle en D, dans le cas de l'équilibre la puiſſance appliquée en A avec une direction perpendiculaire à AC doit être au poids P, comme le demi diametre CD du tour ou rouleau BED à la longueur AC du bras depuis le centre C du rouleau juſqu'à l'endroit A où agit la puiſſance par la troiſiéme ou quatriéme propoſition : car l'aiſſieu repreſenté par le point C ſera l'appui du levier dont les bras ſeront CD, CA.



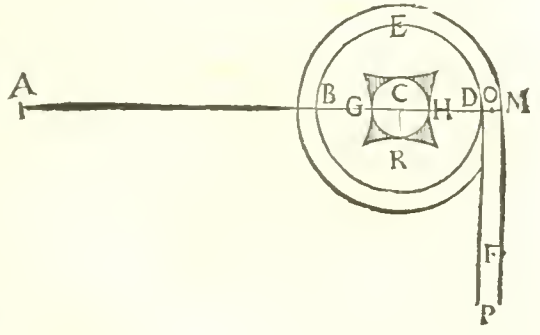
Mais ſi la puiſſance appliquée au bras du rouleau n'eſt pas perpendiculaire au bras, il eſt facile à voir que la puiſſance doit être plus grande pour ſoutenir le poids P. Car puiſque la diſtance perpendiculaire depuis l'appui C

juſqu'à la direction du poids P qui eſt la ligne FD, & qui doit toucher le cercle en D, demeurera toûjours la même CD, il faudroit que la longueur de l'autre bras CA fût auſſi toûjours la même, ce qui ne peut être que lorſque la direction de la puiſſance ſera perpendiculaire à CA, car ſi elle lui eſt inclinée de quelque maniere que ce ſoit, cette perpendiculaire ſera toûjours plus courte que CA, & par conſéquent il faudroit une puiſſance plus grande pour ſoutenir le poids P.

PROPOSITION LXIII.

IL faut voir maintenant ce qui doit arriver ſi l'on a égard à la groſſeur de la cheville ſur laquelle le rouleau ou le tour ſe meut en tournant.

Si l'ouverture ou le trou dans lequel la cheville ſe meut étoit rond, & ſeulement d'un diametre un peu plus grand que celui de la cheville, il eſt évident que la circonference de la cheville touchera en beaucoup d'endroits celle du trou, & par conſéquent les frottemens ſeront grands & le mouvement difficile. Mais ſi cette ouverture eſt quarrée ou même ſi elle eſt faite de portions de cercle, dont la convexité ſoit tournée au contraire de celle de la cheville, comme on le voit dans la figure, le frottement ſera très petit; car ſi la circonference de la cheville qui ne touchera quaſi qu'en un point R celle de l'ouverture, s'échapera facilement.



La ligne CR étant menée du centre C au point touchant R étant perpendiculaire à ACD, il eſt évident que tout le frottement ſera au ſeul point R, puiſque le poids P & la puiſſance A demeurent en équilibre ſur ce point comme ſur le centre C ; car ſi du point R comme appui on menoit des perpendiculaires ſur les lignes de direction par A & par D qui ſont perpendiculaires à ACD, elles ſeroient auſſi égales à CA & à CD.

PROPOSITION LXIV.

PLUS *le cable ſera gros & le tour ou le rouleau petit ; plus il faudra de force pour mouvoir, ou même pour ſoûtenir le fardeau.* (Voïez la Fig. précédente.)

Si l'on a ſeulement égard à la groſſeur du cable qui ſoit DM, il faudra conſiderer comme un corps qui ſoutient le poids P, & qui eſt appliqué au levier CD prolongé en M. Mais comme ce corps ſoutient le poids P, on peut le conſiderer comme peſant lui-même autant que ce poids ſans avoir égard à ſa peſanteur particuliere qui doit diminuer à meſure que le poids monte. Et comme ſa peſanteur ou ſa charge ſe doit diſtribuer également dans toutes ſes parties, il fera autant d'effort ſur le levier auquel il eſt appliqué, que s'il étoit ſuſpendu par ſon centre de gravité O qui eſt au milieu de DM, par la cinquante-ſeptiéme propoſition. Ainſi le bras CD devient plus long de la moitié du diametre de la corde, qu'on ne l'avoit ſuppoſé dans les propoſitions précédentes ; & par conſéquent plus la corde ſera groſſe & plus ce bras ſera grand ; c'eſt pourquoi il faudra une puiſſance plus grande en A pour ſoutenir le fardeau P.

Je dis auſſi que ſi le diametre du rouleau eſt petit, il faudra plus de force pour élever le poids que s'il étoit plus gros. Car lorſque le poids s'éleve la corde s'entortille

autour du rouleau, & il eſt certain qu'elle ne peut s'appliquer autour du rouleau ſans que toutes ſes parties ſe ploient, & la difficulté à ſe ploier ſera d'autant plus grande que les plis ſeront plus grands; mais ils ſont plus grands, c'eſt-à-dire, que les angles ſont plus aigus ſur un petit rouleau que ſur un grand; il y aura donc plus de difficulté à élever le fardeau avec le petit tour ou rouleau qu'avec le grand, ſuppoſé que la proportion ſoit gardée entre la longueur du bras & le raïon ou demi diametre du rouleau.

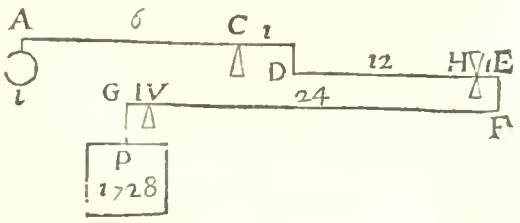
C'eſt une difficulté dans l'exécution des machines à laquelle il faut avoir égard auſſi bien qu'aux frottemens.

Il faut auſſi prendre garde que ſi la corde ou le cable fait pluſieurs tours l'un ſur l'autre, elle s'éloigne d'autant plus de l'appui, ce qui augmente encore la difficulté.

PROPOSITION LXV.

L'EFFORT *des machines qui ſont composées de roüës dentées, peut ſe meſurer par des leviers qui ſe communiquent les uns aux autres.*

Je ſuppoſe icy que les roüës dentées font toûjours un même effort les unes ſur les autres en ſe rencontrant avec leurs dents, ce qu'on peut exécuter comme je l'ay démontré dans le traité des Epicycloïdes, & de leur uſage dans les Mécaniques que j'ay fait imprimer depuis peu; & quoique les dents ne ſe rencontrent pas toûjours à égale diſtance de l'axe de la roüe ou du pignon, on peut toujours le ſuppoſer puiſqu'elles font le même effort l'une ſur l'autre que ſi elles s'y rencontroient effectivement.



Soit donc AB un levier dont l'appui eſt en C que l'on peut conſiderer comme le diametre d'une rouë, enſorte que CA ſoit la diſtance depuis l'aiſſieu marqué par l'appui C juſqu'aux dents, & CB celle depuis le même aiſſieu juſqu'aux dents du pignon de cette rouë. Et ſemblablement que DE repreſente le diametre d'une autre rouë dont l'appui ſoit en H, & FG auſſi celui de la derniere rouë dont l'appui en V.

Si ces rouës ſe communiquent en ſe rencontrant en B & D, & en E & F, ce ſera la même choſe que ſi les leviers s'appuïoient par les mêmes points l'un ſur l'autre.

Maintenant que la puiſſance ſoit appliquée en A, & que le poids P qu'elle doit élever ſoit ſoutenu par la corde GP qui eſt tortillée ſur le tour de la derniere, lequel a pour demie diametre VG.

Si la longueur CA eſt égale à ſix fois CB, il eſt évident par la troiſiéme propoſition que le poids d'une livre en A ſoutiendra le poids de ſix livres en B, ou ce qui eſt la même choſe qu'il fera en ce point B un effort égal à celui de ſix livres.

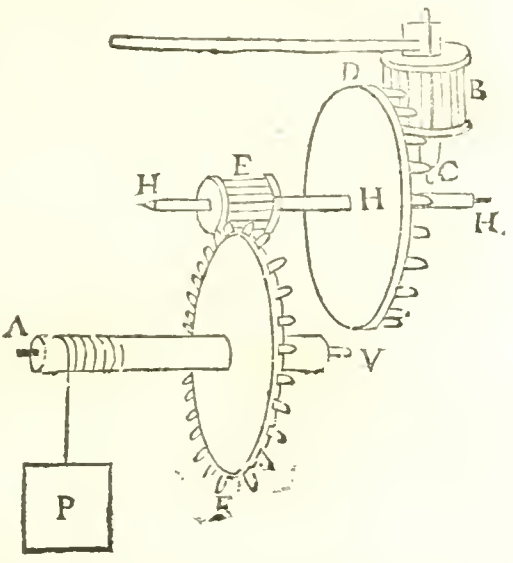
Mais puiſque le point B eſt appliqué ſur le point D du ſecond levier, ſi HD eſt égale à douze fois HE, il s'enſuit auſſi par la même propoſition que l'effort de ſix livres en D lequel il reçoit du poids B, en fera un de 72 livres en E.

Enfin par l'application du point E au point F du troiſiéme levier, ſi VF eſt égal à 24 fois VG, l'effort de 72 livres en F en produira un en G de 1728.

Ainſi l'effort d'une livre en A peut ſoutenir en G un poids de 1728 livres.

On n'a point d'égard aux frottemens, & il n'eſt pas auſſi néceſſaire de les conſiderer dans l'état de l'équilibre, puiſqu'ils doivent plûtôt aider à ſoutenir les pois en équilibre qu'à détruire l'équilibre, car il eſt certain dans cet exemp!

exemple que le poids d'une livre en A en pourroit ſoutenir un en G bien plus grand que 1728 livres, à cauſe que celui-cy auroit beſoin d'une augmentation conſiderable pour vaincre les frottemens des dents des rouës l'une contre l'autre & des pivots dans leurs trous. De même le poids de pluſieurs livres en A reſteroit encore en équilibre avec le poids de 1728. en G. C'eſt pourquoi il faudroit une force beaucoup plus grande que celle d'une livre en A pour élever 1728 en G, puiſqu'il faudroit qu'elle pût ſurmonter tous les frottemens. On peut voir dans cette figure l'aſſemblage de pluſieurs rouës les unes avec les autres pour connoître comment les dents des rouës s'engrennent dans celles des pignons, ou dans les fuſeaux des lanternes qui font le même effet que les pignons.



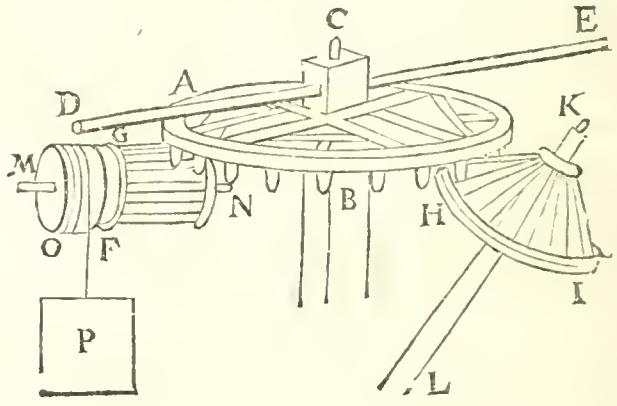
PROPOSITION LXVI.

ON *peut changer la direction des mouvemens par le moien des rouës dentées.*

Soit la rouë AB qui ſe meut ſur ſon pivot vertical C & qui a ſes dents poſées perpendiculairement ſur le plan de la rouë.

Si l'on fait mouvoir cette rouë AB horizontalement par

le moïen des bras DE, & que ſes dents rencontrent & s'engrennent dans les fuſeaux de la lanterne GF qui ſe meut ſur ſon pivot horizontal MN, il eſt évident que le mouvement horizontal de la puiſſance appliquée aux bras DE ſera changé en un mouvement vertical autour du pivot ou de l'arbre MN de la lanterne. Ainſi par le moïen d'un mouvement horizontal on élevera le poids P dont la corde s'entortillera ſur le rouleau O, qui a ſon aiſſieu MN commun avec celui de la lanterne FG.



Mais ſi au lieu de la lanterne FG dont les fuſeaux ſont paralleles à l'aiſſieu, on en conſtruit une autre comme HI dont les fuſeaux ſont inclinés à l'arbre KL dans quel angle on voudra, il eſt évident que le mouvement horizontal de la puiſſance appliquée aux bras de la rouë ſera changé en un mouvement incliné à celui-cy dans quel angle on voudra autour de l'arbre KL.

On remarquera ſeulement qu'il faut que les fuſeaux de la lanterne HI, leſquels rencontrent les dents de la rouë ou rouët AB, ſe trouvent placés horizontalement dans

cette rencontre, afin qu'ils s'y appliquent de la même maniere que ſi cette lanterne étoit ſemblable à l'autre GF. Ces changemens de directions dans les mouvemens peuvent avoir de très-grands uſages dans les machines.

PROPOSITION LXVII.

DESCRIPTION *du moulin à vent, avec le calcul de l'effort du vent ſur les volans ou aîles.*

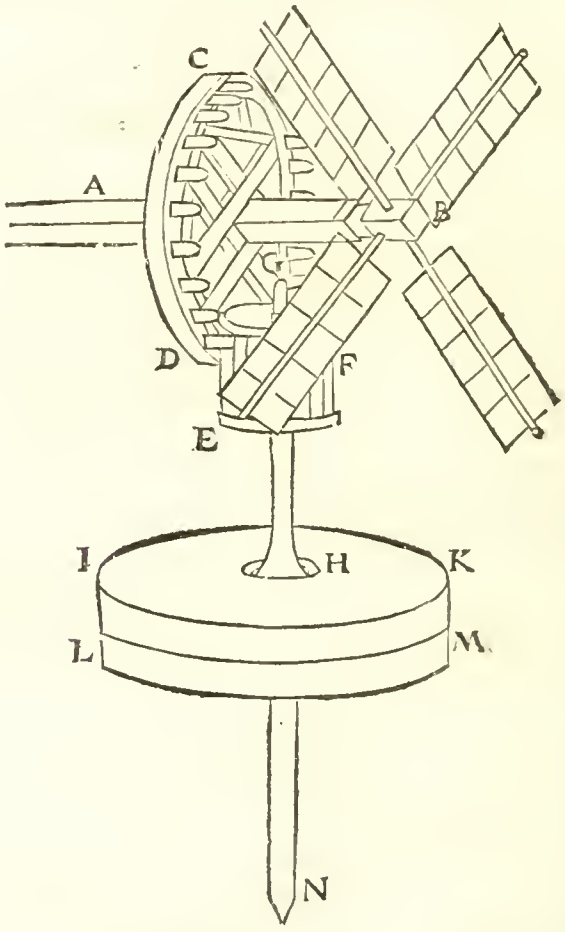
Il y en a ordinairement de deux ſortes, mais ils ne ſont differens qu'en ce que dans les uns tout le corps du moulin tourne ſur un pivot pour expoſer les volans au vent, dans les autres le corps eſt de pierre, & il n'y a que la partie d'enhaut qui tourne pour expoſer les aîles au vent. Dans ceux-cy la lanterne & les meules doivent être placées au milieu de la tour, afin que les dents du rouët dans toutes ſes poſitions differentes rentrent toûjours également les fuſeaux de la lanterne.

AB eſt le gros arbre à l'extrémité duquel les aîles ſont attachées, & qui ſert d'aiſſieu à la roue ou rouët CD. Les dents du rouët CD s'engrennent dans les fuſeaux de la lanterne EF dont l'aiſſieu GHN eſt vertical, & qui étant arrêté à la meule de deſſus IK la fait tourner ſur celle de deſſous LM qui eſt immobile.

Ainſi le mouvement vertical des aîles & du rouët eſt converti en un mouvement horizontal des meules.

Le rouët a ordinairement 48 dents & la lanterne 10 fuſeaux, enſorte que chaque tour du rouët ou des aîles fait faire près de cinq tours aux meules. On obſerve autant qu'on peut que les meules ne faſſent tout au plus qu'un tour en une ſeconde de tems, & par conſéquent les aîles feront auſſi un tour en cinq ſecondes : c'eſt pourquoi ſi le vent eſt trop violent on abat une partie des toiles pour les reduire à cette viteſſe.

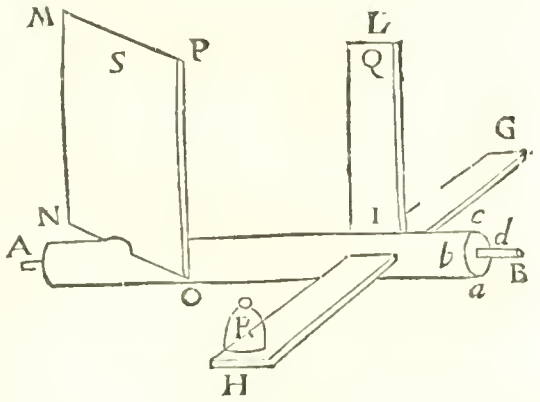
Il ne ſemble pas que la maniere ordinaire de ſe ſervir de la force du vent pour faire tourner les meules des moulins ſoit la plus avantageuſe qu'il eſt poſſible de trouver ;



c'eſt ce qui a obligé pluſieurs habiles ouvriers à chercher d'autres ſortes de moulins à vent & ſur tout des horizontaux, afin d'en expoſer les volans directement au vent & de profiter de toute ſa force ; mais toutes ces ſortes din-

ventions n'ont point réüſſi. On peut croire que les moulins à vent tels que nous les voïons, n'ont pas été mis d'abord dans la perfection où ils ſont à preſent, mais que l'uſage continuel que l'on en fait, y a fait voir pluſieurs deffauts que l'on a corrigés enſuite. Voicy le calcul de l'effort du vent contre les aîles d'un moulin ſuivant la recherche qu'en a fait Monſieur Mariotte dans ſon livre du mouvement des eaux.

AB repreſente dans cette figure l'axe ou l'aiſſieu d'un tourniquet cylindrique que la régle GH traverſe à angles droits; & IL eſt une autre régle poſée perpendiculairement ſur la premiere GH & arrêtée auſſi dans le tourniquet. MNOP eſt une petite table mince comme les régles précédentes, qui eſt auſſi poſée perpendiculairement ſur l'axe AB, & de biais, en telle ſorte qu'elle fait avec lui un angle de 45 degrés & à l'égard de la régle GH.



Si nous ſuppoſons maintenant qu'un jet d'eau choque directement la régle IL vers le point Q, & qu'il faſſe tourner le cylindre ſelon l'ordre des lettres *a b c d*; mais que le poids R poſé vers l'extrémité H de la régle GH faſſe équilibre avec la force du jet d'eau Q, c'eſt-à-dire qu'il empêche le cylindre de tourner. Il eſt certain que ſi le même jet d'eau choque auſſi la table MO dans le point S qui ſoit auſſi éloigné de l'axe du cylindre que le point Q, & que la direction de ce jet ſoit perpendiculaire à la table, il ne pourra pas

ſoutenir le poids R, parce que ſa direction ne ſera pas ſelon le mouvement de la régle IL qui eſt dans un plan perpendiculaire à l'axe AB; mais il ne pourra alors ſoutenir qu'un poids qui ſera au poids R, comme le côté d'un quarré à ſa diagonale. Et ſi le même jet eſt parallele à l'axe AB & qu'il choque la table MO au même point S, il faudra encore diminuer de ſon effort dans la même proportion du côté à la diagonale d'un quarré, parce que ce jet choque obliquement la table ſous un angle de 45 degrés.

Il eſt donc évident que cette double raiſon de diminution doit reduire le poids R à ſa moitié, comme il eſt démontré dans le traité de la percuſſion à la fin de la treiziéme propoſition de la ſeconde partie.

Or le vent qui choque les aîles d'un moulin à vent les choque obliquement, & s'il rencontroit chaque aile ſous un angle de 45 degrés, il s'enſuit par ce qui vient d'être expliqué qu'il n'auroit que la moitié de la force qu'il auroit s'il la rencontroit directement, & ſi l'aîle étoit placée ſur l'arbre comme la régle IL ſur l'axe AB. Si l'on poſe donc que la force totale du vent ſoit 80, elle ſe reduira à 40 par ces deux cauſes.

Mais il y a encore une cauſe de diminution de force qui vient de la même obliquité; car il y aura une moindre largeur de vent qui rencontrera la ſurface de l'aile que ſi elle lui étoit directement oppoſée, & cette diminution ſera encore dans la même raiſon du côté d'un quarré à ſa diagonale, ce qui réduit enfin toute la force du vent meſurée par 80 à 28 $\frac{1}{4}$.

Mais ſi l'obliquité de l'aîle eſt moindre que 45 degrés, c'eſt-à-dire ſi elle eſt plus expoſée au vent dont on ſuppoſe la direction parallele à l'axe AB, & que l'angle ſoit de 60 degrés d'un côté & 30 par l'oppoſé, alors la premiere cauſe de diminution réduit la force de 80 à la moitié 40, mais les deux autres enſemble ne la réduiront que de 40

à 31 à peu près. Ce qui fait connoître qu'il vaut mieux que les aîles des moulins à vent aïent cette obliquité que celle de 45 degrés.

Par les ſuppoſitions de M. Mariotte, ſi la viteſſe d'un vent mediocre eſt de 24 pieds par chaque ſeconde de tems, comme on le connoît par l'experience, une aîle ou une voile oppoſée directement au vent, & qui a 144 pieds en ſuperficie ſoutiendra un poids de 210 livres, ſi la diſtance de l'appui ou le centre du mouvement, comme l'axe AB dans le tourniquet précédent juſqu'à l'endroit comme R où eſt poſé le poids, eſt de 12 pieds de même que la diſtance du centre de la voile. Mais ſi la voile avoit ſeulement 6 pieds de large & 24 pieds de long, elle aura la même ſuperficie de 144 pieds, & ſon centre ſera auſſi à 12 pieds de l'axe; c'eſt pourquoi elle ſoutiendra encore les 210 livres à 12 pieds de diſtance de l'axe. Mais ſi la diſtance depuis l'axe juſqu'au centre de la voile eſt de 15 pieds, elle ſoutiendra 262 $\frac{1}{2}$ livres.

Mais par les trois cauſes de diminution ſuppoſant l'angle des aîles de 60 degrés avec l'arbre où élles ſont attachées, la force du vent ſe reduira à ſoutenir 101 $\frac{1}{4}$ de liv. à 15 pieds de diſtance de l'arbre. Et à cauſe des quatre aîles, la force du vent pourra ſoutenir 407 livres à la diſtance de 15 pieds de l'axe des aîles.

Mais le demi diametre du rouët étant ſuppoſé de 4 pieds ſi l'on fait comme 4 à 15, ainſi 407 à 1526, ce nombre ſera celui des livres qui meſurent l'effort du vent contre les fuſeaux de la lanterne, dans la ſuppoſition qu'il fait 24 pieds en une ſeconde. On n'a point d'égard aux frottemens dans tous ces calculs.

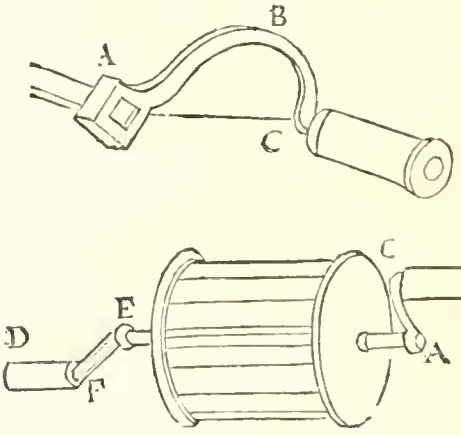
Dans les moulins horizontaux il ne peut y avoir environ qu'une aîle contre laquelle le vent agit directement, & il faudroit qu'elle fût d'une grandeur extraordinaire pour faire autant d'effet que les quatre aîles verticales des

moulins ordinaires, comme il eſt facile de le calculer par les ſuppoſitions précédentes.

PROPOSITION LXVIII.

DES *manivelles courbes & droites.*

Les ouvriers ont accoutumé de mettre une manivelle courbe ABC aux axes des rouës, & ils croient que par ce moïen la puiſſance agit avec plus de force. Mais il eſt facile à voir que cette manivelle étant de fer & roide, l'on n'en tire pas plus d'avantage que ſi elle étoit droite depuis A juſqu'en C.



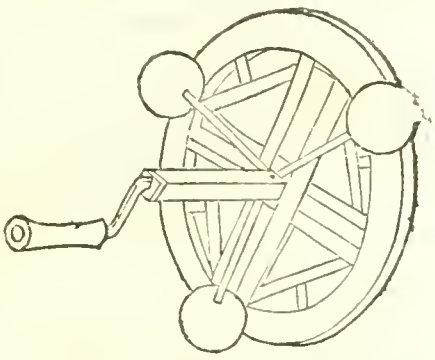
On remarquera ſeulement, que ſi l'on applique deux manivelles ACB, EFD aux extrémités de l'axe d'une rouë, il ne faut pas qu'elles ſoient oppoſées l'une à l'autre; mais il faut qu'elles faſſent un angle droit entr'elles comme CA, EF, afin que quand un des ouvriers tire à lui ou repouſſe le manche de la manivelle, l'autre l'éleve ou l'abaiſſe. Car les forces étant differentes dans ces differentes manieres d'agir, elles ſeront toujours oppoſées l'une à l'autre, & le mouvement de la rouë ſera uniforme.

PROPOSITION

PROPOSITION LXIX.

DES *poids que l'on ajoûte aux rouës.*

Si la puiſſance qui eſt appliquée à l'axe d'une rouë pour la faire mouvoir n'agit pas également par tout, il ſera à propos de donner aſſez de peſanteur à la rouë, afin qu'étant miſe en branle elle puiſſe reduire à l'égalité le mouvement inégal de la puiſſance; & ſi l'on ne peut pas rendre la rouë plus peſante, on ajoûtera à l'axe trois maſſes de plomb qui y ſeront attachées avec des verges de fer. Mais il ne faut pas croire comme quelques-uns, que ces maſſes de plomb puiſſent augmenter la force de la puiſſance, au contraire leur peſanteur augmentant les frottemens de l'axe de la rouë, la puiſſance y perdra toûjours beaucoup de ſa force.

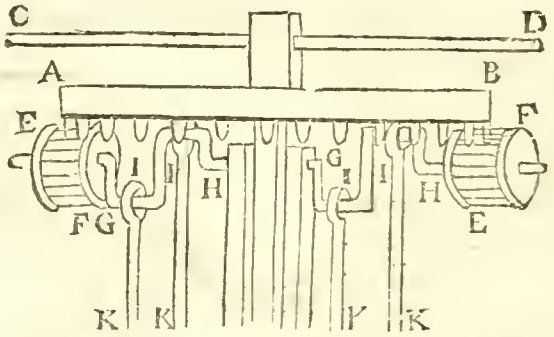


PROPOSITION LXX.

DES *rouës & des lanternes avec leurs axes coudés pour faire mouvoir les piſtons des pompes.*

Si la puiſſance fait tourner la rouë verticalement, il faudra ſeulement couder les extrémités de ſon axe, comme on voit icy GH. Mais ſi le mouvement de la puiſſance eſt horizontal, comme s'il eſt appliqué aux bras CD d'une rouë horizontale AB, il faudra ajuſter les lanternes EF enſorte que leurs fuſeaux s'engrennent dans les dents de la rouë, & que leurs axes coudés puiſſent faire l'effet que l'on demande.

Dans chaque coude de l'axe on y paſſe une eſpece d'anneau I qui tient à la queuë du piſton K, enſorte que dans le mouvement de la lanterne les coudes des axes s'élevant & s'abbaiſſant alternativement, ils élevent & abaiſſent les piſtons dans les corps de pompe, ce qui fait donner un coup de piſton à chaque tour des lanternes.



On peut faire le diametre des lanternes de la cinquiéme partie, à peu près de celui de la grande rouë, afin qu'à chaque tour de la grande rouë des lanternes en faſſent cinq. Mais quoique cette proportion ſoit commode, on n'en peut pas faire une regle, à cauſe qu'il faut avoir égard à la viteſſe de la puiſſance, qui pourroit être trop grande pour cette proportion, & qui feroit mouvoir les piſtons trop promptement.

PROPOSITION LXXI.

QUE *dans les rouës dentées il ne faut pas que le nombre des dents contienne exactement un nombre de fois les dents des pignons où les fuſeaux des lanternes auſquels elles s'appliquent.*

Cette regle ne regarde ſeulement que l'exécution, & l'on y doit avoir égard pour faire que les dents des rouës ne rencontrent pas toûjours les mêmes dents des pignons:

car lorſqu'elles en rencontrent de differentes elles ſe perfectionnent en ſe frotant & en s'uſant l'une contre l'autre, & elles prennent enfin à peu près la figure qui leur convient pour agir également dans leurs differentes rencontres & dans les differens éloignemens de leurs axes, ce que j'ay examiné dans le traité des *Epicycloïdes*.

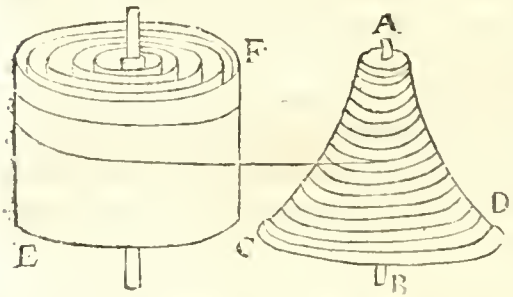
Il faudroit pour pratiquer cette regle à la rigueur, que les nombres des dents des rouës & des pignons fuſſent premiers entr'eux, c'eſt-à-dire qu'ils n'euſſent point d'autre commune meſure que l'unité, & ainſi une même dent de la petite rouë ou du pignon ne rencontreroit la même dent de la grande rouë qu'après que la petite auroit fait autant de revolutions qu'il y auroit de dents dans la grande. Mais à cauſe qu'il y a un peu de difficulté à faire une diviſion de deux nombres premiers, on fait le nombre des dents de la grande rouë, par exemple de 48 ou de 60, & celui des pignons de 6 ou de 8, & dans les moulins le rouët a 48 dents & la lanterne 10 fuſeaux, afin que les mêmes dents ſe rencontrent le moins ſouvent qu'il ſera poſſible; car ſi la rouë a 60 & le pignon 6, les moindres nombres qui gardent la même proportion ſeront 10 & 1, c'eſt pourquoi les mêmes dents du pignon de 6 ne rencontreront celles de la rouë qu'après 10 revolutions; & ſi la grande rouë avoit 60 & le pignon 8, les dents du pignon ne rencontreroient les mêmes dents de la rouë qu'après 15 revolutions, à cauſe que 15 & 2 ſont les nombres premiers entr'eux qui expriment le rapport de 60 & de 8. Enfin ſi la rouë a 48 dents & le pignon ou la lanterne 10, les dents de la lanterne ne rencontreront les mêmes dents du rouët qu'après 24 revolutions, car les nombres 24 & 5 ſont les deux nombres premiers qui expriment le rapport de 48 & de 10, & c'eſt ce qui fait voir qu'on ne pouvoit pas trouver des nombres de dents qui fuſſent plus propres pour le rouët & pour la lanterne des moulins, car la divi-

ſion en 48 parties eſt très-facile & ſe peut faire fort exactement, & celle de 10 eſt commode puiſqu'elle ſe reduit à celle de 5.

PROPOSITION LXXII.

DE *la figure qu'on doit donner à la fuſée des horloges qui ont un reſſort pour principe du mouvement.*

Quoique les reſſorts tirent avec beaucoup plus de force quand ils ſont fortement bandés, que quand ils ne ſont que médiocrement, on n'a pas laiſſé de ſe ſervir de cette puiſſance inégale pour le mouvement égal des horloges, en corrigeant les inégalités de la puiſſance par les differentes longueurs des bras du levier auſquels elle eſt appliquée ſucceſſivement.

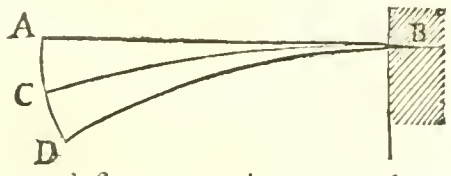


On s'eſt ſervi pour cet effet d'une fuſée ACD qui a la figure d'une eſpece de cone, ſur laquelle la corde eſt entortillée quand le reſſort du *tambour* ou *barillet* eſt tendu. Ainſi quand le reſſort tire avec plus de force la corde avec laquelle il agit ſur la fuſée pour la faire tourner, il eſt appliqué au ſommet A de la fuſée où la diſtance depuis ſa ſuperficie où la corde la rencontre, juſqu à l'axe AB eſt fort petite. Au contraire quand le reſſort eſt vers la fin de ſa tenſion, la corde ſe trouve appliquée ſur la plus grande circonference de la fuſée vers ſa baſe CD où elle la tire fort loin de l'axe. Et ſi quand elle tire la fuſée vers le ſommet la force du reſſort peut ſoutenir quatre livres, & vers la baſe une livre ſeulement, ce qu'on peut connoître par

experience, il faudra que le diametre de la fuſée par ſa baſe à l'endroit où s'applique la corde ſoit quadruple du diametre du ſommet. Car par ce moïen les puiſſances étant en raiſon reciproque des diſtances depuis l'appui juſqu'à l'endroit du levier où elles ſont appliquées, elles agiront avec une force égale.

Il faut donc expliquer la maniere de trouver la figure de la fuſée qui ne doit pas être tout-à-fait conique comme l'experience la fait connoître ; mais elle doit être un peu creuſe vers le milieu.

On a trouvé par experience que les tenſions differentes des reſſorts par differens poids ou differentes puiſſances ſont en même raiſon que ces poids ou que ces puiſſances, c'eſt-à-dire que ſi le reſſort AB eſt arrêté ferme par ſon extrémité B, & que ſans être chargé il ait la poſition BA, lorqu'on le chargera du poids d'une once, par exemple il prendra la poſition BC, & quand on le chargera du poids de deux onces il prendra la poſition BD, on trouve que AC eſt à AD comme 1 à 2. Cette experience eſt aſſés juſte dans le moïennes tenſions du reſſort, mais ce n'eſt pas la même choſe dans les dernieres : c'eſt-pourquoi comme dans la conſtruction des horloges on ne ſe ſert que d'une partie de la tenſion du reſſort qui peut garder aſſés exactement cette regle, on la ſuppoſe icy comme un principe.



Cette experience étant poſée, je ſuppoſe que la corde n'a aucune difficulté à ſe ploier, & qu'elle eſt très-deliée pour trouver plus exactement la figure de la fuſée.

Soit donc AB la hauteur de la fuſée, & BC le demi diametre du cercle de ſa baſe ; car je ſuppoſe qu'elle n'eſt formée que de cercles qui ont tous leurs centres dans la ligne ou dans l'axe AB ; & ſoit AD le demi diametre du cercle

d'enhaut. Soit enfin la force du reſſort capable de ſoutenir 4 onces à quelque diſtance de l'axe AB, comme BC, quand la corde tire la fuſée par le point C à la même diſtance BC, ce que l'on peut connoître par experience.

Maintenant aïant diviſé BC en un nombre tel qu'on voudra de parties égales, comme en 25 que l'on peut ſuppoſer égales au diametre de la corde, on aura le nombre 100 pour moment de l'effort du reſſort qui tire en C le bras du levier BC avec une puiſſance de 4 onces.

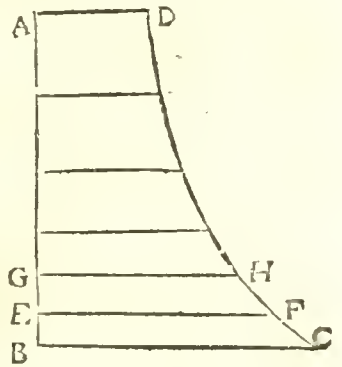
Mais ſi AD contient 10 parties de celles dont BC en contient 25, & qu'on veuille que le reſſort étant appliqué au point D pour le tirer y agiſſe avec un effort égal à celui qu'il avoit en C, il faudra diviſer le moment qu'il avoit en C, qui étoit 100 par la diſtance AD depuis l'axe AB juſqu'au point D où il eſt appliqué, & l'on aura 10 qui ſera la force de 10 onces qu'il doit ſoutenir en ce point D pour faire le même effet qu'il faiſoit au point C lorſqu'il le tiroit avec une force de 4 onces. Il faudra donc que le reſſort ſoit bandé de telle maniere, que lorſqu'il tirera le point D il ſoutienne 10 onces.

Mais lorſque le reſſort ſera tendu pour ſoutenir 5 onces à l'extrémité F du bras d'un levier EF, ſi l'on veut qu'il y faſſe autant d'effort qu'il en faiſoit en C, il faudra diviſer le moment 100 par 5, & l'on aura $\frac{100}{5}$ ou 20 des parties de BC pour la longueur du bras EF. De même ſi le reſſort eſt tendu pour ſoutenir un poids de 6 onces, la longueur du bras GH ſera $\frac{100}{6}$, & ainſi de ſuite en prenant toûjours une once d'augmentation on aura $\frac{100}{7}$, $\frac{100}{8}$, $\frac{100}{9}$ & $\frac{100}{10}$ ou 10 pour AD.

Mais par le principe puiſque les augmentations de l'effort du reſſort ſont égales étant chacune d'une once, il faut que les longueurs de la corde qui bande le reſſort aïent des differences égales entr'elles, & par conſequent ces longueur égales de cordes occuperont des eſpa-

ces égaux ſur la fuſée. Mais on ne doit pas meſurer ces eſpaces par les ſegmens de la ſuperficie de la fuſée, mais par les ſegmens de triangles comme BCEF, EFGH qui ſont entr'eux dans la même raiſon que les circonferences des cercles que forme la corde entre chaque diviſion, car on ſupoſe qu'elle tourne en cercle ſur la fuſée qui doit être formée par la longueur de la corde, puiſque ces ſegmens de triangles ſont compoſés des diametres de chaque cercle.

Il ne reſte donc plus qu'à déterminer la hauteur des ſegmens de triangles comme BCEF, EFGH & les autres qui doivent tous être égaux entr'eux. Aïant ſuppoſé que la difference des longueurs de la corde dans les deux tenſions du reſſort en C & en D ſoit de 405 parties des 25 de BC, on la diviſera par le nombre des ſeparations de la fuſée qui ſont icy 6, ce qui donnera 67 $\frac{1}{2}$, & l'on diviſera enſuite ce nombre par la longueur moïenne arithmetique entre les deux extrêmes BC, EF qui ſont connuës & qui eſt de 22 parties $\frac{1}{2}$, ce qui donnera 3 pour la hauteur du premier ſegment qui aura ſa ſuperficie de 67 parties $\frac{1}{2}$; & cette ſuperficie étant égale pour tous les autres ſegmens, il ſera facile d'en déterminer la hauteur.



Car pour le ſecond ſegment aïant trouvé la moïenne arithmetique entre EF & GH qui ſera 18 $\frac{1}{3}$, on diviſera la ſuperficie du premier qui eſt 67 $\frac{1}{2}$ par ce terme 18 $\frac{1}{3}$, & il viendra 3 $\frac{15}{22}$ pour la hauteur EG du ſecond ſegment.

Pour le troiſiéme, la moïenne proportionnelle ſera 15 $\frac{10}{21}$, & ſa hauteur ſera 4 $\frac{47}{1130}$.

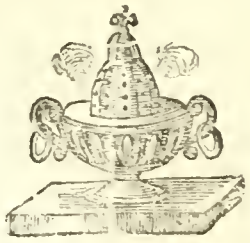
Pour le quatriéme, la moïenne proportionnelle ſera 13 $\frac{11}{23}$, & ſa hauteur 5 $\frac{}{25}$.

Pour le cinquiéme, la moïenne proportionnelle ſera $11\frac{29}{36}$, & ſa hauteur ſera $5\frac{41}{53}$.

Pour le ſixiéme & dernier ſegment dans cet exemple, la moïenne ſera $10\frac{5}{9}$, & ſa hauteur $6\frac{25}{38}$.

Cette figure ne ſera compoſé que de lignes droites CF, FH, &c. Et ſi on veut en avoir une qui ſoit plus parfaite & qui approche plus de la courbe, au lieu que l'on a ſuppoſé que les tenſions du reſſort differoient d'une once dans les points CFH, on pourra prendre des demi onces ou quarts d'once.

La groſſeur des cordes ou des chainettes dont on ſe ſert dans les horloges par rapport à la petiteſſe de la fuſée & l'entortillement en ſpirale au lieu d'être en cercle comme on l'a ſuppoſé, fait aſſés voir qu'on ne doit pas attendre que l'exécution puiſſe répondre juſtement aux regles qu'on vient de donner.



DE

DE LA POULIE, ET DES MOUFLES.

LA *poulie* eſt une machine compoſée d'une *roue* ou roulette enchaſſée dans ſon *écharpe* ou *chape*, & arretée par ſon aiſſieu qu'on appelle *goujon*, avec une corde qui paſſe par deſſus la roulette.

La *mouſle* eſt un aſſemblage de pluſieurs poulies qui n'ont qu'une même corde.

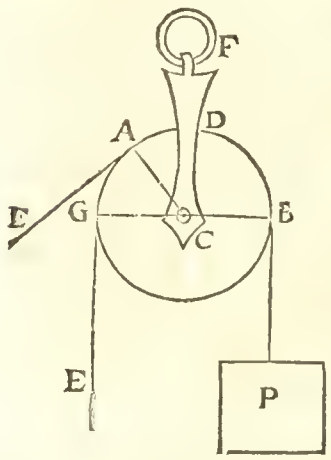
Dans la poulie une des extrémités de la corde eſt attachée au poids qu'on veut lever, & l'autre extrémité eſt appliquée à la puiſſance. Mais dans la mouſle le poids qu'on veut élever eſt attaché à la chappe de la mouſle, & l'une des extrémités de la corde eſt auſſi arrêtée à la chappe ou en quelqu'autre endroit immobile, & l'autre extrémité eſt appliquée à la puiſſance.

PROPOSITION LXXIII.

LA *poulie n'augmente ni ne diminuë la force de la puiſſance pour mouvoir ou pour élever un poids, & elle ſert ſeulement à changer la direction des puiſſances ou des poids.* (Voïez la Fig. ſuivante.)

Soit la poulie ABGFC dont la roulette eſt ABG qui a ſon centre en C, & la chappe FDC qui retient la roulette par le moïen du goujon C qui lui ſert d'eſſieu, avec la corde EGDBP qui paſſe par deſſus la roulette & qui ſoutient le poids P à l'une de ſes extrémités, & qui a la puiſſance appliquée en E à l'autre extrémité.

Il eſt évident que ſi la puiſſance E & le poids P ſont égaux il y aura équilibre entr'eux. Car la roulette étant circulaire, ſi de ſon centre C où eſt l'appui ſur le goujon, on mene des perpendiculaires CB, CA ou CG ſur les directions du poids EA ou EG, ces perpendiculaires rencontreront les directions ſur la circonference de la roulette où elles la touchent; & par conſequent ces perpendiculaires ſeront égales entr'elles, & comme elles ſont les bras d'un levier ou droit ou angulaire, il faut auſſi que les puiſſances ou les poids qui leur ſont appliquées ſoint égaux entr'eux pour faire l'équilibre.



Il eſt facile à voir que l'équilibre demeurera toûjours dans toutes ſortes de directions de la puiſſance appliquées à la corde, puiſque les bras du levier demeureront toûjours égaux entr'eux.

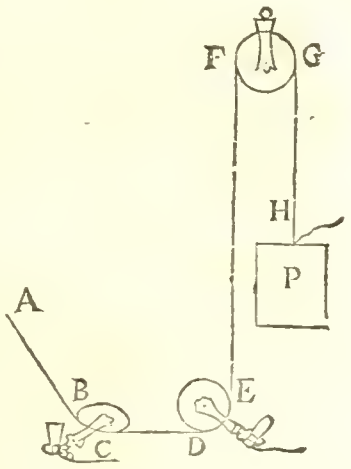
On peut dire que cette machine étant la plus ſimple de toutes, & ſe trouvant preſque dans toutes les compoſitions des autres, elle donne de très-grands avantages pour mouvoir des fardeaux, ou pour les élever, car elle fait l'office d'un levier qu'on peut appeller perpetuel, à cauſe que ſes bras demeurent toûjours égaux, quoique le poids s'eleve; & que les differentes directions de la puiſſance ou du poids ne peuvent augmenter l'effort de l'un ni de l'autre.

PROPOSITION. LXXIV.

Si les efforts d'une puiſſance ſont differens ſuivant ſes

differentes applications, on pourra profiter du plus grand par le moïen de la poulie.

On ſçait que la plus grande force de l'homme eſt d'élever un poids qui ſera à ſes pieds, ou de tirer de haut en bas, & que la moindre eſt de tirer ou de pouſſer horizontalement; & qu'au contraire dans la plûpart des animaux, comme les chevaux & les bœufs, c'eſt de tirer dans ce même ſens.



On peut donc par le moïen des poulies ſe ſervir du plus grand effort d'un animal dans quelque direction que ce ſoit, comme d'élever un poids en ſe ſervant des chevaux. Car ſoit la poulie FG arrêtée ferme en quelque endroit élevé, & une ou deux autres poulies DE, BC arrêtées en bas par leurs chappes, ſi la corde ABCDEFGH paſſe pardeſſus ces poulies, & qu'à ſon extrémité H ſoit ſuſpendu le poids P, il eſt évident que ſi l'on attache un cheval en C ou en A qui tire la corde horizontalement, il élevera le poids P avec toute la force dont il eſt capable. Car la poulie DE étant attachée à terre, ſi la corde CD eſt tirée horizontalement, elle changera la direction horizontale CD en verticale EF, & par ce moïen le poids P ſera élevé par un mouvement horizontal.

On peut encore changer le mouvement horizontal CD en un autre horizontal AB ſuivant la ſujétion des lieux, par le moïen de la poulie BC qui eſt auſſi attachée à terre. Mais ſi l'on ſe ſert d'un vindas, &, que la force du

cheval qui tiroit par AB ſoit appliquée au bras du vindas, ſa force étant augmentée dans la raiſon du demi diametre du rouleau au bras du vindas, un ſeul cheval en tirant pourra élever un très-grand poids, & le calcul en ſera facile à faire ſur la ſuppoſition de la force du cheval en tirant, & ſur les meſures du vindas; car pour les poulies elles ne ſont pas contées, puiſqu'elles n'augmentent ni ne diminuent la force; il faut pourtant prendre garde que les frottemens font une grande diminution à l'effort de la puiſſance.

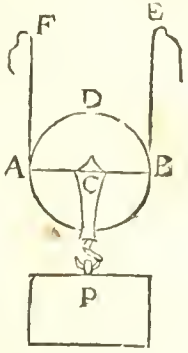
Un homme peut aſſés facilement élever un poids qui peſe autant que lui par le moïen d'une ſeule poulie, puiſqu'il peut ſe ſuſpendre entierement à la corde, & s'il étoit attaché au pavé, ou bien s'il étoit chargé d'un poids conſiderable, il pourroit élever un fardeau plus peſant qu'il n'eſt lui-même. C'eſt auſſi pour la même raiſon que lorſqu'on veut que les chevaux faſſent un grand effort pour tirer, les chartiers montent deſſus pour augmenter leur poids, car ſans ce ſecours ils n'auroient pas aſſés de peſanteur pour s'attacher ſur le pavé & pour exercer en tirant toute la force dont ils ſont capables.

PROPOSITION LXXV.

UNE *puiſſance double ſa force ſi elle ſoutient un poids qui ſoit ſuſpendu à la chappe d'une poulie, une des extrémités de la corde étant arrêtée ferme en quelque endroit, & la puiſſance étant appliquée à l'autre extrémité, pourveu que les parties de la corde qui paſſent par deſſus la poulie ſoient paralleles entr'elles.*

Soit la poulie ADB ſuſpenduë ſur la corde EBAF, & que la chappe qui eſt mobile ſur l'aiſſieu ou goujon C ſoit ſuſpendu le poids P. Il eſt évident par la vingtiéme propoſition que le centre de gravité du poids P ſe mettra

dans la ligne de direction des poids, laquelle paſſera par l'axe C de la poulie. Mais comme par l'hypothéſe les parties EB, FA de la corde ſont paralleles entr'elles, & qu'elles ſoutiennent le poids P avec la poulie, elles doivent auſſi être paralleles à la direction des poids : c'eſt pourquoi ſi l'on mene par le centre C de la poulie, la ligne ACB perpendiculaire à la direction des poids, elle rencontrera la corde dans l'endroit où elle touche la circonference de la poulie ; & par conſequent la ligne ACB pourra être conſiderée comme un levier qui a ſes bras égaux, & qui étant perpendiculaire à la direction des poids ou des puiſſances, celle du milieu qui fait l'effet de l'appui doit ſoutenir les deux autres, ou ce qui eſt la même choſe l'effort du poids du milieu ſe diſtribuë également à chacune des deux puiſſances qui le ſoutiennent, c'eſt pourquoi la puiſſance F & la puiſſance E ne ſoutiendront chacune que la moitié du poids P ſans avoir égard à la peſanteur de la poulie. Ainſi ne conſiderant point la puiſſance E où la corde eſt arrêtée, on peut dire que la puiſſance F double ſa force, puiſqu'elle eſt en équilibre avec un poids, ou avec une puiſſance dont elle n'eſt que la moitié.

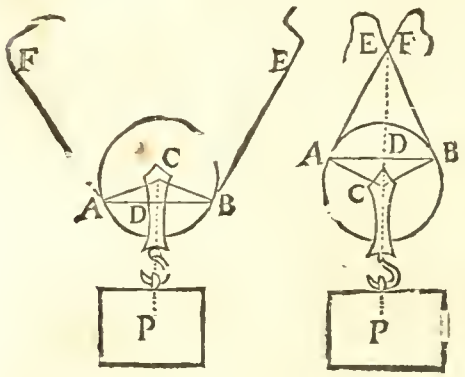


PROPOSITION LXXVI.

SI *les directions des deux parties de la corde qui ſoutiennent la poulie ne ſont pas paralleles entr'elles comme dans la précédente propoſition, mais qu'elles concourent au deſſus & au deſſous de la poulie, la puiſſance F doit être plus grande que la moitié du poids P pour faire équilibre avec lui, & elle ſera toûjours à tout le poids dans la raiſon du raion de la poulie CA à la corde AB de l'arc de la poulie compris entre*

les points touchans A & B des parties de la corde FA, EB.

On peut conſiderer comme dans la précédente propoſition, que cette machine eſt reduite à un levier ADB dont les extrémités A & B ſont tirées par les puiſſances F & E avec les directions FA, EB, & qu'au point D le poids P eſt ſoutenu. Mais AB étant la corde de l'arc de la poulie compris entre les points touchans A & B, le triangle ACB ſera iſoſcelle, & la ligne CDP qui eſt la direction des poids, ſera perpendiculaire à AB par la vingtiéme propoſition, car le poids peut être conſideré ſur la ligne AB au point D dans ſa direction.



Maintenant par la vingt-troiſiéme propoſition les lignes CA, CB & AB étant perpendiculaires aux trois directions FA, EB, CP, elles ſeront entr'elles dans le cas de l'équilibre, comme les puiſſances FEP qui leurs ſont appliquées; & par conſequent la puiſſance F ſera au poids P, ſans avoir égard à la peſanteur de la poulie, comme CA à AB, c'eſt-à-dire comme le raïon de la poulie à la corde de l'arc compris entre les touchantes FA, EB; ce qu'il falloit démontrer.

Conſéquence.

Il s'enſuit delà, que ſi l'angle que font les cordes au deſſus de la poulie eſt égal à l'angle qu'elles font au deſſous, il faudra une même puiſſance F pour faire équilibre avec le poids.

PROPOSITION LXXVII.

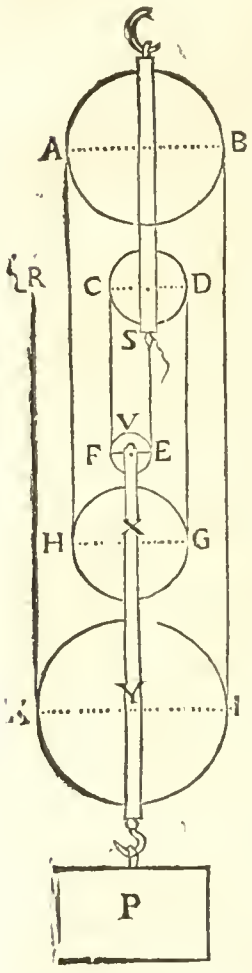
LES poulies des mouffles étant faites de telle maniere que les portions de la corde qui paſſe par deſſus les poulies ſoient toutes paralleles entr'elles, & l'une des extrémités de la corde étant attachée en haut ; la puiſſance qui ſera appliquée à l'autre extrémité ſera au poids qui eſt ſuſpendu à la chappe de la mouffle inferieure dans le cas de l'équilibre, comme l'unité au nombre des portions de la corde qui ſoutiennent le poids.

Soit la mouffle d'enhaut compoſée des deux poulies AB, CD qui tournent ſur leurs aiſſieux particuliers, & la mouffle d'embas compoſée des trois poulies FE, HG, KI qui tournent auſſi ſur leurs aiſſieux particuliers dans la même chappe, & que l'une des extrémités de la corde ſoit arrêtée en haut à l'endroit S, laquelle paſſe enſuite ſur les poulies de la mouffle inferieure & de la ſuperieure, enſorte que toutes les parties de la corde, comme BI, AH, DG entre les deux mouffles ſoient paralleles entr'elles, & enfin que l'autre extrémité de la corde ſoit ſoutenuë par la puiſſance R : Je dis que la puiſſance R ſera au poids P qui eſt ſuſpendu à la chappe de la mouffle inferieure dans l'état de l'équilibre, comme l'unité au nombre des parties de la corde qui ſoutiennent la mouffle inferieure avec le poids P, qui ſont au nombre de ſix dans cet exemple.

Dans toutes ces démonſtrations on peut n'avoir aucun égard à la peſanteur de la mouffle, ou bien ſuppoſer que ſon poids eſt joint au poids P.

Premierement il eſt évident par la précédente propoſition, que s'il n'y avoit qu'une ſeule poulie EF, & que la corde étant attachée d'un côté en S fût ſoutenuë par la puiſſance en C, cette puiſſance feroit un effort du double de ce qu'elle eſt pour ſoutenir un poids attaché en V à la

chappe, c'eſt-à-dire que ſi le poids V étoit de deux livres, il ne faudroit en C qu'une puiſſance d'une livre pour le ſoutenir.



Mais la corde paſſant par deſſus la poulie CD, la puiſſance appliquée en D ou en G pour tirer la corde du haut en bas ne fera pas plus d'effort que ſi elle la ſoutenoit en C; car la poulie CD ne fait que changer la direction de la puiſſance par la ſoixante-onziéme propoſition.

Maintenant ſi l'on ſuppoſe qu'il y a une autre poulie GH qui ne ſoit point jointe à la premiere FE, & que la corde DG paſſe par deſſous cette poulie pour la ſoutenir en A, il eſt évident par la précédente propoſition, que ſi l'on ſuſpend à la chappe de cette poulie HG un poids de 2 livres en X, il fera un effort pour tirer embas le poids de 1 livre appliqué en A, & de 1 livre en D; & par conſéquent la ſeule puiſſance de 1 liv. en A ſoutiendra le poids de 2 livres en X, & de deux livres en V: car nous avons vû que le poids de 2 livre en V faiſoit un effort de 1 livre pour tirer la corde DG de bas en haut, & l'effort de 2 livres en X en fait un contraire pour tirer la corde DG de haut en bas, & ces deux efforts ſe ſoutenant l'un l'autre il ne reſte plus que la puiſſance A de 1 livre qui ſoutient les deux poids V & X.

Enfin ſi la corde HA par deſſus la poulie AB qui eſt arrêtée

arrêtée à la mouffle d'enhaut, il eſt évident, comme on a dit cy-devant, que la puiſſance qui étoit appliquée en A pour tirer vers le haut la corde HA, pourra être appliquée en B ou en I pour la tirer vers le bas, ſans qu'il arrive aucun changement ni à la puiſſance ni au poids qu'elle ſoutient, puiſque la poulie d'enhaut AB ne fait que changer la direction de la puiſſance. Mais ſi l'on ajoûte encore une poulie IK qui ſoit ſoutenuë par la corde comme les autres HG, FE avec un poids Y égal au poids X ou V, & qui ſoit ſuſpendu à la chappe, ce poids Y de 2 livres fera auſſi un effort de 1 livre ſur chacune des deux parties de la corde IB & KR pour les tirer en bas; c'eſt pourquoi il fera le même effet que faiſoit la puiſſance appliquée en I pour tirer cette corde en bas; il faudra donc ſeulement appliquer en R une puiſſance de 1 livre pour tirer la corde KR en haut, & pour reſiſter à l'effort que fait le poids Y pour la tirer en bas.

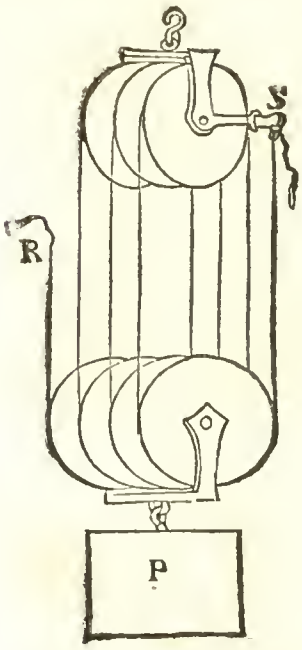
Il eſt donc évident que la ſeule puiſſance de 1 livre en R pour tirer la corde en haut ſoutient toute ſeule les trois poids VX & Y chacun de 2 livres, c'eſt-à-dire qu'elle ſoutient 6 livres, qui eſt en raiſon de l'unité aux ſix portions de la corde qui ſoutiennent les trois poulies inferieures.

Mais ſi au lieu des trois poids VX & Y qui ſont attachés à chacune des trois poulies, on ne met qu'une chappe commune pour ces trois poulies, & qu'à l'extrémité de la chappe on attache le poids P égal aux trois autres enſemble, il ſe fera toûjours un même effort ſur chaque poulie; car le poids ſe diſtribuera également ſur les axes des trois poulies, à cauſe de la flexibilité des cordes, & par conſequent le poids P de 6 livres ſera ſoutenu par le poids de 1 livre en R: ce qu'il falloit démontrer.

Conſéquence.

Il eſt évident que ce ſera la même augmentation de la

puiſſance ſi les poulies ſont ſoutenuës par un axe commun dans chaque mouffle, car chaque poulie en particulier de la mouffle d'embas portant un poids double de la puiſſance appliquée à l'extrémité de la corde R, ſi l'on ne donne enſuite aux poulies qu'un même axe & qu'une chappe commune à laquelle le poids P égal tous les poids enſemble de chaque poulie ſoit ſuſpendu, l'effort du ſeul poids P ſe diſtribuera également ſur chaque poulie, & il y fera autant d'effort que chacun des poids y faiſoient auparavant en particulier.



On remarquera ſeulement que dans cette conſtruction de mouffle toutes les poulies doivent être égales afin que les parties de la corde ſoient paralleles entr'elles, & il faudra auſſi que l'extrémité de la corde S qui eſt attachée à la mouffle d'enhaut, ſoit ſuſpenduë à l'extrémité d'un petit bras qui ſoit autant éloigné de l'axe des poulies, que le demi diametre des poulies; & de plus il faudra que les poulies d'embas aïent leur diametre un peu plus grand que celui des poulies d'enhaut, à cauſe qu'elles ſeront un peu obliques par rapport à celles d'enhaut, afin que les cordes ſoient paralleles entr'elles.

PROPOSITION LXXVIII.

LES *mêmes choſes étant poſées comme cy-devant, je dis que la puiſſance R augmente ſon effort dans la raiſon*

ae l'unité au nombre double des poulies d'embas.

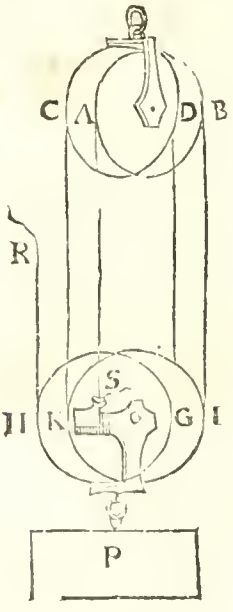
Cette propoſition eſt évidente ; car par la précédente propoſition l'augmentation de la puiſſance eſt comme l'unité au nombre des portions de la corde qui ſoutiennent les poulies inferieures, & chaque poulie aïant deux portions de corde pour la ſoutenir, il y aura même raiſon de l'unité au nombre des portions de corde, que de l'unité au nombre doublé des poulies d'embas.

PROPOSITION LXXIX.

SI l'une des extrémités S de la corde eſt attachée à la mouſle inferieure, la puiſſance R ſera augmentée dans le nombre des parties de la corde qui ſoutiennent la mouſle inferieure, c'eſt-à-dire dans le nombre double des poulies de cette mouſle plus l'unité. (Voïez la Fig. ſuivant.)

Si l'on ſuppoſe qu'il y ait un poids ſuſpendu à l'extrémité de la corde en S, & qui ſoit égal à la puiſſance R, ce poids S tirant la corde SA de haut en bas, il ſera équilibre avec un poids égal attaché à la corde en B ou I de l'autre côté de la poulie AB : car la poulie AB eſt conſiderée comme un levier à bras égaux. Ce poids S ſera donc un effort pour tirer la corde BI de bas en haut. Mais ſi l'on applique à la corde la poulie IK, & qu'on ſuſpende à ſa chappe un poids double du poids S, c'eſt-à-dire de 2 livres ſi le poids S eſt 1 livre, & qu'en quelque endroit K ou C de la corde KC, on applique une puiſſance de 1 livre égale à S qui tire de bas en haut, il s'enſuit de ce qui a été dit cy-devant, qu'une puiſſance de 1 livre en C ſoutiendra le poids S de 1 livre, & le poids de 2 livres attaché à la chappe de la poulie IK. Mais ſi la corde paſſe par deſſus la poulie CD, la puiſſance de 1 livre appliquée en D ou en G à la corde pour la tirer en bas, fera le même effort qu'elle faiſoit en C pour la tirer en haut. Et ſi la corde paſſe

encore par deſſous la poulie GH qui ſoutienne auſſi à ſa chappe un poids de 2 livres, ce poids faiſant un effort de 1 livre ſur chaque partie de la corde en D & en R pour la tirer en bas, il eſt évident qu'il ſuppléra à la puiſſance de 1 livre appliquée en G ou en D pour tirer la corde en bas, & qu'il faudra ſeulement une puiſſance R de 1 livre qui tire la partie RH de la corde de bas en haut pour reſiſter à l'effort du poids de 2 livres appliqué à la poulie HG. Ce ſera toûjours la même choſe pour quelqu'autre nombre de poulies que ce ſoit.



Enfin ſi les poulies inferieures ſont jointes dans une même chappe & qu'elles aïent un même axe ou differens, le poids P qui ſera ſuſpendu à cette chappe, & qui ſera égal au poids S qui eſt attaché à la chappe & aux poids qui avoient été ſuſpendus aux poulies, fera le même effort pour tirer les parties de la corde SA, BI, KC, DG, HR que les poids faiſoient auparavant étant ſeparés, puiſque la corde eſt flexible & qu'elle peut ſe charger également. Ainſi le ſeul poids R de 1 livre ſoutiendra un poids P de 5 livres s'il y a deux poulies à la mouffle inferieure, & que la corde ſoit attachée en S à la chappe de cette mouffle.

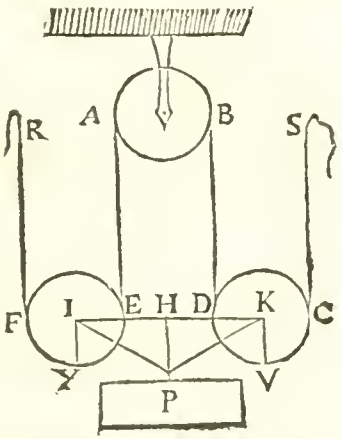
Il faut que l'extrémité S de la corde ſoit attachée à un bras qui tienne à la chappe & qui ſoit éloignée de l'axe de la poulie de la diſtance de ſon demi diametre, afin que les parties de la corde ſoient paralleles entr'elles, il faut auſſi que les poulies d'embas ſoient un peu plus grandes que celles d'enhaut, comme j'ay dit cy-devant.

On ajoûte ordinairement une poulie dans toutes les mouffles qui ne ſert qu'à changer la direction de la puiſſance quand on veut qu'elle tire de haut en bas.

PROPOSITION LXXX.

ON peut encore démontrer d'une autre façon l'augmentation de l'effort d'une puiſſance en l'appliquant à la mouffle.

Soit la poulie d'enhaut AB ſur laquelle paſſe la corde qui eſt arrêtée par ſon extrémité S, & qui ſoutient d'un côté la poulie CD, & de l'autre la poulie EF, & qui eſt ſoutenuë à ſon extrémité R par la puiſſance R, & toutes les parties de la corde étant paralleles.



Il eſt évident par la ſoixante-treiziéme propoſition, que ſi l'on ſuſpend à la chappe de la poulie CD un poids V de 2 livres, la puiſſance B de 1 livre qui ſoutiendra la corde DB, ſoutiendra auſſi le poids V de 2 livres. Mais la corde paſſant par deſſus la poulie AB, & ſoutenant enſuite la poulie EF, ſi l'on ſuſpend auſſi à la chappe de la poulie EF un poids X de 2 livres, il fera un effort de 1 livre de chaque côté pour tirer en bas les deux parties de la corde EA, FR : il fera donc le même effet que la puiſſance de 1 livre en B ou en A qui ſoutenoit le poids V de 2 livres. Il ne reſte donc plus qu'à appliquer à la corde la puiſſance R de 1 livre pour ſoutenir l'effort que fait le poids X de 2 livres ſur la partie de la corde FR. Ainſi le ſeul poids R de 1 livre ſoutient les poids V & X qui font enſemble 4 livres, comme on a vû cy-devant.

Mais si l'on joint les deux poulies ensemble par la ligne IK, & que l'on suspende au milieu H de la ligne IK, le poids P de 4 livres au lieu des deux poids X & V, ce poids P fera autant d'effort sur les poulies que les poids V & X; & par consequent la seule puissance R de 1 livre soutiendra le poids de 4 livres P suspendu au milieu H de la ligne IK.

Il est facile à voir dans cette disposition de poulies, que si la puissance R élevoit la corde RF, & qu'elle fit monter la poulie EF, la ligne IK s'éleveroit par son extrémité I, & l'autre poulie demeureroit dans le même état qu'elle étoit auparavant, car le poids P seroit toûjours suspendu au milieu H entre I & K, supposant que les cordes pussent demeurer paralleles.

Mais comme la chappe de la mouffle qui joint les deux poulies ensemble, est une plaque qu'on peut considerer comme le triangle IPK qui tient aux poulies en I & en K, & que le poids ne peut être suspendu qu'à son angle P, si l'on éleve la poulie EF alors la ligne de direction du poids suspendu en P ne coupera plus la ligne IK dans son milieu comme elle faisoit en H quand les deux poulies étoient de même hauteur; mais elle passera plus proche du point I que du point K; c'est pourquoi le point I étant plus chargé que le point K, aussi la corde EA sera tirée plus fortement que la corde DB qui n'est chargée que de la moitié de l'effort que le poids P fait au point K, & qui est moindre que celui qu'il fait au point I, & ces deux parties de la corde se communiquant par la poulie AB, la plus forte emportera la plus foible, & fera monter la poulie CD tant que les points K & I soient à même hauteur, ou que la direction du poids P passe par H comme auparavant.

Ce ſera la même choſe ſi les poulies ont un axe commun, comme on le peut voir dans cette figure qui le repreſente par le profil ; car le point H qui eſt le milieu de l'axe commun IK des deux poulies ſera la rencontre de la direction du poids P dans l'état d'équilibre ou de repos des poulies. Mais ſi l'on éleve la poulie I, auſſitôt la direction du poids P attaché à la chappe commune des poulies ſera plus proche de I que de K, & l'effort étant plus grand en I qu'en K, la poulie K pourra monter, comme on l'a expliqué cy-devant.

PROPOSITION. LXXXI.

UNE *puiſſance peut augmenter ſon effort par le moïen de pluſieurs poulies dans la raiſon de* 1 *à* 2 *multipliée autant de fois qu'il y a de poulies, par exemple s'il y a trois poulies dans la raiſon de* 1 *à* 8, *parce que* 8 *eſt le cube ou la troiſiéme puiſſance de* 2 ; *s'il y a cinq poulies dans la raiſon de* 1 *à* 32, *car* 32 *eſt la cinquiéme puiſſance ou le quarré de cube de* 2, *&c.*

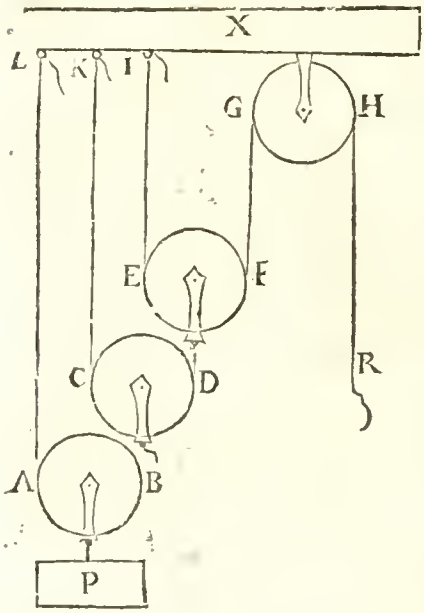
Soit une puiſſance R appliquée à l'extrémité R d'une corde RHGF qui paſſe par deſſus la poulie GH arrêtée ferme au ſommier X ; cette puiſſance R qui tire de haut en bas ſera la même que ſi elle étoit appliquée en G, en tirant la corde GF de bas en haut ; car la poulie GH ne fait que changer ſa direction.

Mais ſi la corde GF paſſe par deſſous la poulie EF pour la ſoutenir, & qu'elle aille enſuite s'attacher au ſommier X en I, il eſt évident par la ſoixante-treiziéme propoſition que la puiſſance ſuppoſée de 1 livre pourra ſoutenir un poids de 2 livres qui ſera ſuſpendu en D à la chappe de la poulie EF.

Mais ſi au lieu du poids D on attache à la chappe de cette poulie la corde DCK qui ſoutient la poulie CD, &

qui va s'attacher enſuite en K au ſommier X, il eſt évident que l'on pourra ſuſpendre en B à la chappe de cette poulie un poids double de celui qui étoit en D, c'eſt-à-dire de 4 liv. qui ſera ſoutenu par le poids R de 1 livre, car ce poids de 4 livres en B ne fait effort que de 1 livre en G ou en R.

De même ſi l'on met une corde BAL à la chappe de la poulie CD & que cette corde ſoutienne la poulie AB, & qu'enſuite elle s'attache en L au ſommier X, la puiſſance de 4 liv. qui étoit en B pourra ſoutenir un poids de 8 livres comme P ſuſpendu à la chappe de cette poulie AB par la même ſoixante-treiziéme propoſition; car ce poids de 8 livres en P fait un effort de 4 livres en B, celui de 4 livres en B un de 2 livres en D, & enfin un de 2 livres en D un de 1 liv. en F ou en R, & ainſi des autres poulies : ce qu'il falloit démontrer.



On pourroit par le moïen de cette machine élever un poids fort peſant avec peu de poulies, mais on ne pourroit élever le poids P que de la huitiéme partie de la longueur de la corde IE, & s'il y avoit cinq poulies que de la 32 partie, & ainſi du reſte; & par conſequent cette machine ne peut avoir que très-peu d'utilité, puiſqu'il faudroit que le ſommier fut extrêmement élevé pour élever le poids à une hauteur médiocre.

PROPOSITION

PROPOSITION LXXXII.

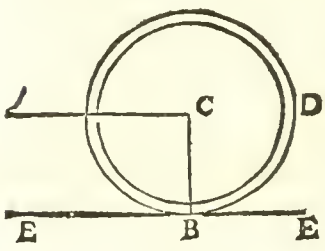
DE *l'utilité des mouffles pour élever de très-grands fardeaux.*

Les mouffles ont de très-grands avantages pour élever de grands fardeaux ; car la machine n'occupe que fort peu de place, & il ne faut qu'une petite puiſſance pour faire un grand effort ; mais le tems ſera toûjours proportionné à l'effort. Car il eſt certain que s'il faut à une puiſſance une ſeconde de tems pour élever un poids de 10 livres à un pied de hauteur, cette même puiſſance ne pourra élever ce même poids à 100 pieds qu'en 100 ſecondes, & ſi la même puiſſance par le ſecours de la machine peut élever un poids de 100 livres à un pied, elle ne le peut faire que dans 10 ſecondes de tems, car on ſuppoſe qu'elle ne peut pas aller plus vite en élevant le poids de 100 livres que celui de 10 livres ; car tout ſon effort ne vient que de la lóngueur du bras du levier auquel elle eſt appliquée, & ce levier agit ſeul ou par le moïen de pluſieurs leviers contigus, comme j'ai expliqué dans la ſoixante troiſiéme propoſition, ce qui ſe confirme auſſi dans la mouffle où l'effort de la puiſſance n'eſt augmenté que par le nombre des cordes qui ſoutiennent le poids. Et ſi une puiſſance éleve le poids d'un pied, en élevant à un pied la corde où elle eſt appliquée, elle n'augmentera point ſa force. Mais ſi elle éleve ſeulement le poids à 10 pouces de hauteur dans le même tems qu'elle éleve ou qu'elle tire la corde de 100 pouces, elle décuplera ſa force, & comme il faudra qu'elle éleve ou qu'elle tire la corde de 100 pouce, il lui faudra auſſi dix fois autant de tems que pour l'élever de 10 pouces.

PROPOSITION LXXXIII.

DE *l'avantage qu'on peut tirer des roues quand elles ſont appliquées aux charettes & aux chariots, & on examine ſi les grandes roues ſont meilleures que les petites.*

On ne ſçauroit douter que ſi les roues étoient parfaitement circulaires & unies par leur circonference où elles touchent le terrein qui fut auſſi un plan parfait & de niveau, & qu'il n'y eut point de frottement ſur l'aiſſieu de la roue, la moindre force pourroit faire mouvoir la machine à laquelle les roues ſeroient appliquées. Car la puiſſance A qui ſeroit appliquée à l'aiſſieu C pour tirer la roue BD de quelque peſanteur que la roue fut chargée, n'auroit pas plus de peine à la faire avancer en roulant ou en frottant que ſi elle étoit appliquée à l'extrémité C de la verge CB, qui étant poſée ſelon la direction des poids & perpendiculaire au plan BE, ſeroit chargée à ſon extrémité C de quel poids on voudroit, puiſque la circonference de la roue ne devroit toucher le plan BE que dans le ſeul point B, qu'on peut conſiderer comme l'extrémité de la verge.

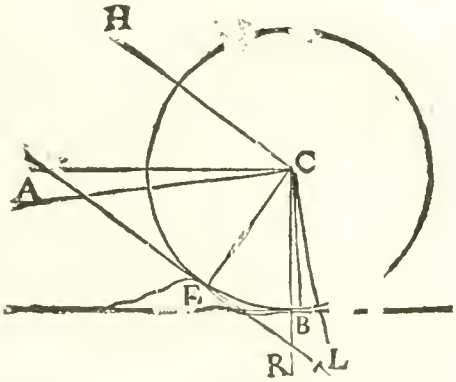


Il n'y a donc que les inégalités du plan & de la circonference de la roue avec les frottemens ſur l'aiſſieu dont il faut vaincre la reſiſtance.

S'il ſe rencontre des inégalités dans la circonference de la roue & dans le plan tout enſemble, ou dans l'un des deux ſeulement, ce ſera la même choſe par rapport à la difficulté de faire marcher la roue. Car ſi la roue rencontre le plan aux deux points B & E, il n'importe pas qu'elle ſoit bien circulaire entre ces deux points, ou qu'elle ſoit

irreguliere puiſqu'on ne doit conſiderer que ces deux points, ou bien les deux raïons CB, CE qui font un angle immuable BCE.

Soit donc maintenant la puiſſance A qui tire le centre C de la rouë ſelon quelque direction AC, & que la charge de la rouë au point C ſur l'aiſſieu ſoit le poids R qui agit ſelon la direction CR. On a donc les directions CA, CR de deux puiſſances A & R dont R eſt donnée, leſquelles tirent l'extrémité C de la verge EC qui eſt appüïée ſur le plan au point E; & on trouvera par la vingt-troiſiéme propoſition quelle doit être la puiſſance A pour faire équilibre avec la charge R de la rouë, & pour peu qu'on ajoûte à cette puiſſance trouvée elle ſurmontera l'obſtacle E.



Mais cette puiſſance A étant à la charge R dans l'état de l'équilibre comme le côté CL du triangle DCL au côté DC, ces côtés étant perpendiculaires aux directions CA, CR, & LED perpendiculaire à CE, il eſt évident que plus la direction AC ſera inclinée à EC, le côté CL qui eſt perpendiculaire à cette direction dans le triangle DCL, ſera d'autant plus grand par rapport à DC; car l'angle ACL étant droit, plus CA ſera proche de CE & plus CL en ſera éloigné; & dans le triangle DCL la grandeur DC étant la meſure du poids R qui demeurera toûjours la même, CL ſera la meſure de la puiſſance A qui deviendra d'autant plus grande que CA ſera proche de CE. Au contraire CL diminuera d'autant plus que CA approchera de CH qui eſt

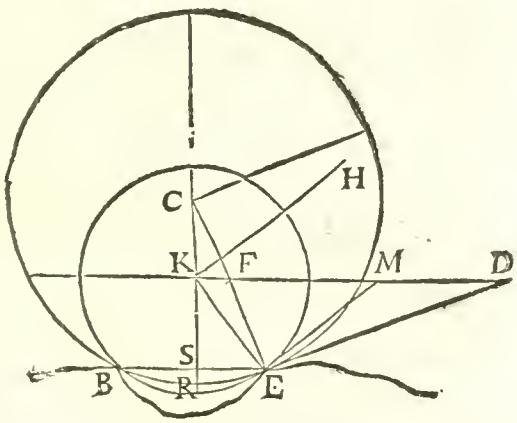
perpendiculaire à CE. Car lorſque la puiſſance A aura ſa direction en CH perpendiculaire à CE, la ligne CL qui meſure la puiſſance A ſera jointe à CE qui étant la plus courte ligne de toutes celles qu'on peut mener du point C à la ligne DEL, fait voir que ce ſera dans la direction CH que la puiſſance A doit être la plus petite pour faire équilibre avec le poids R. Enfin ſi la direction paſſoit au delà de CH, CL paſſeroit auſſi au delà de CE vers D, & devenant plus grande que CE, on voit que la puiſſance A devroit être plus grande pour ſoutenir le poids R.

On connoit donc par cette démonſtration que la puiſſance qu'on doit appliquer pour tirer une charette ou un chariot doit être toûjours plus élevée ſur l'horizon que l'aiſſieu de la roue. Car les inégalités qui ſe rencontrent ſur le terrein font que la ligne CE eſt toûjours entre la perpendiculaire CR à l'horizon, & la puiſſance qui tire, laquelle ſera la plus petite qu'elle puiſſe être quand elle aura ſa direction perpendiculaire à CE.

C'eſt peut-être pour cette raiſon que les roues de devant des caroſſes & des chariots ſont plus petites que celles de derriere. Mais ces petites roues ont d'un autre côté une grande incommodité: car ſans parler de quelques terreins bourbeux dont elles ne ſe peuvent debarraſſer auſſi facilement que les grandes roues, toutes les petites buttes ſont par rapport à une petite roue comme un plan incliné ſur lequel elle doit monter, au lieu que la grande roue les touche ſeulement ſur la partie la plus élevée, & qu'elle peut paſſer facilement par deſſus toutes les petites inégalités du terrein.

Mais quand on n'auroit aucun égard à ces plans inclinés, & qu'on conſidereroit ſeulement deux pointes E & B dans le même niveau ſur leſquels une petite & une grande roue ſeroient appuïées, on peut démontrer que les forces qu'il faudra pour les faire mouvoir ſeront en raiſon reci-

proque des diametres ou des raions des rouës, quoiqu'on y emploïe la moindre force qu'il ſera poſſible. Car les points E & B étant dans un même niveau la direction du poids R qui paſſera par l'aiſſieu ou centre C d'une des rouës paſſera auſſi par l'autre K ; & la ligne DK étant perpendiculaire à la direction CR, & les lignes DE, ME auſſi perpendiculaires aux raïons CE, KE de la grande & de la petite rouë, & les puiſſances A & H appliquées à ces rouës pour les mouvoir étant auſſi perpendiculaires à ces raïons quand elles ſont les moindres qu'elles puiſſent être, il s'enſuit que les deux triangles FED, KEM auront leurs côtés en même raiſon que les puiſſances & les poids, ou charges ſur l'appui E, ou bien les deux autres triangles qui leurs ſont ſemblables & rectangles CES, KES, aïant mené ES perpendiculaire ſur le raïon CR.



Maintenant la puiſſance A ſera au poids R comme EF à FD par la vingt-troiſiéme propoſition, ou bien comme ES à EC ; & ſemblablement le poids R ſera à la puiſſance H, comme KM à KE, ou bien KE à ES : la puiſſance A ſera donc à la puiſſance H dans la raiſon compoſée de à ES à EC, & de KE à ES qui eſt celle de KE à EC à cauſe de la hauteur commune ES ; mais KE & EC ſont les raïons des rouës ; donc la puiſſance A ſera à la puiſſance H comme KE à EC qui eſt la raiſon des raïons des rouës auſquelles les puiſſances ſont appliquées mais dans un ordre reciproque.

On peut dire que les petites rouës ſont d'un très-grand avantage pour les caroſſes dont l'extrémité de la fléche eſt en arc, car elles paſſent par deſſous l'arc, & le caroſſe peut tourner fort court, mais les petites rouës auront un très-grand deſavantage pour faire tourner le caroſſe dans des terreins mous ou irréguliers puiſqu'elles y ſeront toûjours beaucoup plus engagées que les grandes rouës.

PROPOSITION LXXXIV.

COMMENT *on peut remedier en partie aux frottemens qui ſe trouvent dans les poulies & dans les rouës.*

Pour ce qui eſt des poulies il ſera facile d'ôter la plus grande partie du frottement qui ſe fait ſur le goujon; car au lieu que le goujon eſt ordinairement arrêté avec la chappe, & que la poulie roule ſur le goujon dans toute ſa longueur où il ſe fait un frottement conſiderable, on peut arrêter le goujon à la poulie enſorte que le goujon roule ſur l'ouverture de la chappe: mais la chappe étant ordinairement une bande de fer plat, le frottement n'y ſera pas conſiderable. On pourra encore le diminuer ſi l'on fait l'ouverture de la chappe de figure quarrée, car par ce moïen il n'y aura qu'un peu de frottement en deux petits endroits, l'un au deſſous où la poulie s'appuïe, & l'autre au côté quand on la fait mouvoir.

Pour ce qui eſt du frottement de l'aiſſieu des charrettes & des chariots dans le moyeu de la roue, il eſt aſſés difficile d'y trouver quelque remede, & il faut croire que s'il y en avoit, le grand uſage qu'on en fait l'auroit fait découvrir. Car l'aiſſieu ne peut pas être arrêté commodement à la roue pour differens accidens qui arrivent aſſés ſouvent aux rouës, & pour pluſieurs difficultés qui ſe rencontreroient à faire rouler l'aiſſieu ſous le corps de la charette, Il n'y a donc que l'ouverture du moyeu qu'on

pourroit faire quarrée, mais elle seroit bientôt arrondie par le violent frottement de l'aisslieu dans ce trou qui s'agrandiroit par trop en peu de tems. Il est aussi nécessaire que l'aisslieu porte dans toute la longueur du moyeu de la roue, à cause qu'un corps plat & de peu d'épaisseur ne pourroit pas resister aux frequentes secousses & cahots qui surviennent dans le mouvement.

DU COIN.

LE coin eſt un inſtrument très-ſimple & d'une très-grande utilité pour fendre le bois, pour détacher des pierres de leur lit naturel, & pour ſerrer deux corps l'un contre l'autre, & même pour ſoulever un peu des fardeaux d'une peſanteur immenſe. Les pieux ou pilotis doivent être faits en coin pour entrer facilement dans le terrein. Mais quoique l'action du coin dépende ſeulement de la percuſſion dont il eſt difficile de donner le rapport avec la peſanteur, nous ne laiſſerons pas de conſiderer l'effort qui le pouſſe, comme celui d'une puiſſance ſans avoir égard à la percuſſion; & enfin nous tâcherons d'apporter quelques éclairciſſemens ſur la force de la percuſſion.

PROPOSITION LXXXV.

EXAMEN *de l'effort du Coin.*

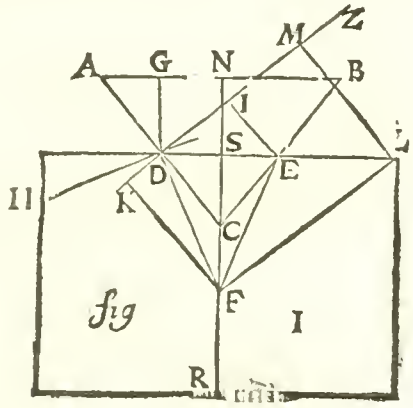
Les faces du coin peuvent être appliquées de deux manieres differentes aux parties du corps qu'elles doivent ſeparer. Car ces faces AC, BC rencontreront ſeulement le corps qu'elles doivent fendre en deux points D & E comme dans la premiere figure, ou bien elles lui ſeront appliquées dans toute leur longueur comme dans la ſeconde figure.

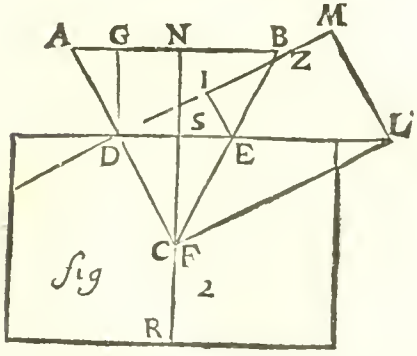
Je ſuppoſe d'abord que les faces du coin AC, BC rencontrant en D & en E les extrémités de la fente DFE qu'il doit augmenter en s'y introduiſant, ne trouvent aucune reſiſtance par les inégalités ou par la nature de la matiere du coin ni du corps DER, c'eſt-à-dire que les faces du coin AC, BC ſont infiniment polies, & que le corps DRE

ni

le coin ne peuvent faire aucune impreſſion l'un ſur l'autre ni changer leur figure par leur rencontre.

Je ſuppoſe encore que le corps DRE ne peut faire aucun reſſort, & que toute la reſiſtance qu'il a à être ſéparé, n'eſt que dans les liens qui ſont dans la ligne FR, ſelon laquelle il doit être ſéparé par l'effort du coin.





Soit maintenant la direction NCFR de la puiſſance N qui pouſſe le coin pour le faire entrer dans le corps DRE, laquelle paſſe par l'angle C du coin, & par l'angle F de la fente, & s'étend enſuite dans le corps en FR ſelon la ſéparation qui s'y doit faire.

Nous pourrons donc conſiderer auſſi chaque partie du corps DFR, EFR comme deux leviers angulaires & ſéparés l'un de l'autre qui ſont appuïés l'un contre l'autre dans l'étenduë de leur bras commun FR, & dont l'angle F tant de l'un que de l'autre eſt ſoutenu par un appui, & qu'aux extrémités DE des bras FD, FE qu'on poſe égaux, il y a des puiſſances H appliquées ſelon la direction HD perpendiculaire à ces bras.

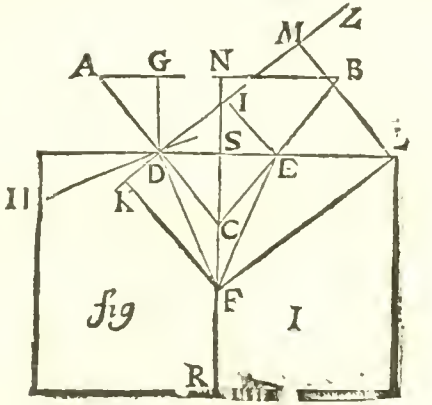
On doit poſer la direction de la puiſſance H perpendiculaire à FD & FE, puiſqu'elle repreſente l'effort du corps DRE pour reſiſter à être ſéparé au point F, & que cette ſéparation ne peut commencer à ſe faire que ſelon un arc de cercle dont le centre eſt en F, & qui a pour raïon FD, & que la perpendiculaire HD doit être priſe comme la portion indéfiniment petite de cet arc au point D.

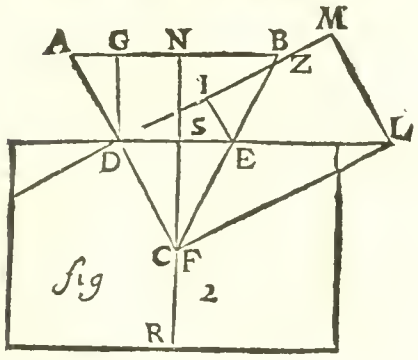
Maintenant puiſque la puiſſance N agit ſur le coin ſelon la ligne NC, on la peut ſuppoſer en quel endroit on voudra de ſa direction comme en S entre les points D & E, & alors il eſt évident qu'elle n'agit que de la moitié de ſon effort de chaque côté en D & E; car le point S coupe DE en deux également, & j'appelle G la moitié de cette puiſſance N, laquelle agit au point D ſelon la direction GD parallele à NC.

Mais puiſque le point D de la face AC du coin eſt pouſſé par la puiſſance G qui agit contre la face AC, & que cette face n'eſt pas perpendiculaire à la direction GD, il faut reduire cette puiſſance à une autre Z qui agiſſe perpendiculairement contre cette face, c'eſt-à-dire ſelon ZD. On prendra donc pour cet effet dans la ligne DE qui eſt perpendiculaire à GD un point tel qu'on voudra comme E, qu'on ſuppoſera l'appui d'un levier ou verge FD, à l'extrémité D de laquelle deux puiſſances G & Z ſont appliquées ſelon les directions GD, ZD; & ſi de ce point E on mene les perpendiculaires ED, EI à ces di-

rections, par la quinziéme propoſition la puiſſance G ſera à la puiſſance Z dans l'état de l'équilibre comme EI à ED.

Maintenant ſi l'on ſuppoſe un autre levier ou verge FD perpendiculaire à la direction HD, & de quelle longueur on voudra, puiſqu'il eſt perpendiculaire à HD, & que de ſon extrémité F on mene la perpendiculaire FK à la di-





rection IDK de la puiſſance Z, on aura dans l'état de l'équilibre la puiſſance Z à la puiſſance H, comme FK à FD, qui ſont les perpendiculaires aux directions de ces puiſſances.

Mais la puiſſance G étant à la puiſſance Z comme EI à

ED ; & la puiſſance Z à la puiſſance H, comme FD à FK, la puiſſance G ſera à la puiſſance H dans la raiſon compoſée de EI à ED, & de FD à FK. Mais ſi par le point F on mene la ligne FL parallele à DI, laquelle rencontre en L la ligne DE, & que par le point L on mene la Ligne LM parallele à FK; LM ſera égale à FK, & il y aura même raiſon de LM ou bien FK à LD, que de EI à ED. La raiſon compoſée de EI à ED, & de FD à FK ſe reduira donc à celle de FK à LD, & de FD à FK : mais à cauſe de la grandeur commune FK, cette raiſon ſera celle de FD à LD ; la puiſſance G ſera donc à la puiſſance H, comme FD à LD dans l'état de l'équilibre.

Ce ſera la même choſe de l'autre côté au point E. Ainſi le poids N fera un effort en D & en E pour ſéparer le corps DRE, ou bien contre deux puiſſances tout enſemble, dont chacune eſt égale à H, puiſque ces deux puiſſances lui reſiſtent enſemble, comme FD à LD.

Il eſt facile à voir que dans la ſeconde figure la raiſon de FD à LD ſera comme celle de NA à AC, en ſuppoſant comme on fait ordinairement que la figure du coin eſt iſoſcelle : car les deux triangles LDF, CAN ſont ſemblables.

On trouvera auſſi la même choſe ſi l'on cherche par la vingt-troiſiéme propoſition le rapport des deux puiſſances GZ ſuivant leurs directions données, avec celle de l'appui ED dont on a auſſi la direction, & enſuite ſur l'appui FD qui eſt une direction donnée le rapport des deux puiſſances Z & H dont les directions ſont auſſi données ; car celle de G à H ſera compoſée des mêmes qu'on a trouvées cy-devant.

Si l'on pouſſe la tête du coin AB que j'ay ſuppoſée perpendiculaire à la direction de la puiſſance, par quelqu'autre point que N entre G & N, il eſt évident que l'effort de la puiſſance ſe diſtribuant inégalement en D & en E

& dans la raiſon reciproque des diſtances juſqu'à ces deux points D & E, le coin gliſſera dans la fente, & ſes faces prendront une poſition telle que la force s'appliquera également ſur les points D & E, ce qui reduit le coin iſoſcelle à un ſcalene où la puiſſance eſt perpendiculaire à la tête du coin. Il ne ſera pas non plus difficile de déterminer l'effort du coin ſi la direction eſt oblique à la ligne DE, par la méthode que j'ay donnée cy-deſſus en reduiſant la direction oblique de la puiſſance à une autre perpendiculaire à la face du coin. Ce ſera auſſi la même choſe ſi la puiſſance agit obliquement contre la tête du coin AB, ou bien ſi l'on ſuppoſe que la figure du coin n'eſt pas iſoſcelle, ou enfin ſi FD & FE ne ſont pas égales, car il faudra toûjours reduire l'effort de la puiſſance à un autre effort perpendiculaire aux faces AC & BC, ou par une ſeule reduction ou par pluſieurs, & chercher l'effort de la puiſſance diſtribuée en D & E ſéparement. Mais toutes ces recherches n'ont aucune utilité, elles apportent ſeulement quelquefois un peu plus de compoſition dans le calcul qui ſe fait toûjours par la même méthode. Il me ſemble que c'eſt aſſés dans les machines de faire connoître tout l'avantage qu'on peut tirer d'une puiſſance, ſans examiner tous les deffauts qui s'y peuvent rencontrer, qui ſont quelquefois en très-grand nombre. On doit ſeulement remarquer icy qu'on ne peut donner preſque aucun coup ſur la tête d'un coin ſans qu'il porte à faux.

PROPOSITION. LXXXVI.

LA *puiſſance qui eſt appliquée à pouſſer le coin, a d'autant plus de force que le coin eſt plus aigu.*

Cette propoſition eſt évidente par ce qui a été démontré dans la précédente : car puiſque la ligne FL doit être

perpendiculaire à la face du coin AC, plus l'angle ACB ſera aigu, & plus le point L ſera éloigné du point D : c'eſt pourquoi la raiſon de la puiſſance N qui pouſſe le coin étant toûjours à la reſiſtance du corps, comme FD à LD, ſi le coin eſt plus aigu LD ſera plus grande, & la puiſſance N ſera moindre, puiſque la reſiſtance du corps demeure toûjours la même, & qu'elle a plus grande raiſon à la puiſſance N.

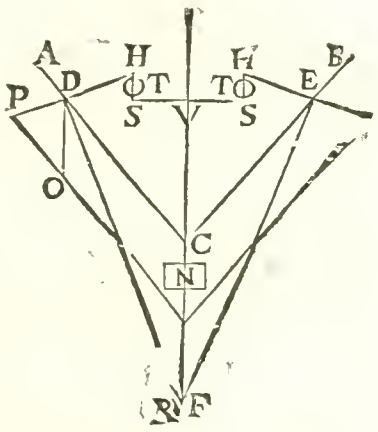
PROPOSITION LXXXVII.

ON *peut encore démontrer l'effort du coin ſur les corps qu'il faut fendre, de la maniere ſuivante.*

Les mêmes choſes que dans la propoſition quatre-vingt-cinquiéme étant poſées, ſi l'on ſuppoſe que le coin ABC eſt tiré par l'angle C avec un poids N égal à la puiſſance N qui le pouſſoit auparavant, il eſt évident qu'il s'enſuivra le même effet puiſque ce poids doit agir ſur le coin de même maniere que la puiſſance, ſuivant les ſuppoſitions.

Mais ſi aux points D & E du corps DRE où le coin le rencontre, on attache deux fils ou cordes DHS, EHS qui faſſent des angles droits FDH, FEH avec les côtés FD, FE de la fente du corps ; & ces cordes étant pliées en H ſi on y ſuſpend deux poids égaux TT de chaque côté, ou bien le ſeul poids SS qui ait ſon centre de gravité V dans la direction des poids qui paſſent par CF, & que ce corps SS ſoit égal en peſanteur aux deux poids enſemble TT ; il eſt évident par la troiſiéme ou quatriéme propoſition qu'il fera le même effort pour tirer les points D & E, que les deux poids ſéparés TT. C'eſt pourquoi s'il y a équilibre entre le poids N appliqué au coin qui agit ſelon la direction des poids CF, & le poids V qui tire les points D & E ſelon DH, EH perpendiculaires à FD, FE il faudra

que leurs momens ſoient égaux ; c'eſt-à-dire que les produits des poids par les longueurs des bras du levier auſquels ils ſont appliqués ſoient égaux entr'eux, ou bien ce qui eſt la même choſe les produits des poids par les chemins qu'ils ſont en état de parcourir dans le même-tems : c'eſt pourquoi ces chemins doivent être dans la raiſon reciproque des poids, & ſi les uns ſont donnés, comme icy les chemins par les figures du coin & de la fente, on aura les autres.



Car ſi l'on ſuppoſe que le coin deſcende par l'eſpace DO qui ſera auſſi le chemin du poids N ; la face du coin demeurant toûjours parallele à elle-même en deſcendant, & ſe trouvant comme en PO quand le poids N eſt deſcendu de la hauteur DO, le point D ſera parvenu en P ſuivant la ligne DP qui eſt perpendiculaire à FD, ou bien ce qui eſt la même choſe le poids V ſera remonté de la hauteur PD, il faut donc que dans l'équilibre il y ait même raiſon entre le poids N & le poids V, qu'entre PD & DO.

Il eſt facile à voir que le triangle OPD eſt ſemblable au triangle LFD de la quatre-vingt-cinquiéme propoſition, car dans l'un le côté DO eſt perpendiculaire au côté DL de l'autre, le côté PD l'eſt au côté FD, & enfin le côté OP l'eſt à LF. C'eſt pourquoi par cette démonſtration nous trouvons que le poids N eſt au poids V qui repreſente la reſiſtance du corps comme PD à DO, ce qui eſt auſſi comme FD à LD à cauſe des triangles ſemblables OPD, LFD, ce qu'on avoit conclu de la quatre-vingt-cinquiéme propoſition.

PROPOSITION LXXXVIII.

VOICY *de quelle maniere on peut conſtruire un levier dont les extrémités ſeront tirées par deux puiſſances qui repreſenteront les efforts du coin & du corps qui doit être fendu.*

Soit comme dans la quatre-vingt-cinquiéme propoſition la face du coin DC, & FD le côté de la fente du corps. Du point S aïant mené la ligne SQ parallele à FD, laquelle rencontre en Q la ligne DZQ perpendiculaire à la face CD; je dis que DSQ eſt un levier angulaire qui a ſon appui en S, & dont l'extrémité D étant tirée ſuivant la direction GD perpendiculaire à SD par la puiſſance G; & l'autre extrémité Q par la puiſſance H ſuivant la direction QH perpendiculaire à SQ, la puiſſance G repreſentera celle qui pouſſe le coin en D, & qui eſt la moitié de la puiſſance N, & la puiſſance H repreſentera l'effort du corps pour reſiſter à être fendu d'un côté ſeulement: & c'eſt une troiſiéme maniere de démontrer l'effort du coin.

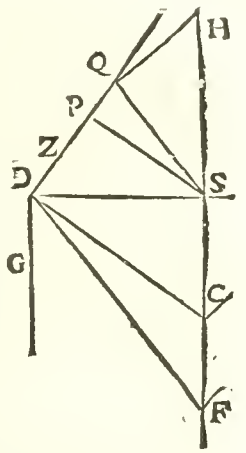
Il eſt évident que dans l'état de l'équilibre la puiſſance G doit être à la puiſſance H, comme SQ à SD qui ſont perpendiculaires aux directions, par la dixiéme propoſition.

Mais pour voir plus clairement le rapport de l'effort de la puiſſance à la reſiſtance du corps, aïant mené SP perpendiculaire ſur DQ, l'effort de la puiſſance G ſera à l'effort d'une puiſſance Z, qui agit ſelon la direction DQ, & qui eſt celle de la face du coin ſur le point D, comme SP à SD; & la puiſſance Z étant à la puiſſance H qui agit ſelon la direction QH perpendiculaire à FD, qui eſt celle du point D du corps à fendre, comme SQ à SP; on aura la raiſon de la puiſſance G à la puiſſance H compoſée de G à Z & de Z à H, qui eſt auſſi celle de SP à SD & de SQ à SP,

Cette

laquelle ſe reduit à celle de SQ à SD, à cauſe de la grandeur commune SP.

Cette raiſon de SQ à SD eſt la même que celle de FD à LD dans la figure de la quatre-vingt-cinquiéme propoſition; car elle eſt compoſée de raiſons ſemblables, puiſque dans la quatre-vingt-cinquiéme propoſition EI eſt à ED, comme SP à SD dans celle-cy, & dans la quatre-vingt-cinquiéme FD eſt à FK, comme SQ à SP dans celle-cy.



Enfin ſi la puiſſance G eſt à la puiſſance H comme SQ à SD, il eſt évident que les momens de ces puiſſances ſeront égaux, puiſqu'elles ſont entr'elles en raiſon reciproque des bras du levier par la ſixiéme propoſition; & il s'enſuit auſſi de-là que l'extrémité D du bras du levier SD ne ſçauroit parcourir un eſpace ſans que l'extrémité Q de l'autre bras SQ du même levier ne parcoure un autre eſpace qui ſera au premier dans la raiſon du bras SQ au bras SD, qui ſont auſſi ceux que doivent parcourir les poids qu'on a ſubſtitués aux puiſſances dans la quatre-vingt-ſeptiéme propoſition, ce qui montre le rapport de ces trois differentes démonſtrations pour l'effort du coin ſur le corps qu'il doit fendre.

Remarque.

J'ay donné ces trois differentes démonſtrations de l'effort du coin, parce que la plûpart de ceux qui ont écrit de Mécanique n'ont point apporté de raiſons exactes ou convaincantes de ſon effort. Quelques-uns l'ont comparé à un levier dont ils n'ont pû déterminer certainement le point d'appui; d'autres l'ont regardé comme un plan in-

cliné, & l'ont enſuite rapporté au levier d'une maniere qui ne convient pas au corps qu'on doit fendre avec le coin ; enfin il y en a qui l'ont examiné par ſon mouvement & par celles des parties du corps qu'il doit fendre, mais ils n'ont pas pris garde avec aſſés d'attention aux chemins que doivent parcourir les deux corps dans le même tems.

PROPOSITION LXXXIX.

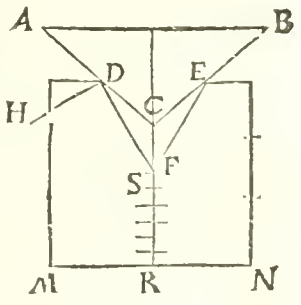
NOUS *avons déterminé dans les précédentes propoſitions quel eſt l'effort du coin aux points D & E où il rencontre le corps qu'il doit fendre ; nous examinerons préſentement comment on peut comparer cet effort avec la difficulté de fendre le corps.*

On doit conſiderer que toutes les parties du corps qu'on doit fendre ſont jointes les unes avec les autres par des liens qu'il faut rompre pour ſéparer ces parties.

Par exemple on peut regarder le corps DEMN compoſé des deux parties DFRM, EFRN qui ſont jointes enſemble par leur partie commune FR avec de petits liens qui tiennent à chaque partie, & dont le premier eſt en F.

Mais la puiſſance qui pouſſe le coin étant donnée, on ſçait par les précédentes propoſitions quel doit être la puiſſance H qui lui reſiſte ſelon la direction HD perpendiculaire à FD. C'eſt cette même puiſſance H qui doit être la meſure de la force dont le premier lien placé en F doit être rompu. Si ces liens étoient d'une nature à ne pouvoir s'étendre, & que le corps fût infiniment dur, il eſt évident qu'une très-petite force en H pourroit rompre le premier lien quoiqu'il fût très-fort : car l'angle DFR pourroit être conſideré comme un levier qui auroit ſon appui en F, ou qui ſeroit retenu par le lien en cet endroit, & dont l'appui ſeroit au premier lien S au deſſous vers R,

l'extremité D de ce levier étant tirée avec la puiſſance H ſelon la direction HD, Mais par la troiſiéme ou quatriéme propoſition il doit y avoir même raiſon de SF à SD que de la puiſſance H à la puiſſance du lieu en F, n'ayant pas d'égard à l'angle SFD; d'où il ſuit que ſi la diſtance FS entre deux liens eſt fort petite, comme elle le doit être dans les corps, il faudra que le lien ſoit très-fort pour reſiſter à la puiſſance H. Par exemple ſi la puiſſance H étoit d'une livre, & que SD fût de 100 lignes, & SF de la dixiéme partie d'une ligne, le lien devroit avoir une force pour reſiſter à 1000 livres.



Si le premier lien en F étoit rompu, il eſt facile à voir que tous les autres ne pourroient pas reſiſter, & qu'ils devroient ſe rompre plus facilement que le premier; car le bras SD du levier s'augmenteroit toûjours à très-peu près de la diſtance qu'il y auroit entre les liens rompus, & c'eſt ce qui fait en partie que les corps qui commencent à ſe fendre s'éclattent fort avant ſans beaucoup de peine.

Mais ſi le corps eſt d'une nature molaſſe & ſpongieuſe dont les liens peuvent s'étendre & les pores s'entr'ouvrir, il arrivera que l'appui S ſe trouvera fort éloigné du point F, & que par conſequent les liens qui ſeront vers F feront une grande reſiſtance, car dans ce cas il y en aura pluſieurs qui ſoutiendront enſemble l'effort de la puiſſance H.

PROPOSITION XC.

EXAMEN *de la percuſſion.*

On ne doute point que la percuſſion ne ſoit d'autant plus grande & ne faſſe d'autant plus d'effort que le corps

qui frappe eſt plus peſant & qu'il a plus de viteſſe, puiſque ce n'eſt que par la peſanteur & par la viteſſe du corps jointes enſemble que ſe fait l'effort de la percuſſion. C'eſt pourquoi il n'eſt pas poſſible de comparer l'effort de la percuſſion avec celui de la peſanteur ſeule d'un corps : car ce ſeroit faire la même choſe que ſi l'on vouloit comparer une ſuperficie formée par une ligne qu'on auroit fait mouvoir par un eſpace avec une ligne toute ſeule.

On peut pourtant faire quelques comparaiſons particulieres des efforts de la percuſſion avec ceux de la peſanteur, comme d'un poids qui peut avec une viteſſe déterminée rompre une piece de bois arrêtée horizontalement dans un mur en la rencontrant à une certaine diſtance du mur, avec un poids qui la peut rompre y étant appliqué dans le même endroit ſans aucun mouvement, & n'agiſſant que par ſa ſeule peſanteur. De même que ſi l'on attache un poids à une corde, & qu'en le laiſſant tomber il bande la corde lorſqu'il ſera parvenu à une certaine diſtance depuis ſon repos & qu'il puiſſe la rompre, on pourra faire enſuite la comparaiſon de ce poids à celui qui rompra la même corde y étant ſeulement ſuſpendu & ſans aucun mouvement.

Ces ſortes d'effets qui ſont ſemblables pour les poids qui ont du mouvement, & pour ceux qui n'en ont pas, ne font point connoître en général quel eſt l'effort de la percuſſion, mais on ſçait ſeulement par-là, que l'effort d'un corps peſant qui ſe meut avec viteſſe, peut rompre les liens qui tiennent de certaines parties jointes enſemble, de même que l'effort d'un corps peſant ſans aucune viteſſe.

Ce qui a fort embarraſſé ceux qui ont voulu faire quelque comparaiſon d'un corps peſant qui ſe meut avec viteſſe avec un corps peſant qui n'a point de mouvement, c'eſt par exemple l'effort avec lequel un marteau qui frappe

un clou avec une médiocre force, le fait entrer dans un morceau de bois, ce qu'un poids immenſe ne pourroit pas faire étant poſé ſur le clou; de même que les coups du mouton avec lequel on enfonce les pilotis, ce qui ſeroit impoſſible de faire par l'effort de la ſeule peſanteur. Mais ſi l'on conſidere ce qui doit arriver aux parties du bois quand on y enfonce un clou avec un marteau, on verra bien que la ſeule peſanteur ne ſçauroit faire le même effet qu'avec une très-grande peine. Car lorſque le clou eſt chaſſé dans le bois avec violence il en rompt les premiers liens qui ne peuvent pas préter tout d'un coup à l'effort qui leur eſt fait, & ceux-cy étant rompus les autres ne reſiſtent pas, comme je l'ay démontré dans la propoſition précédente; mais quand tous les liens & toutes les parties peuvent ploïer les unes après les autres, & ſe mettre en reſſort pour ſoutenir chacune une partie de l'effort, le clou ne peut les rompre quoiqu'il ſoit chargé d'un très-grand poids. On peut appuïer cette raiſon par quelques expériences, comme ſi l'on poſe un bâton ſur le bord de deux verres & en frappant un très-grand coup ſur le milieu du bâton on le romp ſans que les verres ſe caſſent. De même que ſi l'on met dans la main un os d'éclanche de mouton, & qu'on l'y ſoutienne par les extrémités, lors qu'on donnera un coup aſſés fort ſur le milieu de l'os il ſe caſſera ſans faire aucune impreſſion ſenſible ſur la main; mais ſi le coup n'eſt que médiocre l'os ne ſe caſſera pas & la main portera tout le coup. C'eſt encore ce qui fait que lorſqu'on tire un peu obliquement un boulet de canon ſur la ſurface de l'eau il n'y ſçauroit entrer & il ſe reflechit; car quoique l'effort qu'il fait ſur l'eau ſoit très violent, il ne peut en ſéparer que peu de parties, tout d'un coup les autres lui reſiſtant & ne pouvant ſe déranger ſi promptement; c'eſt pourquoi il eſt contraint de ſe détourner.

On pourroit encore rapporter pluſieurs exemples ſem-

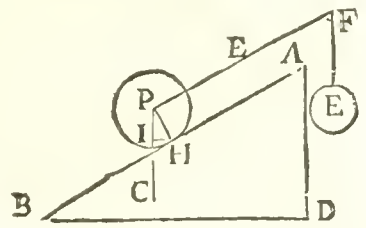
lables, mais j'ajoûterai ſeulement que le coup du mouton ne fait enfoncer les pilotis dans la terre, ou dans le ſable, qu'en ſecoüant tous les petits grains qui ſont autour de la pointe du pilotis, & en leur faiſant occuper moins de place qu'ils ne faiſoient auparavant, ce qui donne lieu à la pointe du pilotis de s'enfoncer, de la même maniere que ſi l'on poſoit un poids conſiderable & qui eut une aſſiete plate, ſur un vaſe qu'on auroit rempli de ſablon, mais le plus legerement qu'il auroit été poſſible; car ce poids ne feroit pas enfoncer ſenſiblement le ſablon, & pour peu que l'on frapât contre le vaſe le ſablon ſe taſſeroit & occupant bien moins de place qu'auparavant, auſſi-tôt le corps deſcenderoit. Il eſt facile à voir que ce ſecouëment du vaſe fait gliſſer la plûpart des grains de ſable les uns contre les autres & les arrange en appliquant par les faces ceux qui ne ſe touchoient auparavant que par les angles, & qui pouvoient ſoutenir un très-grand poids dans cette diſpoſition.

DU PLAN INCLINÉ, ET DE LA VIS.

PROPOSITION XCI.

SI un poids ſphérique P eſt poſé ſur un plan AB incliné à l'horizon BD, & qu'il y ſoit ſoutenu par une puiſſance ou par un poids E dont la direction ſoit parallele au plan incliné AB; je dis que dans l'état de l'équilibre le poids P ſera au poids ou à la puiſſance E, comme la longueur AB du plan incliné à ſa hauteur ou à ſon élevation AD ſur l'horizon BD.

On peut conſiderer tout le corps ſpérique P reduit dans ſon centre de gravité P qui peſera autant que tout le corps. Mais la ſphére rencontre le plan AB dans le point H, en ſorte que la ligne PH menée du centre de la ſphére à ce point touchant H eſt perpendiculaire ſur ce plan incliné AB. On peut donc regarder le corps ſphérique comme un point P peſant appliqué à l'extrémité P de la verge HP, & dont la direction ſera PC qui eſt celle des poids, & que l'on ſuppoſe perpendiculaire à BD. d'un autre côté l'extrémité P de cette verge eſt auſſi retenuë par la puiſſance E ſelon la direction FP parallele à AB. Si l'on mene donc du point d'appui H les perpendiculaires HI, HP aux directions par la quinziéme propoſition le poids P ſera à la puiſſance E comme HP à HI. Mais le triangle HPI eſt rectangle & ſemblable au triangle

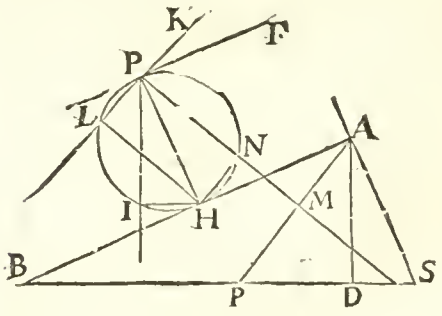


ABD, car ſes trois côtés ſont perpendiculaires à ceux de celui-cy ; HP ſera donc à HI comme AB à AD, & par conſequent le poids P ſera à la puiſſance E comme AB à AD : ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XCII.

MAIS *ſi la direction de la puiſſance E n'eſt pas parallele au plan incliné, il faudra toûjours pour ſoutenir le poids P une puiſſance plus grande que celle qui a été déterminée dans la propoſition précédente, ſoit que dans la direction ſoit au deſſus de la parallele, ſoit qu'elle ſoit au deſſous : mais ſi la direction eſt au deſſus de la parallele à AB, la puiſſance ne pourra tout au plus que devenir égale au poids P, & ſi elle eſt au deſſous elle pourra aller juſqu'à l'infini.*

Si la direction de la puiſſance K qui ſoutient le poids P eſt au deſſus de PF comme en PK, aïant mené HL perpendiculaire à PK, le poids P ſera à la puiſſance K comme HL perpendiculaire à PK à HI : mais à meſure que la direction s'élevera au deſſus de PF les perpendiculaires comme HL, à ces directions diminueront juſqu'à ce qu'elles viennent égales à HI, & alors la direction de la puiſſance ſera la même que celle des poids, & la puiſſance portera tout le poids P. Mais ſi la direction PM eſt au deſſous de PF, les perpendiculaires comme HN qui meſurent le rapport du poids à la puiſſance qui eſt repreſentée par HI, diminuent depuis HP juſqu'à



juſqu'à ce qu'elles deviennent égales à HI; & alors le poids & la puiſſance doivent être égaux. Mais HN diminuant à l'infini juſqu'au point H, donnera un rapport du poids à la puiſſance qui augmentera à l'infini. Il eſt évident que tous les points HPLIN ſeront dans la circonference d'un cercle dont HP eſt le diametre, à cauſe des angles droits.

PROPOSITION XCIII.

QUE *l'effort du poids P n'eſt pas toûjours le même ſur le même plan incliné, mais qu'il change ſuivant la direction de la puiſſance qui l'y ſoutient.*

Par la vingt-troiſiéme propoſition ſi l'on mene dans la figure précédente la ligne AR perpendiculaire à la direction PM de la puiſſance qui ſoutient le poids, le triangle ABR aïant ſes trois côtés perpendiculaires aux directions de la puiſſance, du poids & de l'appui, ces mêmes côtés donneront les rapports que doivent avoir la puiſſance, le poids & l'appui; & par conſequent BR repreſentant toûjours le poids, & AR la puiſſance, AB ſera l'effort qui ſe fait ſur l'appui. Mais BR change ſuivant les differentes inclinaiſons de la direction PM de la puiſſance; c'eſt pourquoi les rapports de la puiſſance à l'appui changeront auſſi ſuivant les differentes inclinaiſons de la puiſſance.

Il eſt évident que ſi la direction PM de la puiſſance étoit parallele à l'horizon BD, les trois côtés du triangle ABD exprimeroient les rapports de la puiſſance, du poids & de l'appui, de même que ſi la direction PF de la puiſſance eſt parallele au plan incliné: car la ligne AS étant perpendiculaire à PF ou à ſa parallele AB, le triangle ABS dont les côtés donnent les trois rapports que l'on cherche ſera ſemblable au triangle BAD: mais dans celui-là le rapport du poids à l'appui ſera comme le côté BD à l'hypotenuſe BA, au lieu que dans celui-cy ce ſera comme l'hypotenuſe BA

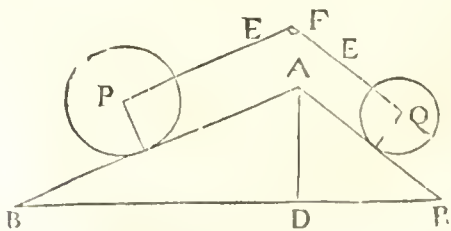
au côté BD, ou bien ce qui eſt la même choſe comme BS à BA.

Enfin ſi la direction de la puiſſance fait avec le plan incliné au deſſus du poids un angle égal à la moitié de l'angle de l'élevation ABD du plan ſur l'horizon, la peſanteur du poids ſera égale à l'effort qu'il fait ſur l'appui; car dans ce cas la ligne AR coupera BR égale à BA, ce qui eſt facile à connoître. Et ſi l'angle IPN de la perpendiculaire à l'horizon & de la direction de la puiſſance eſt double de celui de l'élevation du plan, la puiſſance doit être égale au poids; car BR & AR ſeront alors égales entr'elles.

PROPOSITION XCIV.

SI deux poids ſphériques P & Q ſont placés ſur deux plans AB, AR inclinés à l'horizon BDR & qu'ils ſe ſoutiennent l'un l'autre, c'eſt-à-dire qu'ils ſoient en équilibre, avec des directions FP, FQ paralleles aux inclinaiſons des plans; je dis que ces poids ſeront entr'eux comme les longueurs des plans AB, AR.

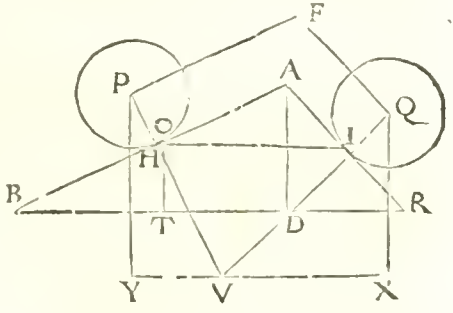
Par la quatre-vingt-dixiéme propoſition le poids P ſera à la puiſſance E qui le ſoutient ſelon la direction PF parallele à AB, comme la longueur du plan AB à ſa hauteur AD. Mais auſſi la puiſſance E qui ſoutient le poids Q ſelon la direction FQ parallele au plan incliné AR, ſera à ce poids Q, comme AD hauteur du plan à ſa longueur AR; donc en raiſon égale le poids P ſera au poids Q, comme AB à AR: ce qu'il falloit démontrer.



PROPOSITION XCV.

SI deux poids ſphériques & égaux P & Q ſont placés ſur des plans differemment inclinés à l'horizon AB, AR, & qu'ils agiſſent l'un ſur l'autre avec des directions FP, FQ paralleles aux plans ; je dis que le moment du poids P ſera au moment du poids Q, comme la longueur AR du plan qui ſoutient le poids Q a la longueur AB du plan qui ſoutient le poids P, c'eſt-à-dire que les momens des poids ſont entr'eux dans la raiſon reciproque des plans.

Puiſque les deux poids P & Q ſont joints enſemble par les fils ou lignes FP, FQ paralleles aux plans, ils ne peuvent ſe mouvoir l'un ſans l'autre, & ils doivent parcourir des eſpaces égaux ſur leurs plans. Ainſi lorſque le poids Q aura parcouru la longueur du plan AR, le poids P aura parcouru ſur ſon plan AB un eſpace BO égal à AR. C'eſt pourquoi le poids Q ſera deſcendu de la hauteur AD perpendiculaire à l'horizon BR, & le poids P ne ſera monté que de la hauteur OT ſur le même horizon. Mais le moment du poids Q ſera le produit de ſon poids par ſon chemin AD, & le moment du poids P ſera le produit de ſon poids par ſon chemin OT ; & les poids étant égaux ces momens ſeront entr'eux comme les lignes AD, OT. Enfin à cauſe des triangles ſemblables BAD, BOT il y aura même raiſon de AD à OT, c'eſt-à-dire du moment du poids Q au moment du poids P, que de BA à BO égale à AR : ce qu'il falloit démontrer.



J'ay dit que les momens étoient les produits des poids par les chemins, ce qui eſt la même choſe que les produits des poids par les bras du levier; car les chemins ſeront toûjours en même raiſon que les longueurs des bras, comme je l'ay démontré dans la quatre-vingt-ſeptiéme propoſition ſur le coin, & c'eſt ce que l'on peut faire icy en prenant les points H & I à même diſtance du point A, & ſuppoſant que les poids touchent leurs plans en H & I. Car ſi l'on prolonge les perpendiculaires QI, PH juſqu'en V; les lignes VI, VH ſeront égales entr'elles, puiſque les deux triangles AIV, AHV doivent être égaux entr'eux; & ſi on leur ajoûte les lignes IQ, HP auſſi égales entr'elles, les lignes VQ, VP ſeront égales, que l'on pourra conſiderer comme les bras d'un levier angulaire PVQ qui a ſon appui en V & qui eſt chargé de deux poids égaux en P & en Q. Il eſt évident que ces poids P & Q ainſi appliqués au levier PVQ y feront le même effet que lorqu'ils étoient ſoutenus comme auparavant ſur les plans inclinés AB, AR. Mais ces poids peſent ſuivant leur direction naturelle qui eſt par les lignes PY, QX perpendiculaires à BR, enſorte que ce levier angulaire PVQ qui a les bras égaux ſe reduit à un levier droit YVX parallele à BR, & qui a ſes bras VY, VX inégaux. Mais auſſi ces poids P & Q peuvent être ſuppoſés aux points Y & X de leurs lignes de direction; & puiſqu'ils ſont égaux, le moment du poids P placé en Y ſera au moment du poids Q placé en X, comme le bras VY au bras VX.

Maintenant à cauſe que les côtés du triangle VXQ ſont perpendiculaires aux côtés du triangle ADR, ces deux triangles ſeront ſemblables; & par la même raiſon les deux autres VYP & ABD; c'eſt pourquoi AB ſera à AD comme VP à VY; & AD à AR comme VX à VQ. AB ſera donc à AR dans la raiſon compoſée de VP à VY, & de VX à VQ; mais VP & VQ ſont égales; c'eſt

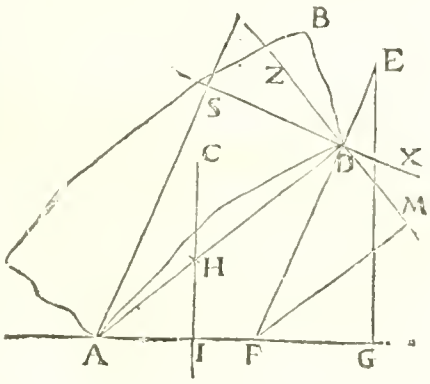
pourquoi cette raiſon compoſée ſe reduit à celle de VX à VY; donc le moment du poids Q ſera au moment du poids P ſon égal dans la poſition où ils ſont, comme AB à AR, qui eſt comme VX à VY.

PROPOSITION XCVI.

SOIT un corps ABD tel qu'on voudra qui s'appuie par ſon angle D contre le plan incliné EF.

Il faut déterminer le rapport de la peſanteur abſoluë du corps ABD à la puiſſance X qui ſoutient l'effort du corps en D ſur le plan incliné avec une direction XD perpendiculaire au plan incliné EF.

Soit le corps ABD de quelle figure on voudra qui étant ſoutenu & arrêté en A ſur le plan horizontal AG s'appuïe en D contre le plan incliné EF, & ſoit le centre de gravité du cops au point C.



On peut ſuppoſer toute la peſanteur du corps reduite dans ſon point C, & enfin ce poids C placé où l'on voudra dans ſa ligne de direction CI perpendiculaire à AG. Aïant mené la ligne AD par les deux points où le corps eſt ſoutenu, l'un ſur le plan horizontal AG, & l'autre contre le plan incliné en D, & la ligne AD coupant la ligne CI au point H; on pourra ſuppoſer le poids du corps ſuſpendu au point H du levier AD, lequel eſt ſoutenu à ſon extrémité D par une puiſſance Z ſelon la direction ZD perpendiculaire à AD. Il eſt donc évident par la

neuviéme propoſition que le poids C ſera à la puiſſance Z, comme AD à AI qui ſont les perpendiculaires menées aux directions ZD, CI. Mais auſſi à cauſe que le corps qui s'appuïe ſelon la directions ZD contre le plan incliné EF qui lui reſiſte ſuivant XD qui lui eſt perpendiculaire, il faut reduire la puiſſance Z à la puiſſance X appliquée au levier AD, ce qui ſe fait en menant AS perpendiculaire ſur XD. Car la puiſſance Z ſera à la puiſſance X, comme AS à AD; & par conſequent le poids C ſera à la puiſſance X dans la raiſon compoſée de C à Z & de Z à X, qui eſt celle de AD à AI & de AS à AD, qui ſe reduit à celle de AS à AI: ce qu'il falloit trouver.

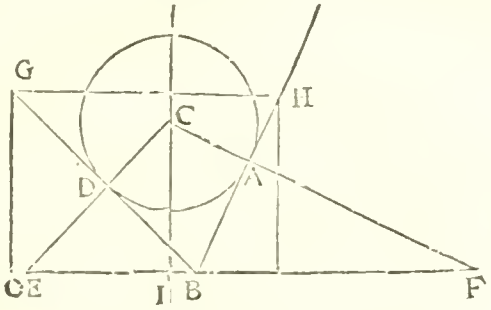
On auroit pû d'abord comparer la peſanteur du corps C avec ſa direction, à la puiſſance X avec ſa direction XD perpendiculaire au plan incliné FE, contre lequel le corps s'appuïe, & l'on auroit trouvé la même raiſon de AS à AI.

PROPOSITION XCVII.

UN *corps peſant de figure ſphérique AD étant ſoutenu par deux plans AB, DB, inclinés à l'horizon EF; je dis que ſi l'on mene la ligne GH parallele à EF qui forme avec les deux plans AB, DB le triangle GBH, les côtés GB, HB de ce triangle repreſenteront l'effort que le corps peſant fait contre ces mêmes plans, par rapport à la baſe GH de ce triangle, laquelle repreſentera la peſanteur abſoluë du corps.*

Ce corps peſant peut être conſideré comme reduit à ſon centre de gravité C où il peſe ſelon ſa direction naturelle CI perpendiculaire à EF. Mais aïant mené de ce centre C les lignes CA, CD perpendiculaires ſur les plans AB, DB, elles les rencontreront aux points A D où le corps ſphérique les touche; c'eſt pourquoi le corps ſphérique

s'appuïant ſur les plans dans ces mêmes points, on peut conſiderer le poids C comme un ſeul point retenu par trois directions CA, CD, CI, & par la vingt-troiſiéme propoſition le triangle GBH aïant ſes côtés perpendiculaires



à ces directions repreſentera les puiſſances qui leur ſeront appliquées, qui ſont les deux plans qui ſoutiennent le poids & ſa peſanteur abſoluë : ce qu'il falloit démontrer.

Conſéquence.

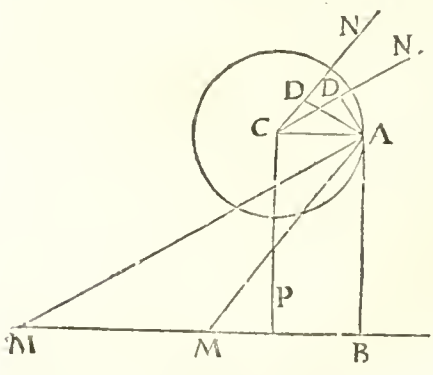
On voit par-là que la peſanteur relative du poids ſur les deux plans eſt toujours plus grande que ſa peſanteur abſoluë, puiſque les deux côtés d'un triangle pris enſemble ſont toûjours plus grands que le troiſiéme ; & que cette peſanteur relative ſera d'autant plus grande, que les plans feront enſemble un angle plus aigu, quoique le plan horizontal ne ſoit chargé ou ne porte ſimplement que la peſanteur abſoluë du poids. C'eſt ce qui montre combien ſe ſont trompés ceux qui ont voulu ſeulement diſtribuer la peſanteur abſoluë du poids à chacun des deux plans.

On doit auſſi remarquer que les deux plans doivent être joints enſemble & ſe retenir l'un l'autre, ou par le moïen d'un lien particulier, ou par le moïen du plan horizontal auquel ils ſeront attachés, car ſans cela ils s'écarteroient l'un de l'autre en gliſſant ſur le plan horizontal ; & que ce lien ſoutient l'effort que fait le poids ſur les plans inclinés.

PROPOSITION. XCVIII.

SOIT *la ligne droite AB disposée selon la direction des poids, & qu'au point A soit appuïé un poids de quelle figure on voudra dont le centre de gravité soit C dans la ligne AC perpendiculaire à AB ; Je dis que si le centre de gravité C de ce corps qu'on peut considerer comme le corps réüni dans ce point, est tiré & soutenu en équilibre par une puissance N qui ait quelle direction on voudra CN, toutes les lignes AM menées du point A jusqu'à BM perpendiculaire à AB, lesquelles seront paralleles aux differentes directions CN de la puissance N, representeront les differentes puissances N qui peuvent soutenir le corps suivant ces directions par rapport à la pesanteur absoluë du corps qui est representée par la ligne AB.*

Par l'hypothése la direction CP du poids C sera parallele à AB ; & si du point A on mene les perpendiculaires AD sur les directions CN, il est évident par la neuviéme proposition qu'il y aura même raison de AD à AC que la pesanteur absoluë du poids à la puissance N. Mais aussi tous les triangles ADC étant semblables aux triangles ABM, car ils sont rectangles, & les lignes AC, BM & NC, AM étant paralleles les angles ACD seront égaux aux angles AMB, il y aura même raison de AB à AM que de AD à AC, qui est aussi celle de la pesanteur absoluë du poids à la puissance N : ce qu'il falloit démontrer.

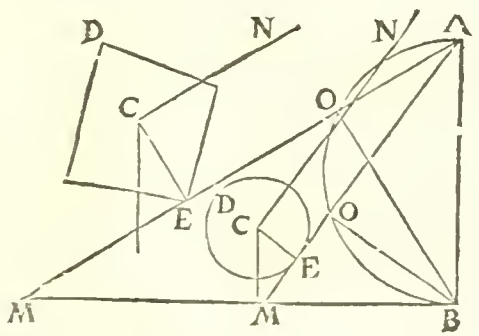


PROPOSITION

PROPOSITION XCIX.

MAIS *ſi l'on conſidere les lignes AM de la précédente propoſition comme des plans differemment inclinés, & qui ont tous une même hauteur AB au deſſus de BM perpendiculaire à la direction des poids AB ; & qu'on décrive un demi cercle AOB ſur AB pour diametre, & ſur un plan perpendiculaire aux plans inclinés ; Je dis que les puiſſances N qui ont des directions paralleles aux plans inclinés AM, & qui ſoutiennent ſur ces plans un même poids ſphérique ou d'autre figure, ſeront toutes entr'elles comme les cordes AO du cercle, leſquelles ſont les rencontres des plans inclinés avec le plan du cercle.*

Que le point C ſoit le centre de gravité du corps DE, auquel point on peut ſuppoſer que tout le corps peſant eſt réüni, & qu'il s'appuïe au point E ſur le plan incliné AM par le moïen de la ligne CE perpendiculaire à AM; & que les directions CN des puiſſances N qui ſoutiennent le poids



C, ſoient paralleles à AM qui eſt la rencontre des plans inclinés & de celui du cercle.

Par la quatre-vingt-onziéme propoſition le poids C ſera à la puiſſance N, comme AM à AB. Mais les triangles

rectangles BAO dans le demi cercle ſont ſemblables aux triangles rectangles MAB ; c'eſt pourquoi AB eſt à AO, comme AM eſt à AB : donc le poids C ſera à la puiſſance N comme AB eſt à AO ; & le poids C demeurant toûjours le même ou bien étant par tout égal, toutes les puiſſances N qui le ſoutiendront ſeront entr'elles comme les cordes AO du demi cercle. Il n'eſt pas néceſſaire que les longueurs CE des appuis des poids ſoient égales puiſqu'elles ne changent rien à la puiſſance N.

PROPOSITION C.

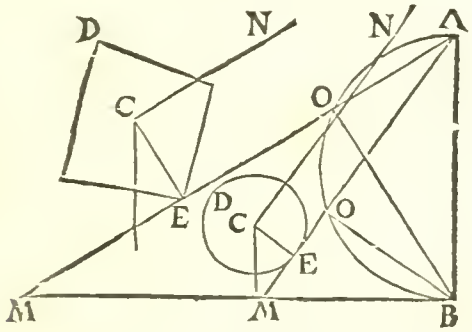
UN corps peſant qui deſcend ſur des plans differemment inclinés, y parcourt des eſpaces dans un même tems depuis le commencement de ſa chute, qui ſont égaux aux cordes du demi cercle, leſquelles ont même inclinaiſon que les plans, le diametre du demi cercle étant placé ſelon la direction des poids.

Soit le demi cercle AOB qui a ſon diametre AB ſelon la direction des poids. Je dis qu'un corps C placé en A parcourra dans un même tems ſur des plans inclinés comme AO, des eſpaces égaux aux cordes AO du demi cercle.

Galilée trouva par experience que les tems qu'un corps emploïoit à deſcendre ſur des plans, comme AM, differemment inclinés à l'horizon, & également élevés ſur l'horizon, comme de la hauteur AB, étoient entr'eux comme la longueur des plans qu'ils parcourroient. Et ſi les eſpaces que parcourt le corps ſur ces plans inclinés ſont en raiſon doublée du tems, ou bien les tems en raiſon ſoudoublée des eſpaces, voicy comme on peut démontrer cette propoſition.

Le tems que le corps emploïe à tomber par la perpendiculaire AB ſur l'horizon BM, ſera au tems qu'il emploïe à tomber au long du plan incliné AM, comme AB

à AM par l'experience de Galilée : mais auſſi le tems qu'il emploïe à tomber par AM, ſera au tems qu'il emploïe à tomber par AO, comme AM à la moïenne proportionnelle entre AM & AO, qui eſt la raiſon ſoudoublée des eſpaces; c'eſt pourquoi en raiſon égale le tems que le corps emploïe à tomber par AB, ſera au tems qu'il emploïe à tomber par AO, comme AB à la moïenne proportionnelle entre AM & AO. Mais à cauſe des triangles rectangles ſemblables ABM, AOB ; AM eſt à AB comme AB à AO ; AB ſera donc la moïenne proportionnelle entre AM & AO ; & par conſequent le tems de la chute du corps par AB eſt au tems de la chute par AO, comme à AB à AB, c'eſt-à-dire qu'il eſt égal.



Il s'enſuit de-là que les tems de la chute par toutes les parties AO des plans AM differemment inclinés ſeront entr'elles dans la même raiſon de AB à AB qui eſt celle d'égalité : & c'eſt ce qu'il falloit démontrer.

Je démontreray à la fin de ce traité l'experience que fit Galilée des tems de la chute d'un corps par des plans differemment inclinés, & que les viteſſes de ce corps ſont égales, quand il eſt parvenu à l'horizon ſur des plans differemment inclinés, ce qui eſt le principe dont il s'eſt ſervi pour démontrer l'experience qu'il avoit faite.

PROPOSITION CI.

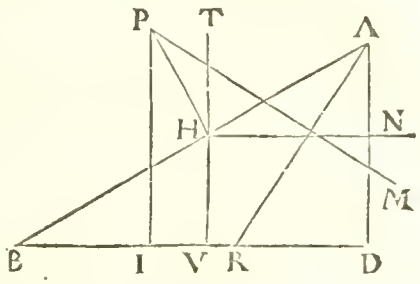
ON a déterminé dans la quatre-vingt-treiziéme propoſition l'effort que fait un poids P ſur un plan incliné AB ſuivant une direction PH perpendiculaire à ce plan, le poids P étant donné avec la direction PM de la puiſſance qui le ſoutient ſur le plan incliné.

Je dis maintenant que ſi l'on ſuppoſe que le plan incliné AB eſt l'hypotenuſe d'un triangle rectangle ABD, & que ſon côté BD qui touche le plan horizontal puiſſe gliſſer ſur ce plan ſans aucune difficulté, l'effort du poids ſur le plan horizontal par une ligne THV perpendiculaire à l'horizon BD ſera à ſon effort ſur le plan incliné comme le côté BD du triangle à ſon côté ou hypotenuſe AB; & ſon effort ſuivant une ligne HN perpendiculaire au côté AD ſera repreſenté par la ligne AD.

Par la propoſition quatre-vingt-treiziéme la ligne AR étant menée perpendiculaire à la direction PM telle qu'on voudra de la puiſſance, dans le triangle ABR, le côté BR repreſente la peſanteur abſoluë du poids P, la ligne AR repreſente la puiſſance qui le ſoutient ſur le plan incliné AB, & la ligne AB l'effort que ce poids fait ſur le plan incliné AB par la direction PH perpendiculaire à AB.

Maintenant ſi au lieu du plan incliné AB qui ſoutient le poids P au point H, on le ſoutient avec une puiſſance V ou T dont la direction THV ſoit parallele à la direction des poids PI ou perpendiculaire à l'horizon BD, & avec une autre puiſſance N ſuivant la direction NH parallele à BD; il eſt évident que la puiſſance V ou T ſera l'effort que le poids fait ſur le plan horizontal avec ſa direction naturelle, & que la puiſſance N eſt celle qui empêche que le triangle ABD ne gliſſe ſur ce même plan. Mais les trois directions PH, NH, THV étant données avec l'effort que fait le poids P ſelon PH, le triangle ABD dont les trois

côtés ſont perpendiculaires à ces trois directions, donneront les rapports de ces trois puiſſances : c'eſt pourquoi BD & AD par rapport à AB repreſenteront les puiſſances V & N par rapport à la puiſſance du poids P ſur le plan incliné AB, on aura donc la peſanteur abſoluë du poids à l'effort qu'il fait perpendiculairement ſur le plan horizontal, comme BR à BD, & contre la puiſſance N, comme BR à AD : ce qu'il falloit démontrer.



Si la direction PM de la puiſſance M qui ſoutient le poids ſur le plan incliné étoit parallele à l'horizon BD, il eſt évident que la puiſſance N ſera la même que M ; car alors la ligne AR ſe joint à la ligne AD, & l'effort que le poids fait ſur le plan horizontal par ſa direction naturelle, ſera égal à ſa peſanteur abſoluë, puiſqu'elle ſera comme BR ou BD à BD.

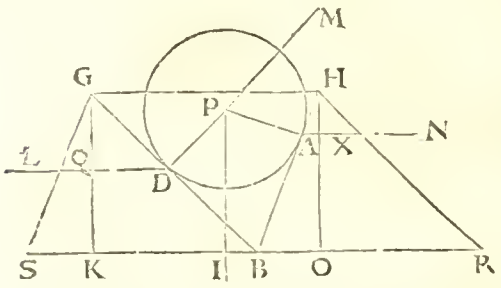
PROPOSITION CII.

LES *mêmes choſes étant poſées comme dans la quatre-vingt-dix-ſeptiéme propoſition ; Je dis que le plan horizontal eſt ſeulement chargé de la peſanteur abſoluë du poids, & que l'effort du poids ſera égal ſur chacune des deux puiſſances qui retiennent les plans inclinés ſelon les directions paralleles à l'horizon, quoique ces plans aïent des inclinaiſons fort differentes, & que cet effort ſera à chacune de ces puiſſances, comme la ligne GH à HO, qui eſt la diſtance de GH à l'horizon.*

Dans la figure de la quatre vingt-dix-ſeptiéme propoſition, des points GH aïant mené la ligne HR parallele à

GB, & GS parallele à HB, & les lignes HO, GK perpendiculaires à l'horizon SR, on aura BR, BS & KO égales chacune à GH. Mais par ce qui a été démontré dans la précédente propoſition, la peſanteur abſoluë du poids P eſt à l'effort qu'il fait perpendiculairement contre le plan incliné AB, comme BR à BH, & cet effort eſt à celui qu'il fait perpendiculairement ſur le plan horizontal, comme BH à BO : donc la peſanteur abſoluë du poids P ſera à l'effort qu'il fait perpendiculairement ſur le plan horizontal, comme BR ou GH ſon égale, à BO.

On démontrera de la même maniere que ce même poids P, qui fait auſſi un effort ſur le plan GB, fera un effort ſur le plan horizontal, enſorte que la peſanteur abſoluë du poids ſera à cet effort, comme GH à KB : donc la peſanteur abſoluë du poids P ſera aux deux efforts qu'il fait ſur le plan horizontal en s'appuïant contre les plans inclinés comme GH à la ſomme de BO & de BK, qui eſt égale à OK ou à GH : c'eſt pourquoi l'effort que fait le poids ſur le plan horizontal eſt celui de ſa puiſſance abſoluë, de même que s'il s'appuïoit immediatement ſur le plan horizontal : ce qu'il falloit démontrer d'abord.



Maintenant puiſqu'on a auſſi démontré dans la précédente propoſition que la peſanteur abſoluë du poids P ſera à la puiſſance N qui agit ſelon la direction NA qui eſt perpendiculaire à HO, ou bien qui eſt parallele à l'horizon, pour ſoutenir l'effort du poids P, comme BR ou GH à HO ; & que ce ſera la même choſe de l'autre côté où la peſanteur abſoluë du poids P ſera à la puiſſance L ſelon la

direction LD parallele à l'horizon, comme BS ou GH à GK égale à HO ; il eſt évident que le poids P fera des deux côtés des efforts égaux ſelon les directions paralleles à l'horizon, & que les deux puiſſances N & L, qui le ſoutiendront ſuivant des directions paralleles à l'horizon doivent être égales entr'elles, quelque inclinaiſon que puiſſent avoir les plans inclinés qui ſoutiennent le poids P, & ſur leſquelles les puiſſances N & L agiſſent ou directement aux points A & D, ou bien perpendiculairement contre les plans HO, GK, aux points X, Q, ce qui eſt la même choſe.

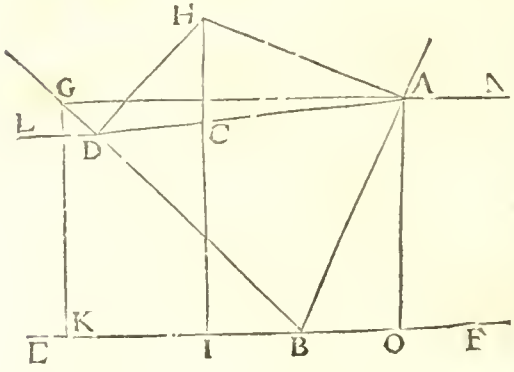
Mais comme le poids P agit également des deux côtés contre des puiſſances paralleles à l'horizon, ſi les plans inclinés BH, BG où les deux triangles BHO, BGK ſont attachés enſemble par le point B enſorte qu'ils ne puiſſent pas ſe ſéparer, l'effort du poids qui les pouſſe pour les écarter ne les pourra pas faire gliſſer d'un côté ni d'autre ſur le plan horizontal, ce qui ne ſeroit pas ainſi ſi l'une des deux puiſſances N ou L devoit être plus grande que l'autre pour reſiſter à l'effort du poids : & c'eſt ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION CIII.

UN levier ou verge AD étant donnée de grandeur avec le poids C ſuſpendu ou attaché à l'un de ſes points C ; il faut déterminer la poſition que le levier doit avoir pour demeurer placé entre deux plans BD, BA inclinés & donnés de poſition à l'égard de l'horizon EF.

On doit conſiderer la reſiſtance que font les plans BA, BD au levier AD ſelon les lignes DH, AH perpendiculaires à ces plans ; ainſi on peut reduire ce problême à la propoſition trente-uniéme : car on trouvera la poſition AD du levier entre les directions HA, HD des puiſſances

qui le ſoutiennent par ſes extrémités, leſquelles font un angle donné AHD qui eſt le ſupplément de l'angle des plans ABD ; & ce levier AD doit être appliqué de telle maniere dans cet angle que la direction HI naturelle des poids qui paſſe par le point H paſſe auſſi par le point C donné ſur le levier ; car l'angle DHI ou AHI ſera auſſi donné, & ces trois directions étant données ce ſera la même choſe que ſi l'on avoit les trois poids ou les trois puiſſances.



Aïant mené quelque ligne AG parallele au plan horizontal & les deux perpendiculaires AO, GK ſur l'horizon, on démontrera comme dans la précédente propoſition que l'effort perpendiculaire du poids C ſur le plan horizontal, ſera égal à ſa puiſſance abſoluë, puiſquelle ſera à cet effort comme AG à OK, qui ſont égales entr'elles ; & de plus que les efforts ſeront égaux ſur chacune des puiſſances LN qui ont des directions paralleles à l'horizon, quoique les deux lignes HA, HD ne ſoient pas égales entr'elles comme PA, PD dans la précédente propoſition, puiſque cette égalité ne fait rien à ces efforts.

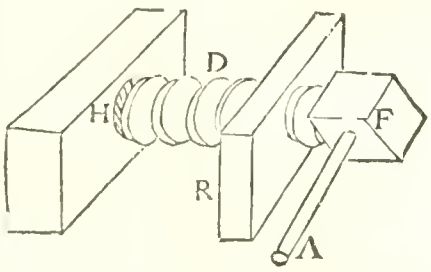
Il eſt facile à voir que ſi l'on plaçoit le levier AD dans une autre poſition que celle que nous venons de déterminer, il couleroit ſur les plans inclinés tant que l'une des extrémités fût jointe à l'angle B que font les plans, & que tout le levier fût couché ſur l'un des plans, car la reſiſtance des plans n'étant pas proportionnée à l'effort de la puiſſance

puiſſance des deux côtés, le plus grand l'emporteroit ſur le plus petit.

PROPOSITION CIV.

DESCRIPTION *de la vis, & la meſure de ſon effort.*

La *vis* eſt un cylindre comme D qui eſt creuſé en ſpirale. Elle entre en s'appliquant dans une autre ſpirale formée de la même maniere dans quelque corps R que l'on appelle *écrou* de la vis; enſorte qu'en tournant la vis on fait avancer l'écrou ſi la vis eſt arrêtée par l'une de ſes extrémités de telle maniere qu'elle puiſſe ſeulement ſe mouvoir circulairement, ou bien ſi l'écrou eſt arrêté ferme on fait avancer la vis. Ce ſera la même choſe ſi l'on fait mouvoir l'écrou.

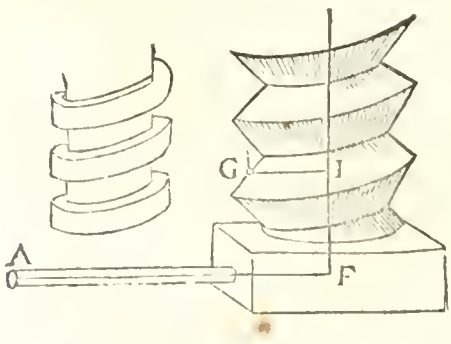


Il y a deux ſortes de vis, l'une que l'on appelle droite & l'autre gauche. La droite eſt celle que l'on fait entrer dans l'écrou immobile en la tournant de gauche à droite; la gauche eſt celle au contraire qui y entre en la tournant de droite à gauche. C'eſt la même choſe pour l'écrou; car celui qui s'accommode à la vis droite s'avance auſſi ſur la vis immobile en le tournant de gauche à droite; & l'autre au contraire.

Dans l'uſage le plus ordinaire de la vis on la fait avancer dans l'écrou immobile par le moïen d'un bras AF qui eſt arrêté dans la tête de la vis. Soit donc dans la figure ſuivante qui repreſente une portion de vis, l'axe HF de la vis, qui eſt auſſi l'axe du cylindre autour duquel on a formé

la vis, enſorte que chaque point des pas de la vis qui ſont également éloignés de l'axe s'élevent également au long de l'axe.

Il eſt facile à voir que ſi la ſurface des pas de l'écrou s'applique exactement contre la ſurface des pas de la vis qu'elle touche, il y aura un très grand frottement & que la plus grande partie de l'effort de la puiſſance qui fait marcher la vis, ſera emploïée à le ſurmonter. Il ſeroit donc plus avantageux que la vis ne touchât l'écrou que dans une ligne tournée autour de la ſpirale & également éloignée par tout de l'axe de la vis. C'eſt auſſi ce que nous conſiderons icy pour meſurer l'effort de la vis, quoique ce ſoit la même choſe pour l'effort de la puiſſance que la vis touche l'écrou dans une ligne ou dans toute ſa ſurface ſi l'on n'a point d'égard aux frottemens. On peut encore reduire l'application de la vis à l'écrou à un ſeul point peſant comme G qui doit monter au long des pas de la vis en demeurant toûjours également éloigné de ſon axe lequel on ſuppoſe placé ſelon la direction des poids; car il ne faudra pas plus d'effort à la puiſſance pour élever ce point que pour élever toute la ligne qui ſera auſſi éloigné de l'axe que le point.

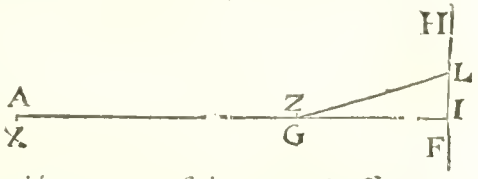


Cecy étant poſé, on pourra facilement reduire l'effort de la vis au plan incliné : car la diſtance GI depuis l'axe juſqu'au point G qui doit être élevé, eſt donnée; la hauteur des pas de la vis eſt auſſi donnée avec la longueur du bras AF depuis le point A où l'on ſuppoſe que la puiſſance eſt appliquée juſqu'à l'axe au point F. C'eſt pourquoi quand le

bras aura fait une converſion entiere autour de l'axe HF le point G doit être monté de la hauteur d'un pas de la vis en décrivant une ſpirale autour de l'axe ; & ce ſera la même choſe pour une partie de converſion.

Que la ligne HF repreſente donc l'axe de la vis, & la ligne IA qui lui eſt perpendiculaire ſoit égale à la circonference du cercle laquelle eſt décrite ſur la longueur du bras FA de la vis comme demi diametre ; & IG ſoit auſſi la circonference du cercle décrit ſur le raïon GI, qui eſt la diſtance de l'axe au point G ; & qu'enfin IL ſoit la hauteur d'un pas de la vis.

La ligne IA étant ſuppoſée horizontale ou perpendiculaire à la direction des poids, il eſt évident que la ligne GL repreſentera le plan incliné au long duquel il faut que le poids G monte dans une converſion entiere de la vis ou du bras AF : car pendant que le poids G s'éleve de la hauteur de IL il parcourt une ligne égale en longueur à GL.



Maintenant que la puiſſance qui eſt appliquée à l'extrémité A du levier ſoit appellée X, il eſt évident par la troiſiéme ou quatriéme propoſition que l'effort que la puiſſance X fera ſur le point G, que j'appelle la puiſſance Z qui eſt X reduite, ſera à cette puiſſance X, comme AF à GI qui ſont les diſtances depuis l'axe juſqu'aux points A & G, ou bien les raïons des cercles égaux à IA, IG. Mais l'effort de la puiſſance Z avec la direction AI pour ſoutenir le poids G ſur le plan incliné ſelon ſa direction naturelle & parallele à HF, avec l'effort que ce poids fait perpendiculairement ſur le plan incliné GL, ſeront repreſentés par les trois côtés du triangle GIL qui ſont perpendiculaires à ces trois directions, dans l'état de l'équilibre : c'eſt pourquoi la puiſſance Z ſera à la peſan-

teur abſoluë du poids G, comme LI à GI. Mais la puiſſance X étant au poids G dans la raiſon compoſée de X à Z & de Z à G, elle le ſera auſſi de celles des lignes GI à à AI & LI à GI. Mais cette raiſon compoſée ſe reduit à la ſimple de LI à AI, c'eſt-à-dire de la hauteur d'un pas de la vis à la circonference du cercle décrit ſur la longueur du bras qui fait mouvoir la vis.

Ce qu'on vient de démontrer pour un poids G qui s'applique aux pas de la vis, doit s'entendre de même de quelque puiſſance que ce ſoit qui pouſſe les pas de la vis ou l'écrou ſelon la longueur de l'axe de la vis, pendant que la puiſſance qui meut la vis, agit perpendiculairement ſur l'axe par le moïen du bras AF.

On peut tailler la vis ſur le cylindre en deux manieres differentes en faiſant que les pas ſoient angulaires, qui eſt la plus ordinaire, ou bien en les faiſant quarrés, comme les deux figures le repreſentent; mais la même démonſtration ſervira toûjours pour ces deux eſpeces de vis. La ſeconde eſpece eſt plus ſolide que la premiere pour l'uſage, ſurtout dans les groſſes vis de bois; car les arrêtes étant à angle droit ne ſont pas ſi ſujettes à ſe rompre que les autres qui ſont ordinairement d'un angle de 60 degrés; outre que l'effort ſe fait ſur une plus grande épaiſſeur de la matiere dont la vis eſt formée dans celle-cy, & que dans celle qui eſt angulaire l'effort ſe fait obliquement ſur la face de l'angle & ſur une moindre épaiſſeur de la matiere.

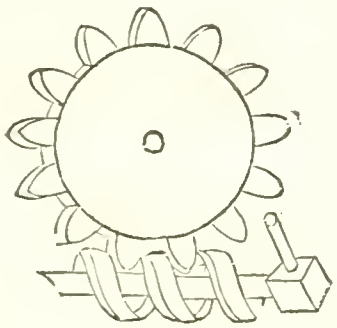
PROPOSITION CV.

DE *la vis ſans fin.*

La vis ſans fin n'eſt pas une eſpece de vis particuliere, mais ce n'eſt qu'une machine compoſée d'une vis ordinaire & d'une roüe dentée. On l'appelle vis ſans fin à cauſe de ſon uſage : car en faiſant tourner la vis ſur ſon axe

comme un cylindre ou rouleau, ſes pas rencontrant les dents de la roue ils les pouſſent, & les faiſant avancer ils font tourner la roue ſur ſon axe, l'axe de la vis doit être placé dans le plan de la roue.

Pour l'augmentation de l'effort de la puiſſance dans cette machine, elle eſt la même que celle de la vis, ſi ce n'eſt qu'au lieu de l'écrou que les pas de la vis rencontrent, ce ſont icy les dents de la roue, & que par ce moïen l'effort de la puiſſance peut être encore augmenté conſi-



derablement, ſi les poids ou la puiſſance qui doit être mue eſt proche de l'axe de la roue, ce qui eſt facile à connoître par ce qui a été démontré cy-devant.

Il ſeroit impoſſible de faire le même effort de la vis ſans fin ſur la roue dentée en ſe ſervant d'un pignon qui s'engrenneroit dans les dents de la roue : car puiſqu'à chaque tour de la vis la roue doit s'avancer d'une dent, il faudroit que le pignon n'eût qu'une dent pour faire le même effet, ce qui ne peut pas ſe mettre en execution.

DE QUELQUES MACHINES composées des précédentes.

ON donne icy plusieurs machines qui peuvent servir beaucoup dans la physique, puisqu'elles sont tirées pour la plupart des mouvemens qui se rencontrent dans la nature. On a choisi les plus considerables de celles qui sont connuës jusqu'à present pour faire entendre les autres & celles qu'on pourra découvrir dans la suite. Les démonstrations qu'on en apporte sont fondées sur les précédentes.

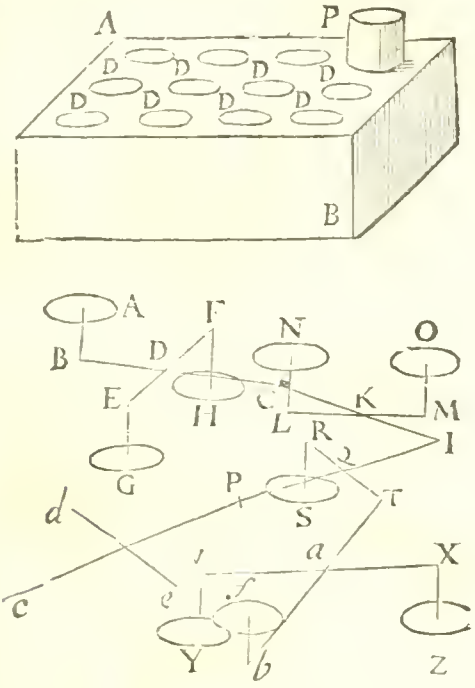
PROPOSITION CVI.

CONSTRUCTION *mécanique d'une boëte, sur laquelle un poids étant posé il fait le même effort sur toutes les surfaces de la boëte, que si elle étoit remplie de liqueur & qu'elle fut chargée dans le même endroit où est le poids, d'une quantité de la même liqueur aussi pesante que le poids.*

La boëte AB peut être de quelle grandeur on voudra, le dessus & le dessous sont percés de plusieurs trous D égaux entr'eux, & bouchés par des pieces de la même matiere que la boëte, ensorte que ces deux surfaces ne laissent pas d'être aussi unies que s'il n'y avoit point d'ouvertures. Le dedans de la boëte est disposé de telle maniere pour soutenir toutes les pieces ou platines D qui bouchent les ouvertures, que si l'on pose un poids P tel qu'on voudra comme d'une livre sur l'une des platines des ouvertures, toutes les autres platines tant du dessus que du dessous de la boëte seront poussées en dehors chacune avec

un effort égal à celui du poids P, qui eſt d'une livre dans cet exemple.

Pour ce qui eſt des pieces qui compoſent le dedans de cette machine, je ſuppoſe que leur peſanteur ni les frottemens ne peuvent apporter aucun empêchement à leur effet.



A repreſente l'une des platines du deſſus de la boëte & celle ſur laquelle on met le poids P. A chacune des platines tant du deſſus que du deſſous de la boëte il y a un pied qui y eſt attaché ferme ou ſoudé; la hauteur de ce pied doit être de la moitié de l'épaiſeur ou de la hauteur de la boëte, comme AB, GE, HF, LN, MO, &c. enſorte que toutes les extrémités de ces pieds comme BEFLM

répondent au milieu de la boëte. Maintenant ſi l'on joint enſemble avec la verge EF les extrémités EF de deux pieds qui appartiennent aux platines GH telles qu'on voudra du deſſous de la boëte, & que cette verge ſoit bien arrêtée aux extrémités des pieds ; & qu'au milieu D de la verge EF on applique une autre verge BDC qui ſoit jointe à l'extrémité B du pied AB, & de telle maniere qu'elle puiſſe ſe mouvoir aux points B & D d'un mouvement de haut en bas ſeulement, la longueur de cette verge BC étant double de BD qui eſt donnée par la poſition des platines AGH ; il eſt évident que ſi l'extrémité C eſt arrêtée, le poids de 1 livre poſé ſur la platine A fera auſſi un effort de 1 livre ſur chacune des platines GH. Car 1 livre poſée en A ou en B, ce qui eſt la même choſe puiſqu'on ſuppoſe que le deſſus & le deſſous de la boëte ſont paralleles à l'horizon ou perpendiculaires à la direction des poids, & que les pieds des platines leur ſont poſés à angle droit, fera un effort de 2 livres au point D par la troiſiéme propoſition, & cet effort de 2 livres en D en fera un de 1 livre en E & en F, ou bien ſur les platines G & H.

Mais ſi l'on joint enſemble les pieds LM de deux platines NO telles qu'on voudra du deſſus de la boëte, par le moïen d'une verge LM qui ſoit arrêtée ferme aux extrémités LM, & que l'on faſſe paſſer une autre verge CKI par le milieu K de la verge LM, enſorte que CKI ſoit arrêtée en K & jointe à l'extrémité C de la verge BC, & qu'elle ſoit mobile de haut en bas en C & en K ſur les points CK ; ſi l'on prend KI égale à CK & que l'extrémité I ſoit arrêtée, il eſt évident que le poids de 1 livre en A qui fait un effort de 2 livres ſur le point D où il s'appuïe, ou bien de 1 livre en G & en H, en fait auſſi un de 1 livre pour élever le point C. Mais l'effort de 1 livre qui releve l'extrémité C de la verge CI qu'on ſuppoſe retenuë en I, en fait un de 2 livres pour élever le point K,

ou

ou bien un de 1 livre à chaque extrémité LM de la verge LM, ou ſur les platines NO pour les élever.

Maintenant s'il y a une verge RT comme les autres, qui ſoit arrêtée comme les autres par ſon extrémité R au pied SR d'une platine d'embas S & par ſon extrémité T où l'on voudra; ſi l'on applique au milieu Q de la verge RT une autre verge IP qui ſoit jointe à l'extrémité I de la verge CI & dont la longueur ſoit double de IQ. Aïant encore joint les pieds VX des platines d'embas YZ par la verge VX qui porte dans ſon milieu *a* le milieu d'une verge T *b* qui eſt jointe à l'extrémité T de la verge RT & dont l'autre extrémité *b* eſt arrêtée au pied de la platine ſuperieure *f*. Enfin ſi l'extrémité P de la verge IP eſt auſſi jointe à l'extrémité P d'une autre verge P *c* qui s'appuïe par ſon milieu ſur le milieu d'une verge *c d* qui joint auſſi les pieds de deux platines de la boëte; il ſera facile à voir que le point I de la verge CI qu'on avoit ſuppoſé arrêté, reçoit du poids A l'effort de 1 livre pour être abbaiſſé, & que cet effort ſera celui de 2 livres au point Q pour l'abbaiſſer auſſi, ſon extrémité P étant retenuë. Mais l'effort de 2 livres en Q fait un effort de 1 livre ſur chaque point RT de la verge RT, & par conſequent la platine S ſera pouſſée avec l'effort de 1 livre. Le point T qui fait auſſi un effort de 1 livre pour pouſſer en bas étant appliqué à la verge T *b* en fait un de 2 livres en *a*; & par conſequent un de 1 livre ſur les extrémités VX de la verge VX & ſur les platines YZ, & ſemblablement un de 1 livre au point *b* pour l'élever; & ſi ce point *b* porte le pied d'une platine *f* il l'élevera avec l'effort de 1 livre. Si au lieu du pied de la platine *f* qu'on a arrêtée en *b* on y avoit accommodé à l'extrémité d'une autre verge, on auroit fait la même choſe que dans les précédentes.

Le point P de la verge IP qui ſe joint à l'extrémité de la verge *c* P fait auſſi un effort de 2 livres au milieu de

cette verge, & par conſequent un effort de 1 livre ſur les extrémités *e d* d'une autre verge *e d* qui la coupe & qui en eſt coupée en deux également. Ces extrémités *e d* peuvent auſſi porter les pieds de deux platines & faire le même effet que les autres.

On peut multiplier les verges comme on a fait en T en y appliquant une verge T *b* au lieu du pied d'une platine comme dans les autres, & par ce moïen on peut tranſmettre l'effort du poids P qui ſera de telle peſanteur qu'on voudra, à toutes les platines tant du deſſus que du deſſous de la boëte, où il fera ſur chacune le même effort qu'il fait ſur la platine A.

On pourroit auſſi placer les verges à differentes hauteurs, pourveu qu'elles fuſſent paralleles au deſſus & au deſſous de la boëte, en faiſant les pieds de deux platines qui ſont jointes par une même verge, un peu plus longs ou plus courts que la moitié de la hauteur de la boëte; mais il faudroit auſſi que la partie de la verge qui les croiſe & qui la rencontre dans ſon milieu, eût un coude pour pouvoir gagner le plus ou le moins de hauteur des pieds des platines. Par ce moïen les verges pourroient ſe croiſer l'une ſur l'autre en differentes manieres ſans s'embaraſſer.

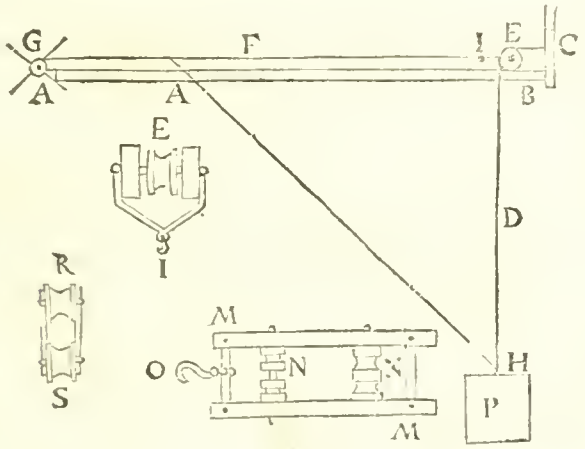
On pourroit encore faire la même choſe pour des platines qui ſeroient placées dans les côtés de la boëte, puiſqu'il eſt très-facile de changer l'effort naturel des poids qui eſt de haut en bas, en un autre qui ſoit horizontal.

PROPOSITION CVII.

COMMENT *on peut élever un poids par un mouvement oblique.*

Soit le poids P qu'il faut élever obliquement de P en A, la machine qui ſert au mouvement étant à la hauteur de A.

Soit une couliſſe AB compoſée de deux pieces de bois qui ſont ſeulement éloignées l'une de l'autre autant qu'il faut pour laiſſer paſſer librement la corde qui ſoutient le poids P, & qui ſoit poſée horizontalement. La corde CDH qui ſoutient le poids P eſt arrêtée ferme en C vers l'extrémité B de la couliſſe, & paſſe dans l'ouverture entre les deux pieces de bois dont elle eſt faite : elle paſſe auſſi par deſſus une roulette E compoſée de trois pieces, à ſçavoir de deux roulettes ou rouleaux à ſes extrémités & d'une poulie entre-deux ſur laquelle paſſe la corde CDH. Vers l'extrémité A de la couliſſe il y a un treüil G avec ſes bras pour tirer la corde F qui tient à la chappe I de la roulette.



Il eſt facile à voir par la conſtruction de cette machine que lorſque la corde IF tirera la roulette E de B vers A, le poids P montera obliquement de H en A, & que l'élevation du poids P ſera égale à la longueur de la couliſſe AB.

On pourra faire auſſi que l'élevation du poids P ſoit en

quelle proportion on voudra avec ſon chemin horizontal, par exemple que le poids P ſoit élevé de 20 pids pendant qu'il en parcourra 60 horizontalement.

Pour cet effet on poura mettre le mouvement de la corde F qui tire la roulette E de B vers A, à l'extrémité B de la couliſſe avec une poulie de renvoy vers A; ainſi le treüil étant placé vers B qui tirera la corde F, fera avancer la roulette de B vers A. Mais alors il faudra que la corde CDH qui ſoutient le poids P, ſoit tortillée ſur le rouleau du treüil & qu'elle ne ſoit pas attachée immobile en un point C, comme cy-devant; il faudra encore que l'endroit du rouleau où elle eſt tortillée ait ſon diametre plus petit que celui où ſe tortille la corde F lorſque le treüil fait avancer la roulette E ſur la couliſſe, & que la corde D ſoit tortillée en ſens contraire à celui de la corde F, afin qu'elle ſe devide à meſure que l'autre s'entortille. La proportion du diametre de la partie du rouleau du treüil où s'entortille la corde F, au diametre de l'autre partie où la corde D eſt tortillée, doit être comme le chemin horizontal à la difference des deux chemins, qui eſt icy comme 60 à 40, ou bien comme 3 à 2. Car alors quand la corde F aura tiré par exemple la roulette E ſur ſa couliſſe par l'eſpace de 6 pieds, la partie du rouleau où la corde D eſt tortillée l'aura devidée de 4 pieds, & par conſequent le poids P ne ſera monté encore que de 2 pieds, quoiqu'il ait parcouru 6 pieds de mouvement horizontal.

Ce ſera la même choſe pour quelqu'autre proportion que ce ſoit de l'élevation. Il faut ſeulement remarquer que ſi l'on vouloit que le poids P fit un plus grand mouvement en hauteur, qu'en longueur, par exemple s'il falloit l'élever de 30 pieds pendant qu'il n'en parcourroit que 10 en longueur ou horizontalement, il faudroit que le diametre du rouleau pour la corde F fut au diametre de la partie du rouleau pour la corde D comme 10 qui eſt

le chemin horizontal, à la difference 20 des deux chemins. Car ſi à chaque tour du treüil la corde F fait 3 pieds de chemin, la corde D en fera 9, car les circonferences des rouleaux ſont en même raiſon que leurs diametres; & par conſequent le poids P montera de 6 pieds à cauſe des diametres des parties du rouleau, & il monte encore de 3 pieds dans le même tems qui eſt égal au mouvement horizontal.

Pour ce qui eſt de la viteſſe du mouvement on pourra la donner telle qu'on voudra; car ſi le treüil ne peut pas tirer les cordes qui font le mouvement avec toute la viteſſe qu'on demande, il le faudra faire par le moïen d'un contrepoids fort peſant qu'on élevera à une hauteur égale au mouvement horizontal, & aïant attaché ce contre-poids à une corde tortillée ſur le rouleau où les autres cordes qui ſervent au mouvement ſont auſſi tortillées, mais en ſens contraire, lorſqu'on lachera le contre-poids, il fera tourner le rouleau avec une grande viteſſe.

On modere ordinairement ce mouvement par le moïen d'une corde qui ſert à faire la détente, & qui étant appliquée contre quelque corps où elle gliſſe & retenuë enſuite avec la main on la lache à proportion de la viteſſe qu'on veut donner à la machine. Cette même détente ſert auſſi à rendre le mouvement égal, qui ſeroit autrement fort inegalàcauſe de l'acceleration du contrepoids en deſcendant.

Quand on ſe ſert de pluſieurs cordes qui ſont éloignées les unes des autres pour élever le même poids, ou ce qui eſt la même choſe, qui le ſoutiennent en differens endroits, il faudra au lieu de la roulette E ſe ſervir d'un chaſſis ou aſſemblage de bois comme MM, dans lequel il y aura des rouleaux comme N qui ſerviront de poulies pour paſſer les cordes par deſſus, ces rouleaux tournant ſur leurs axes qui entreront dans les longues pieces du chaſſis. Ce chaſſis doit couler ſur les deux pieces de la

couliſſe étant tiré par un crochet O où l'on attache la corde qui ſert à ſon mouvement : mais il faut que le chaſſis ſoit entretenu ſur les couliſſes de peur qu'il ne tombe d'un côté ou d'autre.

On pourroit auſſi au lieu de couliſſe ſe ſervir d'une ſeule corde bien tenduë ſur laquelle paſſeroit une poulie comme R qui en ſoutiendroit une autre S qui ſerviroit pour ſoutenir la corde du mouvement pendant que la poulie R couleroit en roulant ſur la corde qui ſerviroit de couliſſe.

Je ne parle point de quelle maniere on peut faire ces couliſſes & les retenir en differens endroits pour les rendre ſolides, puiſque c'eſt l'affaire des ouvriers qui travaillent à la charpente.

On peut faire auſſi de ces ſortes de mouvemens qui ſe croiſeront ſans s'embarraſſer. Car ſi l'on ſe ſert de chaſſis comme je le viens d'expliquer, il eſt facile à voir que les couliſſes pourront être coupées & interrompuës en quelques endroits dans un petit eſpace de 4 ou 5 pouces, ce qui peut ſuffire pour laiſſer paſſer la corde qui ſoutient un poids qui ſe meut d'un mouvement different de celui qui eſt porté ſur la couliſſe qu'on a coupée, ſans que le mouvement de ce poids en ſoit empêché. Car le chaſſis aïant ſes longues pieces appuïées ſur celles de la couliſſe, il peut paſſer facilement par deſſus l'ouverture de la couliſſe.

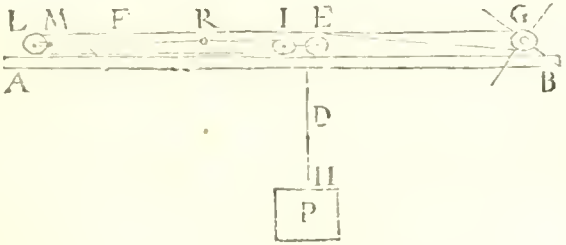
Ce que j'ay expliqué de l'élevation des poids ſe doit entendre de même de leur deſcente.

PROPOSITION CVIII.

DES *mouvemens obliques & interrompus.*

Si la corde D du poids P eſt entortillée ſur le rouleau du treüil G, & que la corde F qui doit tirer la roulette E par le moien de la poulie de renvoi L ſur laquelle paſſe la

corde F pour aller s'attacher à la chappe de la roulette E, paſſe encore ſur une autre poulie I qui tient à la chappe de la roulette E, & qu'elle ſoit enfin arrêtée en M vers la poulie L, il eſt évident que lorſque le treüil tournera pour tirer la corde F, il devidera à même tems la corde D qui eſt tortillée ſur le rouleau G en ſens contraire de la corde F. Mais ſi la corde F ſe tortille ſur le rouleau G de ſix pieds de longueur, le poids P deſcendra à même tems de ſix pieds de hauteur, & il ſera auſſi à même tems relevé par le mouvement de la roulette au long de ſa couliſſe.



Mais la corde F aïant été tirée de la longueur de 6 pieds elle n'a dû faire avancer la roulette que de 3 pieds; car comme elle paſſe par deſſus la poulie I, & qu'elle eſt arrêtée en M, elle ne doit faire avancer la poulie I & la roulette E qui tiennent enſemble dans la même chappe, que de la moitié de ſon mouvement.

C'eſt pourquoi quand la corde F s'eſt tortillée ſur le rouleau G de 6 pieds de longueur, & que la corde D s'eſt auſſi détortillé ou devidée de 6 pieds de longueur la roulette E n'aura fait que 3 pieds de chemin; & par conſequent le poids P ne ſera remonté que de 3 pieds par le mouvement de la roulette E; il paroîtra donc être deſcendu de 3 pieds qui eſt autant que la roulette a fait de chemin ſur ſa couliſſe, c'eſt pourquoi il deſcendra par ce moïen par un angle demi droit, ou bien il deſcendra autant qu'il s'avancera.

Enfin ſi la corde D qui eſt attachée au treüil, s'eſt toute devidée & qu'elle commence à s'entortiller du même ſens que la corde F, alors le poids P remontera; mais il doit monter trois fois autant qu'il s'avance vers L. Car ſi les cordes D & F ſe ſont entortillées de 6 pieds ſur le rouleau du treüil, le poids doit être remonté de la hauteur de 6 pieds par le moïen de ſa corde D, & il doit auſſi être remonté de 3 pieds par le moïen de la roulette E qui l'entraine & qui parcourt 3 pieds pendant que ſa corde eſt tirée de 6 pieds; donc le poids ſe ſera élevé de 9 pieds pendant qu'il aura parcouru ſeulement 3 pieds en longueur, qui eſt le mouvement de la roulette E.

Mais quand la corde D a été entierement devidée de deſſus le treüil & que le poids a commencé à remonter, s'il y avoit eu un arrêt à la corde F comme en R à l'endroit qui paſſoit alors par deſſus la poulie I, enſorte que la corde ne pût plus tourner ſur cette poulie, il ſeroit arrivé la même choſe que ſi elle eût été arrêtée à la chappe de la roulette E; & le poids ſeroit remonté de 6 pieds par le mouvement de ſa corde D, & de 6 pieds par le mouvement de la roulette E; il auroit donc parcouru 6 pieds en longueur pendant qu'il ſe ſeroit élevé de 12 pieds.

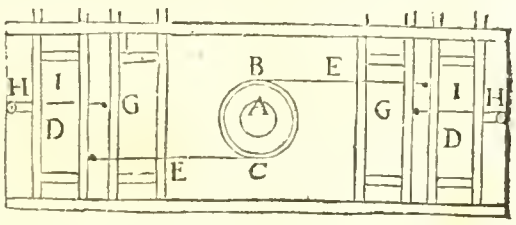
Maintenant ſi les parties du rouleau du treüil ſur leſquelles les cordes D & F s'entortillent ſont de differens diametres, il ſe fera des mouvemens differens & en differentes proportions de ceux que je viens d'expliquer; mais il ſera facile de les déterminer ces diametres étant donnés; ou bien les mouvemens étant propoſés il ſera facile de trouver les diametres des parties du rouleau qui y ſerviront.

On pourra auſſi par le même moïen faire qu'une partie du chemin du poids ſoit horizontal & que le reſte monte ou deſcende perpendiculairement ou obliquement, ce qui ne merite pas d'être expliqué plus au long. Je ne parle

pas

pas non plus des mouvemens circulaires ſoit en montant ou en deſcendant, puiſqu'ils ne dépendent que de la figure de la couliſſe. Il y a dans tous ces mouvemens pluſieurs petites precautions à prendre qu'il faut laiſſer à l'induſtrie de l'ouvrier.

On peut encore faire pluſieurs mouvemens differens & oppoſés les uns aux autres avec un même mouvement par le moïen des poulies de renvoi, qui changent la direction des mouvemens, ce qui ſert principalement à faire les changemens des décorations des deux aîles des théatres; car un ſeul axe A qui porte des tambours BC de differens diametres, venant à tourner par le moïen d'un contrepoids, fait avancer vers le milieu de la ſcéne par deſſous le théatre les faux chaſſis D qui portent les décorations, par le moien des cordes CE, BE qui tiennent à ces chaſſis & qui ſont tortillées ſur les tambours en ſens contraire. Ces mêmes chaſſis D qui s'avancent, retirent à même-tems ceux G dont ils prennent la place par le moïen d'une ou de deux cordes I qui tiennent à ces deux chaſſis, leſquelles paſſent par deſſus des poulies de renvoi H, qui ſont ſcellées dans les murs des deux côtés. Le mouvement ou chemin des deux chaſſis ſera plus grand ou plus petit à proportion des tambours qui portent les cordes de leur mouvement.



PROPOSITION CXI.

DE *quelques machines compoſées de pluſieurs leviers.*

Soit le levier EC mobile ſur le point E, & qui porte à ſon extrémité C un autre levier ABCD qui ſe meut ſur le

point C comme ſur un pivot, & que l'extrémité A de ce levier ſoit un peu courbée.

Soit encore un autre levier GIF mobile ſur le point F, & dont l'extrémité G eſt fort recourbée vers le bas, enſorte que dans une diſpoſition des deux leviers leurs extrémités A & G ſe puiſſent toucher, & puiſſent même paſſer un peu l'une ſur l'autre.

De plus que les deux leviers EC, FG ſoient joints enſemble par des verges roides qui ſoient droites ou coudée, comme HK, IML, leſquelles puiſſent ſe mouvoir ſur leurs extrémités avec les leviers auſquels elles ſont attachées.

Enfin que la corde BM ſoit attachée au levier ABD en B & à la verge IL en M, & qu'il y ait encore deux cordes PD, ON à peu près paralleles & qui ſoient attachées en D & en N des deux côtés de C ſur le levier ABC.

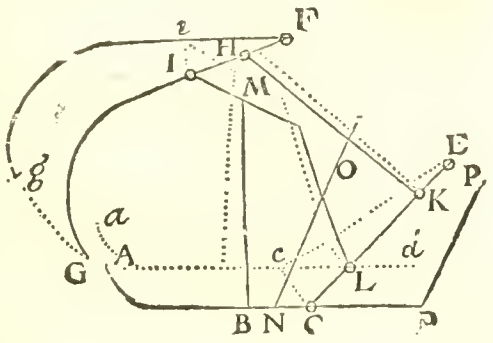
Je dis que s'il y a des puiſſances en P & en O qui tirent les cordes DP, ON avec une autre qui puiſſe faire racourcir la corde BM, les leviers pourront faire pluſieurs mouvemens, dont voicy les principaux.

Si les trois leviers EC, DA, FG ſont diſpoſés de telle maniere que les extrémités G & A ſe touchent, & que les deux puiſſances O & P viennent à tirer à peu près également les cordes auſquelles elles ſont appliquées, elles feront élever le levier ACD qui prendra la poſition *a c d* à peu près parallele à celle qu'il avoit auparavant. Mais le levier EC étant obligé de tourner ſur ſon extrémité ou pivot E & de prendre la poſition E *e*, il fera élever le levier FIG qui prendra la poſition F *i g* en tournant ſur ſon point F; car les verges HK, IL le pouſſeront. Mais alors les extrémités *a* & *g* des deux leviers ſeront fort éloignées l'une de l'autre, & de plus l'extrémité *g* s'avancera beaucoup plus que *a*.

Si dans cette diſpoſition du levier E *e* la puiſſance P

tiroit encore ſa corde, & que la puiſſance O relachât un peu la ſienne; il eſt évident que le point *c* demeurant toûjours dans le même endroit par la tenſion des deux cordes, le point *a* pourroit deſcendre beaucoup plus qu'il n'étoit en A, & le levier F *i g* étant toûjours dans ſa poſition F *i g*, ce qui doit arriver ſi la corde MB ſe relâche un peu, puiſque ſa poſition dépend de celle du levier E *c*, il y aura alors une grande diſtance entre les extrémités des leviers F *i g*, *d c a*.

On voit auſſi que les cordes PD, ON tirant & ſe relâchant alternativement enſorte que le point *c* demeure toûjours dans la même poſition, & la corde BM ſe relâchant encore & s'accourciſſant, l'extrémité A du levier DCA s'élevera & s'abbaiſſera conſiderablement; & ſi le point *a* eſt fort élevé, comme à la hauteur du point *g*, & que la corde BM vienne à ſe racourcir beaucoup la corde PD ſe relâchant un peu le levier F *i g* pourra deſcendre & l'extrémité *g* paſſera fort avant par deſſus l'extrémité *a*. L'extrémité A pourra enfin paſſer par deſſus l'extrémité G ſi la puiſſance P toute ſeule tire la corde PD; car l'extrémité A du levier DA qui tourne ſur le point C s'écartera de ce point C, & ce point deſcendant un peu, l'extrémité G du levier FG s'avancera au contraire vers C en tournant ſur ſon pivot F. Ces mouvemens pourront auſſi donner lieu aux extrémités de ſe frotter en coulant l'une ſur l'autre.



On pourroit faire pluſieurs autres mouvemens ſembla-

bles avec des leviers disposés de la même maniere que EC, DA, FG en plaçant d'autres cordes qui les fissent mouvoir avec les verges qui les joignent. On peut remarquer une disposition de levier à peu près semblable à celle que je viens d'expliquer dans le bec de plusieurs oiseaux & principalement dans celui des peroquet. C'est aussi par des mouvemens qui ont beaucoup de rapport à ceux-cy que se meuvent les machoires des annimaux.

PROPOSITION CX.

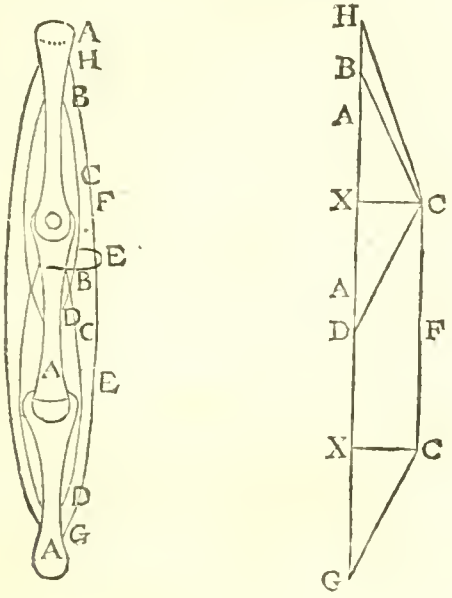
S'IL y a plusieurs verges roides comme A qui soient jointes les unes aux autres avec des charnieres ou des genoux placés à leurs extrémités, elles pourront se mouvoir l'une sur l'autre en differentes manieres par le moïen des cordes qui y seront attachées.

Si les extrémités des verges sont jointes par des charnieres, il est évident que leur mouvement ne pourra se faire que d'un côté seulement sur le clou qui assemble les charnieres, ou sur des éminences qui sont à l'une des parties & qui tiennent lieu de clou ou de pivot, comme on le remarque aux jointures des pieds d'écrevice. Mais si ces extrémités ou têtes sont jointes par des genoux ou parfaitement ou imparfaitement, comme sont la plûpart des têtes des os des animaux, il est évident que le mouvement pourra se faire en tous sens.

Si l'on attache des cordes comme BCD à deux de ces verges les plus proches, quand elles viendront à se racourcir elles pourront fléchir les pieces A sur leurs jointures; car les cordes BCD passant par dessus la tête de ces verges en C elles seront écartées du point X sur lequel ces verges se meuvent; & ainsi en se racourcissant elles tireront obliquement les verges A par les points B & D où elle leur

ſont attachées, & elles les obligeront de faire un angle en X étant ſoutenuës ſur l'appui CX.

Mais s'il y a d'autres cordes comme HFG qui ſoient attachées à ces mêmes verges, & qui paſſent par deſſus pluſieurs ſans y être arrêtées, ces cordes venant auſſi à ſe racourcir tireront les verges comme les autres cordes C ; &. lorſque les verges ſont étenduës directement les unes aux



bout des autres, l'effort que feront ces cordes HFG en ſe racourciſſant pour plier les verges ſur leurs pivots X ſera très-foible à cauſe qu'elles tirent trop obliquement. Mais lorſque les cordes HFG ſont aidées par les cordes BCD l'effort ſera très-grand : car les cordes BCD commençant à plier les verges ſur leurs pivots X, alors les cordes HFG tireront les verges plus directement, & avec d'autant plus d'effort qu'étant plus longues, elles peuvent faire un plus grand racourciſſement.

On peut auſſi ajoûter des liens comme E qui entretiennent les longues cordes pour les faire tirer du même ſens que les petites.

C'eſt par une mécanique à peu près ſemblable à celle-cy, que la queuë des animaux peut facilement ſe mouvoir en tous ſens ; & c'eſt auſſi de la même maniere que la trompe des Elephans peut faire tous ſes mouvemens differens, car quoiqu'il n'y ait pas d'os dans cette trompe, toutes les fibres des muſcles qui ſont comme autant de cordes, ſe retirant d'un côté ou tout-à-fait ou en partie, feront ploier ou toute la trompe ou une partie de ce même côté, les fibres mêmes ſervant en quelque façon de verge ou d'os pour ces mouvemens.

PROPOSITION CXI.

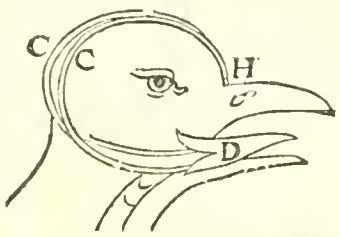
EXPLICATION *mécanique du mouvement de la langue du Pivert.*

Le Pivert tire ordinairement la langue fort longue hors du bec pour chercher ſa nourriture dans de petits trous qui ſont enfoncés dans l'écorce des arbres. M. Borelli dans la treiziéme propoſition de la ſeconde partie du mouvement des animaux donne une deſcription de cette mécanique. Il dit qu'il y a un muſcle qui a ſon origine ſous le bec vers ſon extrémité, & ſon inſertion à la racine de la langue, enſorte que quand ce muſcle vient à ſe racourcir il fait ſortir la langue hors du bec. Mais que pour la retirer il y a quatre muſcles qui font cet effet, dont deux ſont attachés à la racine de la langue & tournent par derriere la tête & par deſſus juſqu'à l'origine du bec ; & que les deux autres qui ſont ſous le bec ſont tortillés en ſpirale pour faire un grand effet en peu d'eſpace.

Dans cette mécanique on ne voit pas d'égalité entre les muſcles qui font ſortir la langue hors du bec, & ceux qui

la retirent, quoique ceux qui la pouſſent dehors en la dardant, deuſſent avoir une plus grande force que les autres; car il eſt certain, ſuivant la deſcription de M. Borelli, que ceux qui la retirent peuvent faire un bien plus grand effet que les autres, ce qui ſeroit inutile puiſqu'ils ne doivent ſeulement la retirer que de la longueur dont elle ſera ſortie & ſans aucun effort.

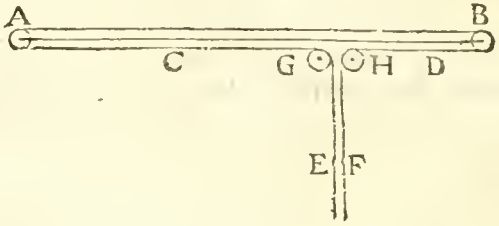
M. Perrault dans la ſeconde partie du troiſiéme tome de ſes Eſſais de Phyſique explique le même mouvement de la langue du Pivert d'une maniere très-differente de celle de M. Borelli. Il ne dit rien des muſcles que M. Borelli place ſous le bec pour faire ſortir la langue: mais il prétend qu'elle peut s'allonger de trois ou quatre pouces & que ce mouvement ſe fait par le moïen de deux petits cartillages oſſeux HCD qui ſont fort deliés & fort polis, dont l'extrémité qui eſt vers D ſe joignant enſemble & étant recouverte de chair forme la partie anterieure de la langue. Ces cartillages vont en tournant par deſſus la tête juſqu'à la racine du bec en H; il dit auſſi qu'ils ſont enfermés dans un canal charnu par le dehors & garni en dedans d'une membrane fort lice & fort gliſſante.



Il prétend que la chair de ces canaux eſt un muſcle dont l'origine eſt au layrinx & l'inſertion aux extrémités des cartillages, & que lorſque ces muſcles ſe racourciſſent d'un côté en tirant vers le larynx les cartilages oſſeux, ils font ſortir la langue hors du bec; au contraire lorſqu'ils ſe racourciſſent de l'autre côté ils la font rentrer.

Il explique ce mouvement en le comparant à celui d'une machine qu'il avoit fait faire pour mouvoir un corps peſant repreſenté par la verge AB dans cette figure, aux

extrémités de laquelle en A & en B il y a une corde CDEF attachée, qui paſſant par deſſus les deux roulettes GH pend en EF, enſorte que ſi l'on tire la partie E elle fait avancer la partie A de la verge vers la roulette G, & au



contraire ſi l'on tire la partie F elle retire vers G & H la partie B qui s'en étoit éloignée.

Ces deux explications ſont fort differentes, & il n'y a pas moïen de les pouvoir accorder toutes deux avec la nature.

PROPOSITION CXII.

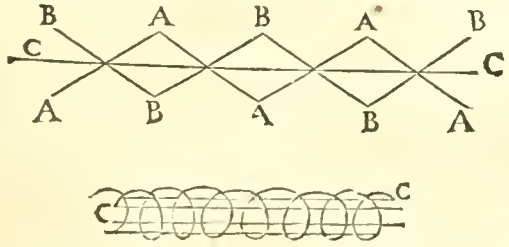
EXPLICATION *mécanique du mouvement de la langue du Cameleon.*

Il y a quelque choſe de plus extraordinaire dans le mouvement de cette langue que dans celle du Pivert: car elle s'allonge ſi fort quand l'animal la darde hors de ſa gueule pour attraper les mouches dont il ſe nourrit, qu'elle devient auſſi grande que tout ſon corps, & enſuite elle ſe retire & devient fort petite. Il eſt très-difficile de reconnoître par quelle mécanique ſe fait ce grand mouvement; car on n'a pu remarquer de muſcles qui puiſſent faire cet effet. M. Perrault qui étoit fort adroit dans la recherche & dans l'examen de ces mouvemens extraordinaires, attribuë ſeulement cet allongement au ſouffle de l'animal qui darde ſa langue hors de ſa gueule comme s'il

crachoit avec violence, & il dit qu'il y a apparence que ſon poulmon, qu'il a plus grand qu'aucun autre animal, ſert à ce mouvement.

Mais cette maniere de darder la langue ne me ſemble pas fort mécanique, & quoique ce mouvement ſoit très-promt, je crois qu'il peut ſe faire comme pluſieurs autres que nous voïons dans les animaux. Car ſi cette langue a de deux ſortes de muſcles dont les uns aïent leurs fibres circulaires, & les autres ſoient étendus au long de la langue, il eſt évident que lorſque les muſcles circulaires viendront à ſe gonfler ils alongeront la langue, & quand au contraire les muſcles longs agiront ils la retireront. C'eſt par cette même mécanique que les vers s'alongent & ſe racourciſſent autant à proportion que cette langue. On peut voir facilement tous ces muſcles à de gros vers qu'on trouve dans la mer.

Il ſe pourroit faire auſſi la même choſe par le moïen d'un ſeul muſcle qui retireroit la langue en ſe gonflant :



mais il faudroit ſuppoſer que l'état naturel de la langue ſeroit d'être alongée, & de demeurer tenduë par le moïen de quelques tendons AA, BB qui feroient un grand reſſort & qui s'attacheroient à la partie extérieure de la langue en forme de zig-zag, & que le muſcle CC retireroit la langue en ſe racourciſſant.

Il ſe pourroit faire auſſi que ces tendons pourroient être diſpoſés en forme de reſſort à boudin qui tiendroient

la langue alongée dans leur état naturel, & qu'un muſcle long comme CC la retireroit au dedans de la gueule.

Si l'on pouvoit avoir facilement cet animal, on pourroit peut-être découvrir la vraie mécanique de ce mouvement ; mais comme on n'en peut avoir que rarement dans ce païs-cy, il faut ſe contenter de quelques conjectures.

PROPOSITION CXIII.

EXPLICATION *de l'effort des cordes tortillées en ſe racourciſſant quand on les moüille.*

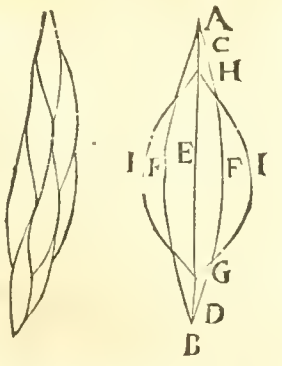
Il n'y a perſonne qui doute que les cordes tortillées ne faſſent un très-grand effort en ſe racourciſſant quand on les moüille. Voicy comment on peut expliquer cet effet.

L'experience nous fait voir que ces ſortes de corps s'enflent très-fort quand on les fait tremper dans l'eau, & leurs fibres étant diſpoſées en long, il eſt certain que ſi elles s'écartent l'une de l'autre en faiſant un ventre, leurs extrémités ſe rapprocheront & tout le corps qu'elles compoſent ſe racourcira. Il faut donc voir de quelle maniere ces fibres peuvent s'écarter.

Il y a fort long-tems que j'ay examiné avec un bon microſcope les fibres du chanvre dont on fait ordinairement les cordes, & j'ay trouvé que ce n'étoit que de petits tuïaux qui paroiſſoient vuides & qui avoient quelques nœuds. Il y a apparence que quand la plante eſt verte & ſur pied, ces tuïaux ſont remplis d'une ſeve qui la nourrit, mais que cette liqueur ſe déſéche peu à peu dans la ſuite, en paſſant au travers des pores des tuïaux, ſans que l'air puiſſe remplir la place qu'occupoit cette liqueur ; car nous ſçavons par experience que l'eau paſſe facilement par des ouvertures où l'air ne ſçauroit paſſer. Les eſpaces de ces petits tuïaux qui ſont compris entre les nœuds étant

comme autant de petits vaſes vuides d'air en partie, ſont preſſés exterieurement par la peſanteur de l'air: c'eſt pourquoi lorſque l'eau touche par dehors ces petits tuïaux, elle s'inſinuë facilement au dedans en paſſant au travers de leurs pores, à cauſe que l'air de dehors qui eſt plus comprimé que celui de dedans, la pouſſe pour l'y faire entrer.

L'effort que l'on fait en tortillant les fibres du chanvre quand on fait la corde les reduit à un très-grand nombre de petites cellules en ſe croiſant les unes les autres, & chacune de ces cellules qui ſont en pointe par leurs extrémités, comme on peut voir par cette figure, venant à s'enfler dans ſon milieu oblige les extrémités de ſe rapprocher, & font par ce moïen racourcir toute la corde.



On peut encore ajoûter à cette raiſon que toutes les fibres qui ſe touchent ne laiſſent pas de place à l'air groſſier dans l'endroit où elles s'approchent de plus près; mais que les particules de l'eau qui ſont plus déliées que celles de l'air, s'y inſinuent facilement étant pouſſées & preſſées par la maſſe de l'air; c'eſt pourquoi ces fibres s'éloignant l'une de l'autre plus qu'elles n'étoient auparavant la corde doit ſe racourcir; car quoique les cordons dont on fait la corde ſoient couchés obliquement l'un ſur l'autre, les fibres ne laiſſent pas d'être droites ou à très-peu près.

Maintenant pour meſurer la force avec laquelle une corde moüillée peut élever un poids, il faut ſuppoſer que les fibres AEB, CFD, HIG venant à s'écarter vers le milieu de chaque cellule comme en FI contraignent les extrémités AB, CD, HG de ſe rapprocher plus ou moins par rapport à l'écart qui ſe fait au milieu, ſuivant qu'elles

ſeront déja écartées. Car ſi les fibres AB ſe touchoient immediatement dans toute leur longueur, il eſt évident que la proportion de l'écart qui commencera à ſe faire en E ſera infinie par rapport au rapprochement des extrémités AB. C'eſt pourquoi dans ce cas l'eau qui s'inſinuë dans ces fibres fera élever la corde de quelque poids qu'elle ſoit chargée & quelque petite que puiſſe être la peſanteur de l'atmoſphere de l'air par deſſus l'air contenu dans les cellules des fibres ou entre-deux.

Mais ſi les fibres comme CFD ou HIG ſont déja écartées l'une de l'autre, la proportion de l'écart & du rapprochement qu'elles peuvent faire dans cet état, ſera déterminé & ſera d'autant plus petit que l'écart ſera plus grand.

Si l'on ſuppoſe donc qu'une corde qui a un pouce de diametre, & qui eſt chargée d'un poids, peut augmenter le diametre de ſa groſſeur de 2 lignes en ſe racourciſſant d'un pouce ſur 6 pieds de longueur quand elle ſera moüillée; je dis que le poids qu'elle peut élever dans ce racourciſſement eſt de 574 livres.

Car une corde d'un pouce de diametre ſur 6 pieds de long aura de ſuperficie qu'on ſuppoſe toute unie 222 pouces $\frac{1}{2}$. Et ſi la hauteur de toute l'atmoſphere qui pouſſe contre cette ſuperficie pour y faire entrer l'eau, eſt égale en peſanteur à 27 pouces $\frac{1}{2}$ de Mercure en peſant l'un & l'autre ſur des baſes égales, comme d'un pouce quarré; puiſque la colonne de Mercure peſera 15 livres $\frac{1}{2}$ ſur cette baſe, la peſanteur de l'atmoſphere qui agit ſur la ſurperficie de la corde ſera de 3448 livres. Mais dans l'équilibre il faut que le moment du poids que ſoutient la corde ſoit égal au moment du poids de 3448 livres; & le moment de ce poids eſt 6896 produit du nombre de ſes livres par 2 lignes de chemin qu'il eſt en état de faire; & par conſequent ſi l'on diviſe ce produit par le chemin que la

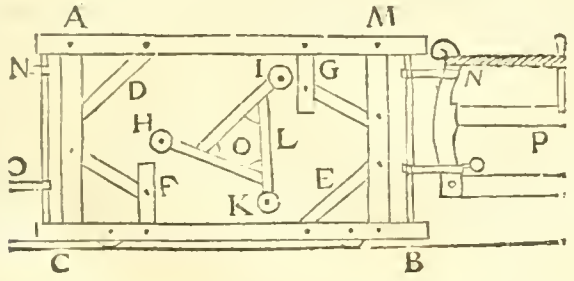
corde eſt en état de faire en ſe racourciſſant, qui eſt 12 lignes, on aura 574 $\frac{1}{7}$ qui eſt le nombre des livres, qui étant multiplié par 12 fera le moment égal à l'autre : ce qu'il falloit démontter.

Il s'enſuit de cette démonſtration que la longueur de la corde n'augmente pas ſa force pour élever le poids, ſi l'on veut que l'élevation ſoit toûjours proportionnée à la longueur de la corde : mais il eſt certain que ſi l'on ſuppoſe que la corde en ſe renflant de 2 lignes elle ſe racourcit de 6 lignes ſeulement ſur ſix pieds, on trouvera qu'elle peut élever un poids double de celui qu'elle éleve auparavant ; & ainſi des autres proportions.

PROPOSITION CXIV.

EXPLICATION *d'une machine qui ſert à faire mouvoir pluſieurs ſcies pour ſcier des pierres.*

AB eſt un chaſſis d'aſſemblage de figure quarrée qui peut ſe mouvoir facilement de C vers B & de B vers C étant entretenu par une eſpece de couliſſe dans laquelle il ſe meut ſur des roulettes qui ſont attachées à la piece de deſ-



ſous. Dans ce chaſſis il y a deux pieces de bois en G & en F aſſemblées à l'équaire avec les pieces de niveau AM, CB, & qui ſont retenuës par deux liens avec les pieces du

côté du chaſſis. Il y a auſſi dans les deux autres angles du chaſſis deux liens en D & en E qui ſervent à l'entretenir.

Au milieu de ce chaſſis il y a un triangle de bois HIR qui eſt ſoutenu dans ſon milieu ſur un gros arbre L auquel il eſt bien arrêté, & quand l'arbre tourne les angles du triangle qui ſont garnis de petites roulettes en IKH venant à rencontrer les pieces de bois GF l'une après l'autre, font mouvoir le chaſſis AB d'un côté & d'autre dans ſa couliſſe en le pouſſant en G & enſuite en F.

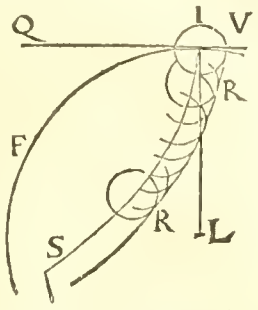
Vers les extrémités des pieces de bois AM, CB il y a deux verges de fer comme MB qui y ſont bien arrêtées, leſquelles portent deux mains de fer NO qui peuvent couler au long de ces verges où elles ſont engagées par un bout, & par l'autre elles ſont arrêtées bien ferme à l'un des bras d'une ſcie P. D'où il eſt évident que lorſque le chaſſis ſe meut, il fait mouvoir les ſcies P qui ſont aux deux côtés du chaſſis; & qu'à meſure que la ſcie travaille les mains deſcendent en coulant au long de la verge MB.

Suivant la force de la puiſſance qui fait tourner l'arbre L, on peut luy appliquer pluſieurs triangles comme HIK qui feront mouvoir autant de chaſſis comme AB, leſquels feront marcher deux fois autant de ſcies.

Les roulettes qui ſont appliquées aux angles du triangle & qui facilitent le mouvement du chaſſis ſont d'un grand uſage à cauſe qu'elles ôtent le frottement qui ſe feroit contre les pieces GF s'il n'y avoit que les angles du triangle qui les rencontraſſent. Mais quoique ces roulettes ſoient appliquées à ces angles le mouvement ne laiſſe pas d'être inégal, & pour le rendre égal il faudroit que les faces des pieces GF qui ſont rencontrées par les roulettes fuſſent formées en ligne courbe, ce que j'ay démontré & expliqué fort au long dans mon traité des Epicycloïdes.

Voicy la maniere de tracer la courbure de la face des pieces GF.

Du point L pour centre & pour raïon LI égal à la diſtance qui eſt entre l'axe de l'arbe L de la machine & le centre de la roulette, aïant décrit le cercle IF, on tracera une portion de cycloïde IS ſur la ligne droite IQ qui touche le cercle en I & qui ſera la baſe de la cycloïde, le cercle IF étant le générateur, & le commencement de la cycloïde étant en I. Enſuite ſur tous les points de la cycloïde comme centre on décrira des cercles R qui ſeront égaux à la roulette, & l'on menera la ligne RR qui touchera tous ces cercles vers la convexité de la cycloïde. La ligne RR ſera la courbe qui convient à la face des pieces GF. On pourra prolonger cette ligne RR vers V en lui ajoûtant une portion de ligne droite juſqu'à l'endroit où elle eſt attachée dans la piece AM du chaſſis. Il faut remarquer que la roulette en travaillant doit s'appliquer dans la courbe RR de la même maniere que les cercles RR ſont placés, c'eſt-à-dire que les pieces GF doivent être recourbées vers le milieu du chaſſis.



Je ne rapporteray point icy la démonſtration du trait de cette courbe, à cauſe qu'elle ſeroit trop longue & qu'elle m'écarteroit par trop de mon ſujet.

PROPOSITION CXV.

CONSTRUCTION *d'une machine qui ſert à élever de l'eau, & dont le frottement n'eſt pas conſiderable.*

LMOI (*Voïez la Fig. ſuivante*) eſt une grande rouë faite de groſſes pieces de bois aſſemblées les unes avec les autres, laquelle eſt placée horizontalement. L'axe ou l'arbre AB de cette rouë eſt une groſſe piece de bois qui tourne ſur ſon pivot P qui eſt poſé ſur une crapaudine, &

qui eſt ſeulement entretenu par le haut avec une cheville de fer afin qu'il demeure toûjours bien à plomb ou vertical. Cette rouë eſt dentée ou ondée par le bord à la maniere des rouës de rencontre des horloges ordinaires, & elle n'a que cinq ondes comme OI qui agiſſent en paſſant par deſſus la roulette RS laquelle eſt mobile ſur ſon aiſſieu C. Cet aiſſieu tient au bras DC qui eſt auſſi mobile autour d'un aiſſieu D, & qui tient au ſecteur de cercle DEF enſorte qu'ils ne peuvent ſe mouvoir l'un ſans l'autre; l'aiſſieu D eſt arrêté ferme à quelque aſſemblage de bois.

Sur l'épaiſſeur de l'arc EF il y a une double chaîne platte HG qui eſt attachée vers le haut en E & qui porte deux anneaux à ſon extrémité d'embas pour ſoutenir l'anſe de fer ſur laquelle le piſton d'une pompe refoulante eſt arrêté.

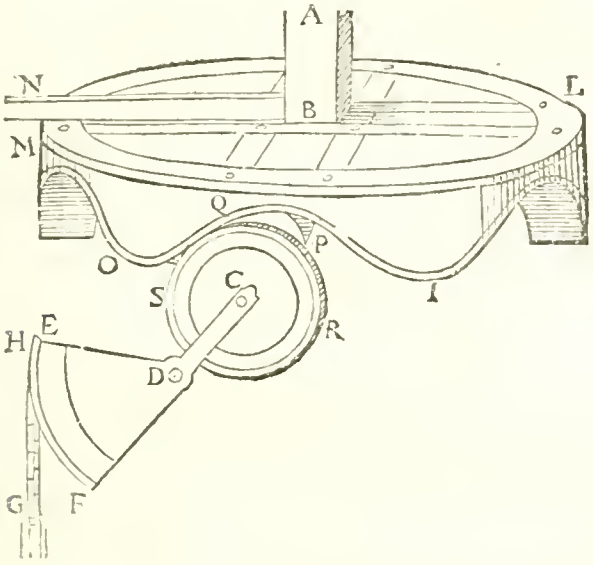
Le levier ou bras N qui ſert à faire mouvoir cette machine paſſe dans l'arbre en B & peut être arrêté ſi l'on veut à la rouë pour être plus ferme.

Il y a deux roulettes comme celle que je viens de décrire, leſquelles ſont oppoſées diametralement ſous la rouë & qui doivent toûjours agir alternativement. Car par la diſpoſition des roulettes lorſqu'il y en a une qui ſe trouve dans le fond ou dans le creux de l'onde, l'autre ſe trouvera ſur le haut.

Quand la rouë tourne de O en I la roulette deſcend en rencontrant la partie OQ de l'onde, & elle remonte dans l'autre partie. On ne doit conſiderer que cette partie OQ; car il n'y a qu'elle qui travaille pour faire baiſſer la roulette qui éleve le piſton de la pompe refoulante & qui ſoutient tout le poids de l'eau. Quand la roulette remonte dans l'autre partie de l'onde elle ne fait aucun effort contre la rouë, car elle s'applique ſeulement dans ſa courbure y étant pouſſée par la peſanteur du piſton, de ſon anſe & du ſecteur DEF qui l'élevent en retombant en bas par leur propre

propre poids qu'on peut rendre à peu près égal à celui de la roulette.

Il eſt facile à voir que la rouë ne fait ſon effort que par ſa peſanteur, enſorte que ſi elle eſt auſſi peſante que le poids de la colomne d'eau qu'on doit ſoutenir dans les corps de pompe, la diſtance des leviers étant compenſée, elle ne fera pas un frottement conſiderable ſur ſon pivot P : mais il faut obſerver qu'elle doit toûjours être plus



peſante afin qu'elle ne puiſſe pas ſortir hors de ſa crapaudine, & qu'elle demeure toujours dans la même diſpoſition à l'égard des deux roulettes.

On n'a mis que cinq ondes à cette rouë ; car le nombre doit toûjours en être impair, afin qu'il n'y ait qu'une des deux roulettes qui travaille à la fois, & que la puiſſance qui fait tourner la rouë, agiſſe par tout également & non par ſauts, comme il arrive à la plûpart des machines

qui n'ont qu'une ou deux rouës. C'eſt en cecy que conſiſte la principale adreſſe de la conſtruction des ondes & de la poſition des roulettes : car quoiqu'on obſerve exactement la regle qui ſert à donner la forme aux ondes, il faut encore avoir égard à la proportion de leur hauteur avec celle de leur longueur & avec les roulettes.

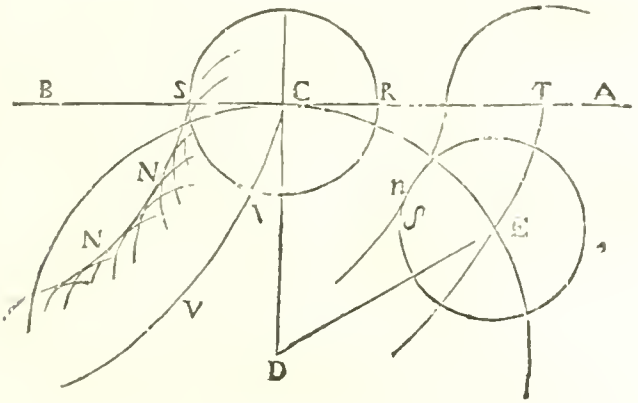
On doit remarquer qu'il n'eſt pas poſſible que la face des ondes de la rouë qui rencontre la roulette y travaille par tout à égale diſtance de l'axe de la rouë, à cauſe que le mouvement de la rouë eſt circulaire & horizontal, & que celui de la roulette eſt vertical & à plomb, ce qui peut cauſer quelque petit frottement.

Pour donner la figure qui convient aux ondes de la rouë, on les doit conſiderer comme ſi elles étoient dans le même plan que celui de la roulette, & quand on aura déterminé la figure, on la doit appliquer ſur la rouë à l'endroit où la roulette la rencontrera, en ſe ſervant d'un profil ou calibre taillé de la figure de l'onde.

Aïant donc déterminé le centre D du mouvement du bras DC de la roulette RS & la longueur DC de ce bras ; du centre D & pour raïon DC on décrira le cercle CE auquel on menera la ligne touchante ABC au point C. Sur la ligne BA pour baſe & pour cercle générateur CE on décrira la cycloïde CVV, & par tous les points VV comme centres on décrira les cercles N égaux chacun à celui de la roulette ; la ligne courbe SNN qui touche tous ces cercles ſera celle de la figure de l'onde.

Si la face de l'onde étoit en ligne droite ou de quelqu'autre figure que celle-cy, la rouë ne travailleroit pas également ſur la roulette, ce qui cauſeroit beaucoup de difficulté à la puiſſance qui meut la rouë. On doit ſeulement remarquer que l'on ne ſe ſert pas de la cycloïde entiere pour former l'onde ; mais qu'on n'en prend qu'une partie & qu'on doit toûjours la prendre de telle maniere

que lorſqu'une des roulettes ceſſe de travailler, il faut que l'autre commence auſſi-tôt, ce qui demande un peu de ſoin dans l'éxecution. Les petites roulettes auront toûjours dans cette machine plus d'avantage que les grandes, car elles vacilleront moins ſous la face de l'onde, & elles feront toûjours le même effet, qui eſt d'empêcher le frottement de l'extrémité C du bras DC contre la face de l'onde.



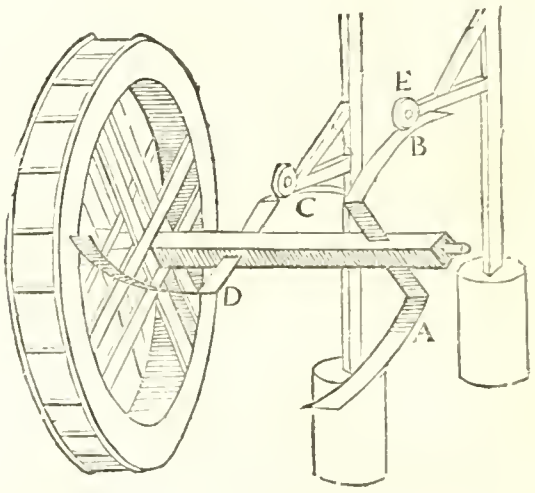
Pour ce qui eſt de la chaîne qui eſt attachée ſur l'arc du ſecteur de cercle, il eſt facile à voir qu'elle ne ſert qu'à faire élever le piſton toûjours à plomb, ce qui eſt fort utile dans ces ſortes de pompes : car ſi le piſton ne ſe mouvoit pas à plomb de haut en bas il frotteroit d'un côté & d'autre contre le corps de pompe, & il le gâteroit en très-peu de tems.

La démonſtration de la conſtruction de cette machine eſt démontrée dans mon traité des Epycicloïdes.

PROPOSITION CXVI.

CONSTRUCTION *des rouës dont les arbres ont des bras ou aîles qui ſervent à élever des piſtons, comme ſont celles des moulins à poudre, à papier, à foulon, à forge, &c.*

On repreſente ſeulement dans cette figure deux piſtons; mais on en peut mettre autant que la puiſſance qui eſt appliquée à la rouë en peut faire marcher. Il faut toûjours appliquer à l'arbre de la rouë deux aîles oppoſées comme AB&CD pour travailler ſur chaque piſton : car lorſqu'une



de ces aîles comme B aura quitté la roulette E du bras du piſton & qu'il eſt tombé, auſſi-tôt l'autre aîle A qui eſt oppoſée à B, doit commencer à le relever.

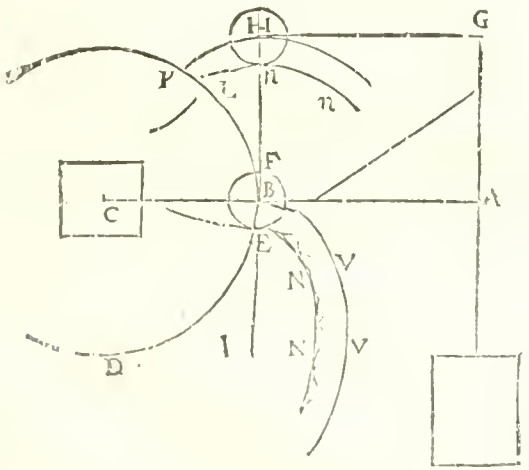
Il faut auſſi obſerver que s'il y a deux piſtons il faut que les aîles qui les font mouvoir ſoient diſpoſées alternative-

ment autour de l'arbre de la rouë, comme on le voit icy où l'arbre eſt à quatre pans à cauſe qu'il y a quatre aîles & deux piſtons, & où les aîles AB ſont appliquées aux faces oppoſées de l'arbre, & les deux autres CD aux deux autres faces. S'il y avoit trois piſtons & ſix aîles il faudroit tailler l'arbre à ſix pans; mais ſi il y en avoit huit au lieu de huit pans, on pourroit n'y en mettre que quatre & entremêler les aîles afin que les piſtons fuſſent élevés alternativement.

Il y a deux manieres pour faire que le mouvement des piſtons ſoit égal, quoiqu'on n'en repreſente qu'une dans la figure, mais on les expliquera toutes deux dans la conſtruction. Pour ce qui eſt de tout l'aſſemblage de charpente qui doit ſoutenir la rouë & entretenir les piſtons, on le laiſſe à l'induſtrie du Charpentier.

Premiere maniere.

Dans cette premiere maniere on donne la conſtruction



de la figure précédente où le bras du piſton eſt en ligne droite, ou comme on voudra, aïant une petite roulette à

ſon extrémité pour rendre ſon mouvement plus facile en roulant ſur les aîles courbes de l'arbre de la roüe.

Aïant mené la ligne droite BI & CB qui lui eſt perpendiculaire & égale à la diſtance depuis le centre de l'arbre de la roüe juſqu'au centre B de la roulette. Du point C pour centre & pour raïon CB on décrira le cercle BD qui ſera la baſe d'une ligne courbe BVV qu'on appelle Epicycloïde & qui eſt formée par l'extrémité B de la ligne droite BI en roulant ou s'appliquant ſucceſſivement à tous les points du cercle. Cette Epicycloïde VV étant tracée, par tous ſes points comme centres on décrira des cercles N égaux à la roulette du bras du piſton, & l'on menera la ligne courbe ENN qui touchera tous ces petits cercles, & qui ſera la figure de l'aîle qui doit élever le piſton.

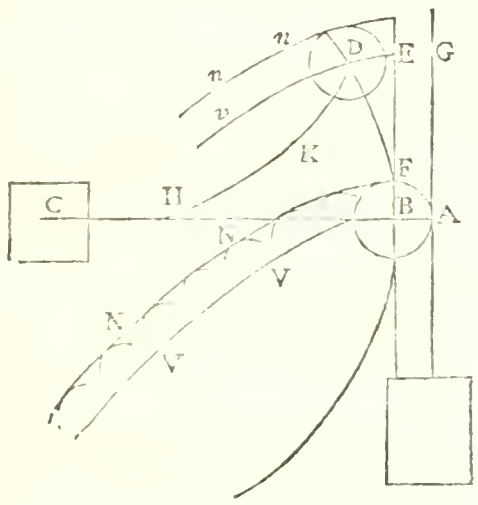
Puiſque la longueur AB du bras du piſton n'eſt point déterminée dans la conſtruction de la courbe ENN, il eſt évident qu'on peut le faire auſſi long qu'on voudra ſans qu'il arrive de changement à la courbure de l'aîle qui le fait mouvoir. On n'a point d'égard dans cette conſtruction aux frottemens qui s'y rencontrent comme à ceux du manche du piſton dans ſa couliſſe qu'on peut diminuer en appliquant deux petites roulettes à ce manche, comme on a fait à la piece de deſſous de l'aſſemblage de bois qui fait mouvoir des ſcies, ce qui eſt marqué dans la figure de la propoſition cent quatorziéme.

Seconde maniere.

Dans cette ſeconde maniere le bras du piſton eſt de figure courbe & la roulette eſt appliquée à l'extrémité de l'aîle de l'arbre. La figure de cette aîle n'eſt point déterminée, puiſque l'on n'a égard qu'à ſa longueur depuis l'axe de l'arbre juſqu'au centre de la roulette qui travaille ſur le bras du piſton; il faut ſeulement prendre garde que la fi-

gure comme CKD qu'on donne à cette aîle n'embarraſſe pas le mouvement du bras du piſton.

Soit donc AG le manche du piſton & le centre de l'arbre C ; aïant mené la perpendiculaire CA ſur AG, on marquera ſur CA le raïon AB de la roulette, & par le point B on tirera BE parallele à AG qui ſera la baſe d'une cycloïde BVV dont le cercle générateur aura BC pour



raïon. Si de tous les points V de cette cycloïde on décrit des cercles N égaux à celui de la roulette, la ligne courbe FNN qui touche tous ces cercles ſera la figure du bras courbe qu'on doit appliquer au manche du piſton GA.

On trouvera la démonſtration des deux differentes conſtructions de cette machine dans le traité des Epicycloïdes, comme celles des précédentes.

PROPOSITION CXVII.

ENTRE *les récréations Mathématiques il y a deux Problémes qu'on regarde ordinairement avec admiration. Le*

premier eſt qu'on peut rompre un bâton ſoutenu par ſes deux bouts ſur les bords de deux verres, ou ſeulement ſur deux fétus, en donnant un grand coup ſur le milieu du bâton, ſans que les verres ou les fétus ſe rompent.

Le ſecond eſt de faire ſoutenir un ſeau plein d'eau ſur un bâton qui paſſe dans l'anſe du ſeau, & qui eſt appuïé ſur le bord d'une table.

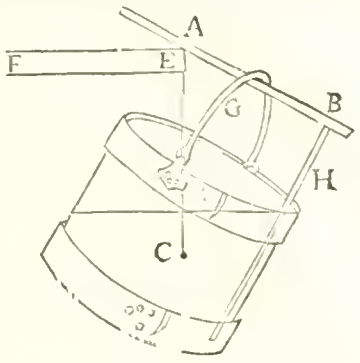
J'ay déja dit cy-devant que la violence du coup avec laquelle on frappe le bâton qu'on veut rompre, fait qu'il ſe romp pourveu qu'il ſoit aſſez ſec pour pouvoir ſe caſſer facilement, ſans faire aucune impreſſion conſiderable ſur les corps qui le ſoutiennent. Car on ne doit pas regarder ces corps comme les ſoutiens du bâton, mais l'air ſeulement qui ne peut être fendu avec autant de viteſſe par le bâton qui le rencontre dans toute ſa longueur, que par le corps qui frappe ſur le bâton pour le rompre. Et il arriveroit la même choſe ſi ce bâton étoit ſuſpendu en l'air avec un fil par l'un de ſes bouts & qu'on le frappât par le milieu; car on verroit qu'il ſe romproit en deux l'une des parties tombant au pied de l'endroit même où il étoit ſuſpendu, & l'autre partie demeurant preſque dans la même place ſans faire mouvoir le fil.

Il n'arriveroit pas la même choſe ſi le bâton qu'on veut rompre, n'étoit pas aſſés ſec pour ſe caſſer facilement; car quoiqu'il lui arrivât la même choſe qu'à celui qui ſe caſſe, le coup qui le feroit ploïer aſſés par le milieu pour le rompre, agiroit enſuite ſur les ſoutiens par l'impreſſion qu'il continueroit de donner au bâton qui ne ſeroit pas rompu, & par le reſſort du bâton dont les extrémités ſe redreſſeroient avec violence.

Pour ce qui eſt du ſeau plein d'eau la figure fait aſſés voir que le bâton AB qui eſt appuïé ſur le bord de la table FE en E, ne fait que comme un crochet qui ſoutiendroit

le

.e ſeau & qui ſeroit appuïé par ſon extrémité ſur le bord de la table. Car le bâton AB qui paſſe dans l'anſe du ſeau G eſt ſoutenu par ſon extrémité B avec un autre bâton H qui s'appuïe ſur le fond du ſeau, enſorte que l'on doit conſiderer le ſeau avec les deux bâtons AB & H comme un ſeul corps, qui étant vuide entre l'anſe G & la partie A du bâton peut être ſoutenu ſur cette partie A comme ſur un crochet : mais alors il faudra que le centre C de gravité du ſeau rempli d'eau avec l'anſe & les bâtons ſe trouve dans la direction des poids EC qui paſſe par le point E de la table où le bâton AB eſt appuïé.



PROPOSITION CXVIII.

DE *la maniere dont ſe fait la percuſſion.*

J'ay examiné dans la propoſition quatre-vingt-dixiéme de quelle maniere la percuſſion faiſoit un effort ſur les corps, il me reſte donc ſeulement icy à expliquer comment les corps peſans étant mis en mouvement font leur effort en rencontrant un autre corps.

On conſidere ordinairement dans le mouvement des corps de deux ſortes de viteſſe, l'une uniforme dans laquelle le corps parcourt des eſpaces égaux en des tems égaux, & l'autre accelerée ou diminuée dans une certaine proportion; & l'on a déterminé que les corps qui tombent par leur propre peſanteur dans l'air dont on ne conſidere point la reſiſtance, augmentent leur viteſſe dans la raiſon des tems : mais que les eſpaces parcourus

dans ces mêmes tems ſont en raiſon des quarrés des tems. Par exemple ſi un corps comme une bale de plomb a acquis un certain dégré de viteſſe à la fin de la premiere ſeconde de tems après qu'elle a commencé à tomber, à la fin de la deuxiéme ſeconde elle aura deux dégrés de viteſſe, à la fin de la troiſiéme ſeconde elle en aura trois, à la fin de la quatriéme quatre, & ainſi de ſuite : mais ſi dans le tems de la premiere ſeconde la bale de plomb a parcouru un eſpace de 15 pieds, dans le tems de deux ſecondes elle en parcourra 60, dans trois ſecondes elle en parcourra 135, dans quatre ſecondes elle en parcourra 240, & ainſi de ſuite; ces nombres 15, 60, 135 & 240 étant entr'eux comme les quarrés 1, 4, 9, 16 des tems ou des viteſſes que la bale auroit à la fin de chaque tems. Et par conſequent les eſpaces parcourus s'augmentent en tems égaux dans la raiſon des nombres impairs de ſuite 3, 5, 7, 9, &c. ce qui eſt une proprieté des nombres quarrés.

On ſuppoſe dans cette regle que le milieu liquide n'empêche point le mouvement du corps, & les experiences qu'on en peut faire ſeront d'autant plus conformes à la regle que le corps ſera plus peſant à proportion du milieu, comme ſi on laiſſe tomber une bale de plomb dans l'air; mais il y auroit une très-grande difference ſi on la laiſſoit tomber dans l'eau; de même que ſi l'on faiſoit tomber dans l'air une bale de bois fort leger, ou de carton vuide par dedans.

Pour ce qui eſt du mouvement du corps qui eſt pouſſé de bas en haut, il ſuit les mêmes proportions dans la diminution des eſpaces qu'il parcourt en montant, que celles de celui qui deſcend ou qui tombe, mais qui vont au contraire en augmentant.

On conſidere auſſi de deux eſpeces de corps dont les uns ont du reſſort, & les autres n'en ont point.

La quantité de mouvement d'un corps dans un certain

état eſt le produit de la multiplication de ſa peſanteur abſoluë par les dégrés de viteſſe qu'il a dans cet état. Comme ſi un corps en rencontrant un autre peſe 6 livres & qu'il ait quatre dégrés de viteſſe, on dit que la quantité de mouvement de ce corps eſt 24.

On peut au lieu de la viteſſe ſubſtituer l'eſpace que ce corps eſt en état de parcourir d'un mouvement uniforme dans le même tems : ce qui revient à la même choſe.

DE LA COMMUNICATION DU Mouvement dans la percuſſion.

SI deux corps égaux en peſanteur qui n'ont point de reſſort ſe rencontrent directement en allant l'un contre l'autre avec une égale quantité de mouvement, ils s'arrêteront dans l'endroit où ils ſe ſeront rencontrés.

Cette propoſition eſt évidente, car les mouvemens ſe détruiſent entierement de part & d'autre en ſe rencontrant.

Mais ſi les corps égaux en peſanteur ont du reſſort ils retourneront en arriere avec la même viteſſe avec laquelle ils ſe ſeront rencontrés. Car les reſſorts de ces deux corps ſe bandant également ils retournent en arriere par la détente du reſſort avec la même viteſſe qu'ils avoient en ſe rencontrant. On n'a point d'égard aux differens volumes de ces corps ni à leurs figures qui empêchent plus ou moins qu'elles ne puiſſent ſe mouvoir dans l'air, où l'on ſuppoſe que ſe fait le mouvement.

Si les deux corps ſans reſſort ſoit qu'ils ſoient égaux ou inégaux n'ont pas une égale quantité de mouvement, le plus foible fera perdre au plus fort une quantité égale à celle qu'il a ; & ils continueront à ſe mouvoir avec la quantité de mouvement qui reſte au plus fort, qui eſt la difference des deux quantités : mais le plus fort pert

encore une partie de cette difference en la partageant avec le plus foible.

Car puiſque ces corps ſont ſans reſſort, le mouvement du plus foible en doit détruire une pareille quantité dans le plus fort, comme ſi l'un a 12 parties de mouvement & l'autre 8, il eſt évident que celui qui en a 8 en détruira 8 parties dans le plus fort, il ne lui en reſtera donc plus que quatre ; c'eſt pourquoi il doit continuer à ſe mouvoir du même ſens qu'auparavant, & il doit emporter le plus foible avec lui ; mais alors ils doivent partager entr'eux ſuivant leur poids, les quatre parties de mouvement qu'ils ont, enſorte que ſi la peſanteur abſoluë du plus fort étoit de 3 livres, & celle du plus foible de 1 livre, le plus fort en aura trois parties, & l'autre une ; & par conſequent ils n'auront chacun qu'un dégré de viteſſe qui leur ſera commun puiſqu'ils vont enſemble, au lieu que ſi le plus foible avoit été anéanti au moment de la rencontre il ſeroit reſté $\frac{4}{3}$ de dégré de viteſſe au plus fort, car il auroit fallu diviſer les quatre parties de quantité de mouvement qui lui ſeroient reſtées par trois livres.

Ce qu'on vient d'expliquer dans les corps ſans reſſort ſur les mouvemens directs & oppoſés directement, ſe doit entendre de même des mouvemens differens d'un même côté. Ce ſera auſſi la même maniere de raiſonner ſi l'un des corps eſt ſans mouvement, comme ſi un corps de 2 livres en repos eſt frappé par un corps de 3 livres avec deux dégrés de viteſſe, c'eſt-à-dire qui a 6 parties de quantité de mouvement, la même quantité de mouvement demeurant encore à ces deux corps enſemble, mais étant diviſée par la ſomme de leurs peſanteurs qui eſt 5, ils n'auront plus que $\frac{6}{5}$ parties de dégré de viteſſe commune.

Mais ſi les corps ont du reſſort & qu'ils n'aïent pas une même quantité de mouvement en ſe rencontrant directement, il y aura pluſieurs remarques à faire qui dépendent

de l'égalité ou de l'inégalité de la peſanteur de ces corps.

1°. Si les corps ſont égaux il eſt évident que l'inégalité de leur mouvement doit venir ſeulement de l'inégalité de leur viteſſe ; c'eſt pourquoi en ſe rencontrant la viteſſe inégale & le reſſort doivent ſe mêler enſemble, & il les faut bien diſtinguer pour rendre raiſon de leurs mouvemens. Comme ſi deux bales d'ivoire qui ſont égales ſe rencontrent & que l'une ſoit en repos & l'autre en mouvement avec deux dégrés de viteſſe, celle qui eſt en mouvement s'arrêtera tout court, au contraire celle qui étoit en repos prendra tout le mouvement de l'autre & ira avec une viteſſe de deux dégrés.

Car lorſque les deux bales commencent à ſe rencontrer elles ſuivent les loix des corps ſans reſſort juſqu'à ce que leur reſſort ſoit tout-à-fait bandé, & par conſequent depuis le commencement de leur rencontre elles vont enſemble avec un dégré de viteſſe chacune ; mais quand leur reſſort eſt tout-à-fait bandé, elle ſe ſéparent pour aller chacune de leur côté avec un dégré de viteſſe par la force du reſſort : c'eſt pourquoi celle qui étoit d'abord en mouvement, & à qui il ne reſtoit qu'un dégré de viteſſe pour s'avancer, doit s'arrêter tout court en voulant reculer avec la même viteſſe d'un dégré, à cauſe que ſes deux mouvemens ſont oppoſés ; mais l'autre acquerant un nouveau dégré de viteſſe par le reſſort doit aller du même côté avec deux dégrés de viteſſe, enſorte qu'il ſemble que toute la viteſſe de celle qui étoit en mouvement ſoit paſſée dans celle qui étoit en repos.

Mais ſi les deux bales ſont égales & qu'elles aillent en ſens contraire avec des viteſſes inégales, elles permutteront leurs viteſſes après le choc, comme ſi l'une avoit trois dégrés de viteſſe ; & que l'autre n'en eut qu'un, celle qui n'en avoit qu'un en aura trois, & celle qui en avoit trois n'en aura plus qu'un. Car quand elles commencent à

ſe rencontrer elles vont enſemble un peu de tems avec deux dégrés de viteſſe, qui eſt la difference de leurs viteſſes par les loix des corps ſans reſſort, mais leur reſſort étant bandé en ſe heurtant l'une contre l'autre avec la ſomme de leurs viteſſes, elles ſe ſéparent avec la moitié de cette ſomme qui eſt de deux dégrés; c'eſt pourquoi celle qui en avoit trois n'en aïant plus qu'un avant que le reſſort ſoit bandé, & après en prenant deux dans un ſens oppoſé, il ne lui en reſte plus qu'un dans ce même ſens; au contraire celle qui en avoit un en recevant encore deux du même ſens en doit avoir trois.

Cela doit toûjours arriver de la même maniere. Car ſi deux nombres ſont inégaux, la moitié de leur ſomme moins la moitié de leur difference ſera toûjours égale au moindre des deux, & la moitié de leur ſomme plus la moitié de leur difference ſera égale au plus grand des deux.

2°. Si les bales ſont inégales & que leurs viteſſes ſoient égales, comme ſi la bale A étoit de trois onces & la bale B d'une once, & qu'elles euſſent chacune 6 dégrés de viteſſe, la quantité de mouvement de la bale A ſeroit 18, & celle de la bale B ſeroit 6. Mais par les loix des corps ſans reſſort, lorſque les bales commencent à ſe rencontrer il ne leur reſte plus enſemble que 12 dégrés de mouvement & trois dégrés de viteſſe. Mais auſſi quand le reſſort des bales eſt bandé elles doivent ſe ſéparer en partageant la ſomme de leur viteſſe qui ſera 12 dégrés, dans la raiſon reciproque de leurs poids, la bale A en aura donc 3 & l'autre 9. Mais la bale A doit s'arrêter à cauſe de ſes viteſſes égales en ſens contraire; & la bale B doit en avoir 2 dégrés.

On trouvera de la même maniere que ſi la bale A peſe plus du triple de la bale B, elles iront du même ſens après le choc; au contraire ſi elle peſe moins, elles ſe reflechi-

ront en ſens contraire. Il y a pluſieurs cas qu'on pourra examiner par les mêmes regles comme ſi l'une des bales étoit en repos quand elle eſt choquée par l'autre, ou ſi elles étoient en peſanteur reciproque de leurs viteſſes. Ce ſera auſſi la même choſe ſi les bales ſe rencontrent en allant du même côté, & ſi elles ſont inégales en poids & en viteſſes.

Remarque.

Dans la troiſiéme édition du traité de la Percuſſion, page 136. M. Mariotte avertit que l'on connoîtra facilement par experience la fauſſeté de l'hypothéſe de ceux qui tiennent que les corps inégaux mis en reſſort prennent par ſa force des quantités de mouvement, ſelon la raiſon reciproque de leurs poids. *Mais il me ſemble qu'ils ont eu raiſon d'avancer cette propoſition puiſqu'elle ſert à prouver l'experience comme a fait M. Mariotte : mais il faut ajoûter à ce mouvement celui que les corps prennent avant que le reſſort ſoit entierement bandé.*

On peut donc tirer de la démonſtration précédente une regle générale pour toutes ſortes de corps qui ſe rencontrent avec quelque viteſſe on voudra.

Regle générale.

1°. On prendra la difference des quantités de mouvement des deux corps, laquelle on diviſera par la ſomme de leurs poids, le quotient ſera les dégrés de viteſſe commune des deux corps.

2°. On diviſera la ſomme des dégrés de viteſſe qu'ils ont d'abord dans la raiſon des poids, & chaque partie priſe reciproquement ſera pour chaque corps la viteſſe qu'il acquiert par le reſſort.

3°. La ſomme ou la difference de ces viteſſes ſera la viteſſe des corps.

La ſomme ſera pour celui qui avoit d'abord une moindre quantité de mouvement, & la difference ſera pour celui qui en avoit une plus grande ; & ſi la viteſſe commune dans ce corps eſt plus grande que ſa viteſſe de reſſort, il ira encore du même côté qu'il alloit auparavant, ſi elle eſt moindre il ira en ſens contraire, & ſi elle eſt égale il demeurera ſans ſe mouvoir.

Exemple.

Soient deux corps A & B dont A peſe 3 onces, & B 2. Mais A ſe meut avec 3 dégrés de viteſſe contre B qui en a 4.

1°. La quantité de mouvement de A ſera 9 produit de 3 de peſanteur par 3 de viteſſe, & la quantité de mouvement de B ſera 8 produit de 2 par 4; donc la difference de ces mouvemens ſera 1 qui étant diviſé par 5 ſomme de poids ſera $\frac{1}{5}$ de dégré de viteſſe commune pour ces deux corps.

2°. La ſomme 7 des dégrés de viteſſe étant diviſée dans la raiſon des poids ſera $\frac{21}{5}$ & $\frac{14}{5}$ de dégré de viteſſe, & étant pris reciproquement $\frac{14}{5}$ ſeront pour A & $\frac{21}{5}$ pour B pour la viteſſe du reſſort.

3°. Puiſque A a une plus grande quantité de mouvement que B, il faut prendre la difference de $\frac{1}{5}$ viteſſe commune & $\frac{14}{5}$ viteſſe de reſſort; il reſtera donc à A $\frac{13}{5}$ de dégré de viteſſe de reſſort ou 2 dégrés $\frac{3}{5}$ de viteſſe en ſens contraire à celle qu'il avoit d'abord. Mais B doit avoir la ſomme de ſes deux viteſſes qui ſera $\frac{21}{5}$ ou bien 4 dégrés $\frac{1}{5}$.

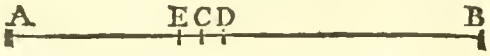
M. *Mariotte* donne la maniere de trouver ces viteſſes par les diviſions d'une ligne, dans la propoſition dix-neuviéme de la percuſſion.

Il poſe une ligne AB qui eſt diviſée au point C dans la raiſon reciproque des poids des deux corps, qui ſera dans l'exemple précédent AC à CB comme 2 à 3, ou comme 14 à 21, la ligne AB aïant 35 parties.

Enſuite

Enſuite il y fait prendre le point D enſorte que AD repreſente la viteſſe & la direction du corps A avant le choc, & BD celle du corps B; les viteſſes étant ſuppoſées uniformes, ce qui ſera dans notre exemple AD à DB comme 3 à 4, ou bien comme 15 à 20.

Enfin il prend CE égale à CD, & il dit, que la ligne AE ſera la viteſſe du corps A ſelon la direction de E vers A, & EB la viteſſe du corps B ſelon la direction de E vers



B après le choc en D. On aura donc dans notre exemple CD égale à $\frac{1}{11}$; & par conſequent AE ſera égale à $\frac{13}{11}$ de AB, & EB égale à $\frac{12}{11}$ de la même AB. Mais toute la ligne AB repreſentant les 7 dégrés de viteſſe des corps, chaque dégré vaudra 5 de ces mêmes parties; & par conſequent la viteſſe du poids A ſera de $\frac{13}{5}$ de dégré, & celle du poids B de $\frac{12}{5}$ comme on l'avoit déterminé.

C'eſt auſſi par ces mêmes raiſons qu'on démontre ce qui arrive à un grand anneau de fer ou à un cerceau qui eſt ſuſpendu horizontalement par trois ou quatre fils. Car ſi on le frappe fortement en quelqu'endroit, la partie oppoſée diametralement à celle qui eſt frappée ne s'avance pas ſelon la direction du corps qui frappe; mais elle s'approche au contraire vers le centre du cercle. L'experience le fait voir en ſuſpendant une petite bale au dedans du cercle à ſa même hauteur, & à la diſtance de 2 ou 3 lignes. Car lorſqu'on frappera le cercle à l'endroit oppoſé à celui où eſt ſuſpendu la petite bale, & que le coup devroit écarter le cercle de la bale, on voit au contraire que le cercle revient contre la bale, & qu'il la choque fortement en la faiſant avancer du côté d'où vient le coup.

Il eſt certain que le cercle s'applatit & même ſe courbe

en ſens contraire à l'endroit où il eſt frappé, parce que les parties qui ſont à côté ne peuvent pas s'avancer avec la même viteſſe que celles qui ſont frappées, l'air leur faiſant reſiſtance, comme je l'ay expliqué dans la quatre-vingt-dixiéme propoſition; & la figure devenant alors irreguliere doit s'allonger par la vertu de ſon reſſort, & faire rapprocher la partie oppoſée à celle qui eſt frappée.

On explique auſſi par le même moïen ce qui arrive à des bales ou dames d'ivoire qui ſont rangées ſur une même ligne lorſqu'on vient à les choquer directement avec une ou pluſieurs autres de la même nature & égales, & diſpoſées ſuivant la même direction. Car ſi elles ſont un peu éloignées les unes des autres, & qu'il n'y en ait qu'une qui les choque, elle s'arrêtera tout court contre celles qui ſont en repos, & la derniere ſeulement s'écartera des autres avec la même viteſſe que celle qui les a frappées; ſi il y en a deux elles s'arrêteront auſſi contre les autres, & les deux dernieres s'en écarteront avec la viteſſe de celles qui ont frappé; & ainſi de même dans quel nombre on voudra.

On a démontré cy-devant que s'il y a deux bales à reſſort comme A & B dont B qu'on poſe immobile eſt frappée par A, la bale A doit s'arrêter tout court & elle communique tout ſon mouvement à la bale B. Mais la bale B qui a pour lors la même quantité de mouvement qu'avoit auparavant la bale A, fait la même choſe ſur la bale C en la rencontrant, & ainſi de ſuite juſqu'à la derniere F qui reçoit tout le mouvement de la premiere par le moïen de toutes les autres, & comme elle n'eſt point arrêtée elle doit ſe mouvoir avec la viteſſe qu'avoit la premiere avant le choc.

On voit par cette démonſtration que l'effort ne répondroit pas exactement à ce qu'on a propoſé, ſi les bales n'étoient éloignées d'une diſtance égale à celle qu'elles doivent parcourir après leur rencontre avant que leur reſſort ſoit entierement bandé. Car ſi les deux bales A & B qui

vont enſemble après leur rencontre, en choquent une troiſiéme C avant que leur reſſort ſoit entierement bandé, elles lui communiqueront une partie de leur mouvement ſuivant les loix des corps ſans reſſort, & ſon reſſort commençant auſſi à ſe bander en allant avec les autres, & faiſant auſſi bander celui de la bale B à l'endroit où elle la touche, elle empêchera que le reſſort des deux bales A & B dans l'endroit où elles ſe touchent n'acheve de ſe bander comme il avoit commencé, ce qui apportera du changement à la regle qu'on vient de donner; car la balle A. doit retourner en arriere, & la bale C ne prendra pas toute la viteſſe de la bale A.

C'eſt auſſi ce qui doit arriver quand toutes les bales ſe touchent immediatement; car alors on doit conſiderer le reſſort de toutes ces bales comme un reſſort continu; & lorſque la bale A vient à les rencontrer, elle doit leur communiquer à toutes ſon mouvement, enſorte que s'il y a 6 bales comme dans cet exemple, il ne doit pas reſter à la bale A qui marche avec les autres, que la ſixiéme partie de la viteſſe qu'elle avoit d'abord ſuivant les loix des corps ſans reſſort: mais quand le reſſort de toutes les bales ſera bandé, les deux extrêmes A & F ſeront repouſſées par celles du milieu & par leur propre reſſort comme ſi elles étoient toutes ſeules; la bale A doit donc retourner en arriere avec la moitié de la viteſſe qu'elle avoit d'abord, & la bale F avec l'autre moitié. Mais la bale A n'aïant que la ſixiéme partie de la viteſſe qu'elle avoit d'abord pour s'avancer, elle doit retourner en arriere avec le tiers de la viteſſe qu'elle avoit d'abord; & la bale F ajoûtant une ſixiéme partie avec la moitié aura les deux tiers de celle que la bale

A avoit d'abord. On démontrera la même choſe ſi il y a pluſieurs bales enſemble qui choquent celles qui ſont en repos, car leur reſſort ne doit ſe bander que ſucceſſivement & par le retour de celles qui choquent d'abord.

On ſuppoſe dans cette démonſtration que les bales ſont d'un reſſort parfait, & que ce reſſort par ſa détente peut rendre aux bales tout le mouvement qu'elles avoient avant qu'elles ſe rencontraſſent, ce qui n'eſt pas dans les corps dont on peut ſe ſervir pour faire les experiences; c'eſt pourquoi elles ſeront toûjours un peu differentes de cette regle en ce que le mouvement des bales ſuivra en partie les loix des corps ſans reſſort.

Si l'on faiſoit les experiences avec des anneaux ou cercles, elles s'accorderoient bien plus juſtement avec les régles qu'on a données, à cauſe de leur grand reſſort qui les fait changer de figure, comme on a expliqué, ce qui ne ſemble pas être de même dans des bales ou dans des dames d'ivoire, dont la figure ne change que dans l'endroit qui eſt frappé, où ſe bande le reſſort des particules de l'air qui y ſont renfermées.

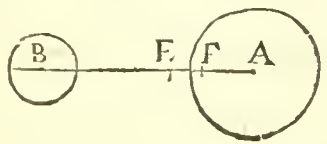
DU MOUVEMENT DES CENTRES de gravité des corps qui ſont en mouvement.

LOrſque deux bales ſont en mouvement toutes deux ou une ſeulement & qu'elles ſe rencontrent, leur centre commun de gravité ſe meut de la même viteſſe uniforme après le choc, qu'avant le choc.

Si les deux bales A & B ſont ſans reſſort, & que la balle A ſoit de 3 onces avec un dégré de viteſſe, & la bale B de 2 onces avec 3 dégrés de viteſſe oppoſée à la premiere; il eſt premierement évident que ſi l'on diviſe la diſtance AB qui eſt entre leurs centres dans la raiſon reciproque de leurs poids au point E, c'eſt-à-dire EA à EB comme 2 à 3, le

point E ſera le centre de gravité commun de ces deux balles dans la poſition A & B. Mais auſſi à cauſe de leurs viteſſes differentes la bale B parcourant toûjours un eſpace triple de celui que parcourt la bale A, ſi les deux centres peuvent ſe joindre ils le feront au point F qui diviſe AB dans la raiſon directe des viteſſes, c'eſt-à-dire que AF ſera le quart de AB; & par conſequent le centre de ces deux balles ſera parvenu au même point F, enſorte que EF ſera les $\frac{3}{20}$ de AB.

Maintenant par la regle des mouvemens des corps ſans reſſort, puiſque le corps A n'a que 3 parties de mouvement, & que le corps B en a 6, la quantité de mouvement qui reſte à ces deux corps joints enſemble ſera 3 parties, qui étant diviſées par la ſomme 5 de leurs peſanteurs donneront $\frac{3}{5}$ de dégré de viteſſe pour les deux corps joints en-

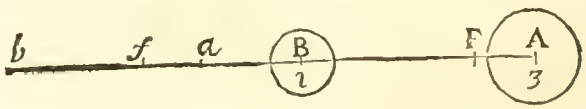


ſemble qui iront ſelon le mouvement du corps B. Mais puiſque le corps B n'a plus que $\frac{1}{5}$ partie du mouvement qu'il avoit depuis qu'il s'eſt joint au corps A, il ne parcourra dans un même tems que $\frac{1}{5}$ partie de l'eſpace qu'il parcouroit, c'eſt-à-dire dans un tems égal à celui où il a parcouru l'eſpace BF qui eſt de $\frac{1}{4}$ de AB; il n'en parcourra que $\frac{1}{5}$ ou bien les $\frac{3}{20}$ de AB. Mais alors le centre de gravité commun des deux corps eſt joint avec ce corps, le centre de gravité commun parcourra donc un eſpace égal à EF qui eſt des $\frac{3}{20}$ de AB dans le même tems qu'il a parcouru EF; & par conſequent la viteſſe du centre commun de gravité des corps eſt uniforme devant & après le choc ou la rencontre des corps.

Si les corps ont du reſſort, & que la bale A peſe par

exemple 3 onces avec 4 dégrés de viteſſe, & la bale B une once & qu'elle ſoit en repos, & ſi la diſtance AB eſt de 4 pieds, leur centre commun de gravité dans cet état ſera au point F, qui eſt éloigné du point A de la diſtance d'un pied; & par conſequent quand la bale A rencontrera la bale B, ſuppoſant que les centres ſe joignent, le centre de gravité F aura parcouru l'eſpace FB de trois pieds.

Mais par la regle générale après la rencontre de ces corps la bale B aura 6 dégrés de viteſſe, & la bale A n'en aura que 2 du même ſens qu'elle alloit d'abord; & parce que dans un tems égal à celui qui a précédé le choc, la bale A s'avance ſeulement de deux pieds après le choc juſqu'en *a*, à cauſe qu'elle n'a plus que la moitié de la viteſſe qu'elle avoit auparavant, & que la bale A dans le même tems aura parcouru 6 pieds juſqu'en *b* leur centre de gra-



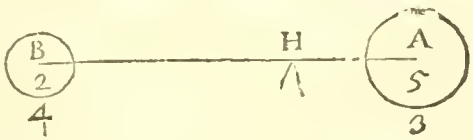
vité commun ſera en *f* à la diſtance d'un pied du point *a*, il y aura donc 3 pieds depuis B juſqu'en *f* ce qui eſt égal à BF, & par conſequent le centre de gravité des deux bales a fait dans le même tems autant de chemin après le choc qu'avant le choc. Ce ſera la même choſe pour toutes ſortes de cas.

On expliquera de la même maniere qu'on a fait cy-devant, ce qui doit arriver aux bales qui ſe choquent obliquement, en compoſant leur mouvement de deux autres l'un ſoit parallele au plan qui touche les bales dans le point où elles ſe rencontrent, & l'autre lui ſoit perpendiculaire. Car par ce moïen on peut conſiderer les bales comme ſi elles ſe choquoient directement avec un des mouvemens qui compoſent celui qui eſt donné, & avec la viteſſe propre à ce mouvement laquelle eſt déterminée par la per-

pendiculaire qui eſt le mouvement direct par rapport à la ligne oblique qui eſt le mouvement ou la viteſſe propoſée.

DE L'EFFORT DE LA PERCUSSION de deux poids contre les bras d'un levier.

LOrſque deux poids A & B qui ſont en mouvement, rencontrent en même-tems les extrémités AB d'un levier dont l'appui eſt en H; ces poids demeureront en équilibre ſi la quantité de leur mouvement étant multipliées par la longueur des bras auſquels ils ſont appliqués, donnent des produits égaux; ou ce qui eſt la même choſe ſi la longueur des bras HA, HB eſt en raiſon reciproque de la quantité de mouvement des poids.



Soit le poids A de 5 livres avec trois dégrés de viteſſe, & le poids B de 2 livres avec quatre dégrés de viteſſe, & que les centres de ces poids choquent dans le même inſtant les extrémités A & B des bras du levier HA, HB. Le poids A aura donc 15 parties de mouvement & le poids B en aura 8, qui ſont les produits des viteſſes par les poids. Mais comme on peut faire une même quantité de mouvement avec differens poids & differentes viteſſes, ſi l'on diviſe la quantité de mouvement des poids par une même viteſſe, qui pourra être celle de l'un des deux, comme icy 4, ou une indéfiniment petite, on reduira ces poids à deux autres qui avec leur viteſſe commune feront le même effort ſur les extrémités du levier, puiſqu'ils auront une même quantité de mouvement. Comme la quantité de mou-

vement du poids A qui eſt de 15 étant diviſée par 4 dégrés de viteſſe, donnera le poids de $3\frac{3}{4}$, & celle du poids B qui eſt 8 donnera 2. Mais ces deux poids avec des viteſſes égales & indéfiniment petites peuvent être conſiderés comme en repos, qui eſt l'état des poids qui ſont diſpoſés à ſe mouvoir avec des viteſſes égales; & ces poids étant alors dans la raiſon de la quantité de mouvement qu'ils avoient, il faudra diviſer la longueur du levier AB en H, enſorte que AH ſoit à BH reciproquement comme la quantité des poids pour les mettre en équilibre entr'eux. Mais comme les produits des quantités reciproques priſes d'un même côté, doivent être égaux, on aura dans l'équilibre des poids qui choquent les extrémités des bras d'un levier des produits égaux des poids, de leurs viteſſes & de la longueur des bras du levier qu'ils rencontrent: ce qu'il falloit démontrer.

Il ſera facile ſur cette démonſtration de reſoudre les trois problêmes ſuivans.

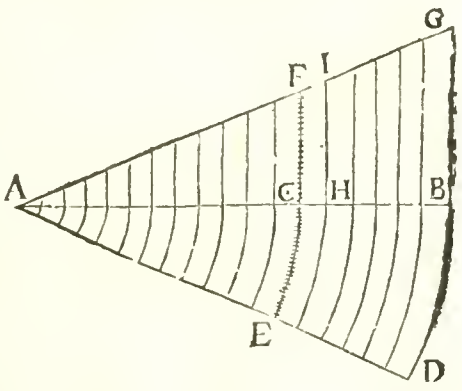
I. Les poids & la longueur des bras du levier qu'ils choquent étant donnés, trouver la proportion des viteſſes qu'ils doivent avoir pour faire équilibre.

II. Les poids & leurs viteſſes étant données, trouver les parties du levier, ou bien déterminer l'appui.

III. Les viteſſes & les longueurs des bras du levier étant données déterminer les poids, car ſi l'on fait un produit des choſes qui ſont données de chaque côté, il faudra que celles qu'on doit trouver ſoient dans la même raiſon, mais qu'elles ſoient priſes reciproquement. C'eſt pourquoi s'il n'y a rien de déterminé dans ce qu'on doit trouver, on le pourra prendre ſeulement dans cette même raiſon: mais ſi la ſomme où l'une de ces choſes eſt donnée, il la faudra diviſer, ou lui trouver une quatriéme proportionnelle dans la même raiſon.

DE LA PERCUSSION DES CORPS qui ſe meuvent autour d'un point fixe.

LEs corps qui ſe meuvent autour d'un point fixe, comme ſont les pendules, ont un mouvement compoſé de celui de toutes leurs parties, par les diſtances de ces parties juſqu'au point fixe qui eſt le centre du mouvement. C'eſt pourquoi aïant déterminé la quantité de mouvement de toutes les parties du corps, il en faudra chercher le centre de gravité, lequel ſera néceſſairement le centre de percuſſion, puiſque les quantités de mouvement des parties d'un côté & d'autre de ce centre demeureront en équilibre ſur ce point.



Si l'on propoſe de trouver le centre de percuſſion d'une ligne droite AB que l'on regarde comme également peſante dans toutes ſes parties, laquelle ſe meut autour de ſon extrémité A, il n'y aura qu'à diviſer le triangle ABG par la ligne CF parallele à BG, & qui paſſe par le centre de gravité, & le point C donnera le centre de percuſſion de la ligne AB, car les quantités de mouvement de toutes les parties de la ligne étant repreſentées par les arcs du ſecteur de cercle ABD, ou par les paralleles à BG dans le triangle ABG, les produits faits de toutes les quantités de mouvement des parties de la ligne ou des parties du triangle par leurs diſtances au point C ſeront égaux d'un côté & d'autre du point C qui ſera le centre de percuſſion de

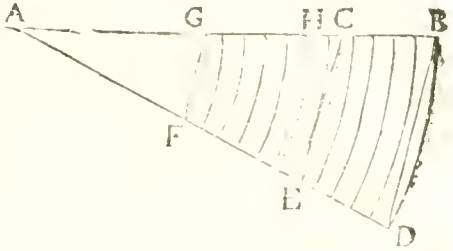
toutes ces parties conſiderées comme des poids par la précédente démonſtration.

Mais ſi la ligne AH eſt le côté d'un quarré dont AB eſt la diagonale, le point H ſera le centre de mouvement de la ligne, puiſque la ligne HI parallele à BG diviſe en deux également toutes les quantités de mouvement des parties de la ligne AB.

Ce ſera auſſi la même choſe s'il n'y a que la partie GB de la ligne AB qui ſoit peſante : car le problême ſe reduit à trouver le point C enſorte que la ligne CE qui paſſe par le centre de gravité de la portion GBFD du triangle ABD dont les parties ſont ſemblables à celles du ſecteur qui repreſentent les quantités de mouvement des parties de la ligne, ſoit parallele à ſa baſe BD. Et ſi AH eſt la racine d'un quarré égal à la moitié des deux quarrés de AB & de AG, le point C ſera le centre de mouvement des parties de la ligne GB.

Mais ſi ſur la ligne AB il y a deux points peſants B & G & qu'on en cherche le centre de percuſſion C, ce problême ſe reduit à ce qui a été dit cy-devant : car la viteſſe du poids B étant déterminée par BD, & celle du poids G par GF, qui ſont entr'elles en même raiſon que les lignes AB, AG, ſi l'on multiplie le poids B par AB & le poids G par AG, & qu'on diviſe GB au point C dans la raiſon reciproque de ces produits qui ſont les quantités de mouvement de ces poids, le point C ſera le centre de percuſſion des deux poids. S'il y avoit pluſieurs poids ſur la même ligne ce ſeroit toûjours la même choſe ; car il n'y auroit qu'à prendre le centre de gravité de toutes les quantités de mouvement de ces poids, leſquelles ſeroient conſiderées comme des poids, & ce centre ſeroit celui de percuſſion, puiſque tous ces poids avec leurs viteſſes demeureroient en équilibre ſur ce centre en le choquant. On prend le centre de gravité des quantités de mouvement conſiderées

comme des poids ; car comme on a déja dit cy-devant, ſi on les diviſe toutes par une même viteſſe on aura des poids dont le centre de gravité commun ſera le même que celui de leurs quantités de mouvement, puiſqu'ils ſeront en même raiſon à cauſe du diviſeur commun.



Les centres de percuſſion dans les pendules compoſés de pluſieurs poids ou points peſans, eſt le même que le centre de *vibration* ou d'*oſcillation*, c'eſt-à-dire le point du même pendule qui étant chargé d'un poids dont la quantité de mouvement eſt égale à celle des autres poids fait ſes vibrations dans le même tems que le compoſé. Car le pendule compoſé rencontrant un arrêt à l'endroit de ſon centre de percuſſion, le choquera de toute la quantité de mouvement des poids, de même que ſi un ſeul poids étant dans ce point & parcourant ſon arc de cercle dans le mouvement du pendule, avoit la même quantité de mouvement que les autres poids, comme MM. Hugens & Mariotte l'ont déterminé.

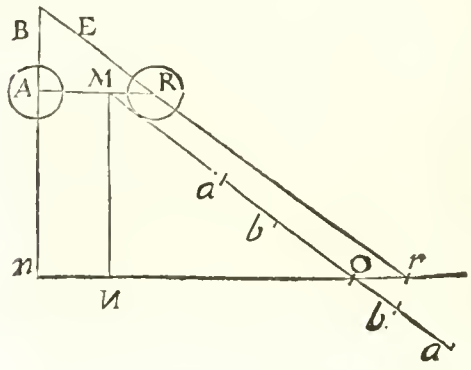
PROPOSITION CXIX.

EXAMEN *des tems dans leſquels les corps tombent par des plans differemment inclinés, & des viteſſes qu'ils acquerrent en differens endroits de leur chute.*

Si le poids A eſt ſuſpendu à la ligne BA & qu'il ſoit auſſi poſé ſur le plan incliné MO, comme en R, y étant ſoutenu par la ligne ER parallele au plan incliné MO ; on ſçait par la propoſition quatre-vingt-onziéme, que la puiſſance E qui le retient ſur ce plan, eſt à la puiſſance B qui le

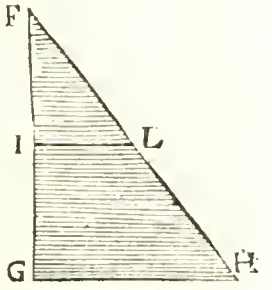
ſoutient quand il pend librement, comme la hauteur du plan MN à ſa longueur MO, ou bien comme A *n* à R *r* qui leur ſont égales & qui ſont les chemins que doivent parcourir les centres de ces poids juſqu'à l'horiſon NO.

Mais comme la puiſſance B eſt égal à la peſanteur abſoluë du poids A, & que la puiſſance E eſt plus petite que A dans la raiſon de MO à MN; ſi l'on conſidere les poids comme deux points A & R ſans aucune peſanteur & qu'ils ſoient ſeulement pouſſés par les puiſſances B & E qui ſont entr'elles dans la raiſon de MO à MN, ces points A & R ſeront dans la même diſpoſition pour le mouvement qu'étoient les poids auparavant, & ils auront la même action qu'avoient les poids.



Maintenant ſi les points A & R qui ſont ſans peſanteur, ſont pouſſés par les puiſſances B & E de toute leur force qui eſt capable de leur faire parcourir des eſpaces qui ſont entr'eux dans des tems égaux comme ces puiſſances & que ce ſoit par des coups repetés dans des inſtans égaux & indéfiniment petits, & ſuivant leurs directions A *n* R *r*; le point A parcourra des eſpaces ſelon la ligne A *n* dans des inſtans égaux, qui ſeront entr'eux comme les ordonnées IL dans le triangle FGH, & les parties égales & indéfiniment petites du côté FG du triangle, repreſenteront les inſtans égaux, & c'eſt ce que Galilée a expliqué fort au long dans ſon troiſiéme dialogue du mouvement, & que M. Mariotte a démontré fort clairement par les nombres dans ſon traité du mouvement des eaux. Car dans le pre-

mier inſtant le corps parcourt la premiere ordonnée avec un dégré de viteſſe uniforme, dans le ſecond inſtant où il reçoit un nouveau dégré de viteſſe pardeſſus le premier il parcourt la ſeconde ordonnée avec deux dégrés de viteſſe; dans le troiſiéme inſtant il recevra encore un nouveau dégré de viteſſe & avec ces trois dégrés il parcourra la troiſiéme ordonnée, car toutes ces ordonnées ſont entr'elles comme ces viteſſes puis qu'elles ſe ſurpaſſent l'une l'autre de ſuite de la quantité de la premiere, & qu'on ſuppoſe que dans chaque inſtant le corps ſe meut d'un mouvement uniforme avec ſa viteſſe particuliere. Ce ſera toûjours la même choſe pour tous les autres inſtans, enſorte que ſi le centiéme inſtant eſt au point I dans le côté FG du triangle FGH, la centiéme ordonnée ſera IL que le corps parcourra avec cent dégrés de viteſſe uniforme leſquels ſont égaux chacun au premier dégré. De même ſi la partie IG du côté FG eſt égale à IF, & qu'elle repreſente encore cent inſtans égaux aux premiers contenus en FI, le corps parcourra dans ces cent inſtans derniers les cent ordonnées contenuës dans le triangle depuis IL juſqu'en GH, & dans le dernier inſtant en G il aura deux cens dégrés de viteſſe avec leſquels il parcourra GH qui ſera un eſpace égal à deux cens fois le premier. Ce ſera la même choſe pour toutes les autres ordonnées.



Mais il eſt évident que la ſomme des eſpaces parcourus dans les cent premiers inſtans ſera à la ſomme des eſpaces parcourus dans les deux cens premiers inſtans, comme l'eſpace du triangle FIL à l'eſpace du triangle FGH ce qui eſt dans la raiſon des quarrés des tems: car les inſtans étant indéfiniment petits s'il n'y en avoit que 100 dans FI,

& 200 dans FG ces espaces parcourus seroient comme 101 à 402, & les superficies du triangle seroient comme 100 à 400, où l'on voit que la difference n'est pas considerable. Mais elle sera encore bien moindre si dans les mêmes espaces FI, FG on suppose qu'il y ait 100000 instans dans l'un & 200000 dans l'autre; car l'on trouvera que les sommes des espaces parcourus seront comme 100001 à 400002 ce qui differe encore bien moins des superficies du triangle qui seroient entr'elles comme 100000 à 400000. Et comme les instans sont des parties de tems plus petites qu'aucune partie qu'on puisse imaginer, on peut dire que les espaces parcourus dans differens tems sont entr'eux comme les quarrés des tems.

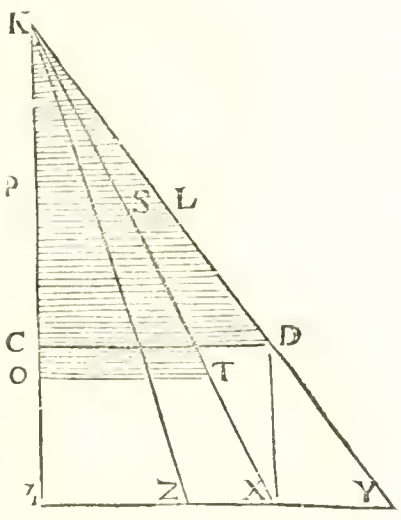
On voit par-là que les dégrés de vitesse à la fin de chaque tems seront entr'eux comme le nombre des instans compris dans chaque tems, c'est-à-dire comme les tems & que les espaces parcourus dans ces tems d'un mouvement continuellement acceleré depuis le repos seront entr'eux comme les quarrés des tems ou des vitesses.

Ce que je viens d'expliquer pour le point A doit s'entendre de même pour le point R pouſſé par la puissance E qui lui imprimera des dégrés de vitesse qui seront aux dégrés de vitesse du point A pouſſé par la puissance B, comme MN à MO, c'est-à-dire comme les puissances E & B qui sont entr'elles dans cette même raison.

Si l'on prend donc des instans égaux aux premiers pour le mouvement du point R avec ses dégrés de vitesse particuliere, il est évident que dans des sommes d'instans égaux aux premiers comme KP, PQ & égales aux premieres sommes FI, IG, le point R aura acquis des vitesses qui seront aux vitesses du point A comme la puissance E qui le pouſſe, à la puissance B qui pouſſe le point B. Mais la puissance E étant à la puissance B comme MN à MO, la vitesse en P sera à la vitesse en I, & la vitesse en

Q ſera à la viteſſe en G, comme MN à MO. Et comme ce ſera la même choſe de toutes les autres viteſſes de ces deux points A & R, & que les eſpaces parcourus avec ces viteſſes dans des tems indéfiniment petits ou inſtans, ſont en même raiſon que les viteſſes; il s'enſuit que la ſomme des eſpaces parcourus par le point R dans la ſomme des premiers inſtans KP, & qui ſont repreſentés par le triangle KPS, ſera à la ſomme des eſpaces parcourus par le point A dans la ſomme des premiers inſtans FI égale à la ſomme des autres KP, cette ſomme d'eſpaces parcourus par le point A étant repreſentée par le triangle FIL, comme ces mêmes triangles KPS, FIL qui repreſentent ces eſpaces.

Ce ſera auſſi la même choſe pour la ſomme des eſpaces parcourus par le point R dans d'autres tems, comme dans les deux premiers, leſquels ſont repréſentés par le triangle KQT, comme de la ſomme des eſpaces parcourus par le point A dans les deux premiers tems, qui ſont repreſentés par le triangle FGH, & les tems de l'un étant égaux aux tems de l'autre.



Mais ces triangles aïant leurs côtés KP, FI égaux & KQ FG auſſi égaux entr'eux, à cauſe que les tems ſont égaux, ou que les ſommes des inſtans ſont égales, ils doivent être entr'eux comme leurs baſes PS, IL & QT, GH, qui ſont auſſi en même raiſon.

Il s'enſuit donc de-là, que ſi l'on donne les eſpaces parcourus par ces deux points d'un mouvement uniformement acceleré avec le rapport des puiſſances qui les pouſ-

ſent, on trouvera les viteſſes qu'ils doivent avoir à la fin des eſpaces parcourus, & les tems qu'ils ont emploïé à parcourir ces eſpaces.

Car puiſque les eſpaces parcourus ſont repreſentés par les triangles, comme ſi les eſpaces parcourus ſont MN ou A *n* par le point A, & MO ou R *r* par le point R, aïant fait un triangle rectangle KVX tel qu'on voudra qui repreſente les eſpaces parcourus par le point R dans des inſtans d'un mouvement uniformement acceleré, on aura ſon rapport à une autre triangle qui repreſentera les eſpaces parcourus par le point A, puiſque ces deux triangles ſont entr'eux comme les eſpaces donnés MO, MN. C'eſt pourquoi ſi l'on diviſe VX en Z, enſorte que VX ſoit à VZ comme MO à MN, aïant mené KZ, le triangle KVZ doit repreſenter les eſpaces parcourus par le point A, puiſque ces deux triangles ſont entr'eux comme leurs baſes qui ont même raiſon que les eſpaces parcourus. Mais comme le rapport des puiſſances qui pouſſent les points R & A, eſt auſſi donné, enſorte que ſi à la fin de 1000 inſtans égaux repreſentés par KP, le point R ait acquis un dégré de viteſſe propre pour lui faire parcourir dans le dernier inſtant l'eſpace PS d'un mouvement uniforme, le point A à la fin des mêmes 1000 inſtans égaux doit avoir acquis un dégré de viteſſe pour parcourir l'eſpace PL qui ſera à l'eſpace PS comme MO à MN, qui eſt la raiſon des puiſſances qui pouſſent les points. Car en PS & en PL chacun de ces points aura 1000 dégrés de la viteſſe qu'il avoit dans le premier inſtant, & ces viteſſes ſont entr'elles comme les puiſſances qui pouſſent les points.

Si l'on prend donc ſur VX la grandeur VY enſorte que VX ſoit à VY, comme VZ à VX ou comme MN à MO, qui eſt la raiſon des puiſſances, & qu'on mene KY; il eſt évident que KY paſſera par le point L: car PS eſt à PL comme

comme VX à VY, ou comme MN à MO ſuivant ce qu'on vient d'expliquer.

Je dis maintenant que ſi par le point X on mene XD parallele à KV juſqu'à KY en D, & qu'enſuite on tire DC parallele à VY, le triangle KCD ſera égal au triangle KVZ. Car les triangles KVY, KCD étant ſemblables ſeront entr'eux dans la raiſon doublée de celle de leurs côtés homologues, qui eſt de VY à CD ou VX; & par conſequent cette raiſon doublée ſera celle de VY à VZ; donc les triangles KCD KVZ ſont égaux.

Le triangle KCD repreſentera donc les eſpaces parcourus par le point A dans des inſtans égaux à ceux des eſpaces parcourus par le point R leſquels ſont repreſentés par le triangle KVX. Mais il faut que ces inſtans égaux ſoient des parties égales de la ligne KV pour les deux points A & R. Puiſque l'on a donc poſé que la ligne KV repreſente tous les inſtans dans leſquels le point R a parcouru l'eſpace MN repreſenté par le triangle KVX, la ligne KC doit repreſenter la ſomme des inſtans égaux aux premiers dans leſquels le point A a parcouru l'eſpace MN repreſenté par le triangle KCD, & chacun avec leur viteſſe particuliere.

Mais la ſomme des inſtans de l'un eſt à la ſomme des inſtans de l'autre, comme tout le tems que l'un a emploïé à parcourir ſon eſpace propoſé, à tout le tems que l'autre a emploïé à parcourir le ſien. C'eſt pourquoi le tems que le point R a emploïé à parcourir l'eſpace MO ſera au tems que le point A a emploïé à parcourir l'eſpace MN, comme KV à KC ou comme VY à CD ou VX ſon égale, ce qui a été poſé comme MO à MN. Donc le tems que le point R a emploïé à parcourir l'eſpace propoſé MO ou R*r*, eſt au tems que le point A a emploïé à parcourir l'eſpace MN ou A*n*, comme MO à MN, qui ſont les longueurs des plans entre l'horizon NO & ſa parallele AR.

Ce ſera auſſi la même choſe ſi l'on ſuppoſe que les corps AR aïent des viteſſes proportionnées à celles que les puiſſances leurs impriment dans tous les inſtans, quand elles commencent à les rencontrer : car les eſpaces parcourus ſeront entr'eux comme les ſegmens ſemblables IL GH de triangles ſemblables, & les viteſſes accelerées garderont auſſi entr'elles la même raiſon.

Il s'enſuit de cette démonſtration que les tems qu'emploïe un corps à parcourir des plans differemment inclinés à l'horizon, & qui ont tous une même hauteur ſur l'horizon, ſeront entr'eux comme la longueur des plans. Car puiſque ces tems doivent être tous à celui que le corps emploïe à tomber verticalement par leur hauteur MN, comme la longueur des plans MO à la hauteur commune MN, ils doivent être tous entr'eux comme la longueur des plans.

Pour ce qui eſt des viteſſes que le corps doit avoir quand il eſt parvenu à l'horizon en O & en N, je dis qu'elles doivent être égales. Car puis qu'aïant ſuppoſé que VX repreſente la viteſſe que le point R avoit dans le dernier inſtant de ſa deſcente par MO qui eſt au point O, CD doit auſſi repreſenter la viteſſe que le point A avoit dans le dernier inſtant de ſa deſcente par MN qui eſt au point N, & les lignes VX & CD étant égales par la conſtruction, il s'enſuit que les viteſſes de ces deux points ſeront égales dans la ligne NO parallele à l'horizon.

Si les lignes MO, MN n'étoient pas terminées à l'horizon NO, mais que l'une des deux fût plus courte ou plus longue étant terminée en *a*, on ne laiſſeroit pas de trouver comme on a fait cy-devant le rapport des tems & des viteſſes. Car puiſqu'on a déterminé que le rapport du tems au tems eſt comme la longueur du plan MO au plan MN quand le corps deſcend juſqu'à l'horizon NO, & puiſque le tems par MO eſt au tems par M *a* comme MO à M *b* qui

eſt la moïenne proportionnnelle entre MO & M *a*, on aura le tems qu'emploïe le corps à deſcendre par MN au tems qu'il emploïe à deſcendre par M *a* comme MN à M *b*. Et de même puiſque les viteſſes ſont comme les tems dans le mouvement uniformement accelerè, la viteſſe en O ſera à la viteſſe en *a*, comme MO à M *b*. Et puiſque la viteſſe en N eſt la même que celle qui eſt en O, la viteſſe en N ſera à la viteſſe en *a*, comme MO à M *b*.

Si l'on ſuppoſe maintenant que les corps qui ſont fort peſants comme le plomb, parcourrent l'eſpace de 15 pieds dans la premiere ſeconde de tems, ou 3 pieds $\frac{3}{4}$ dans la premiere demi-ſeconde, & qu'on donne l'élevation du plan ſur l'horizon avec la longueur du plan, on pourra trouver la regle ſuivante le tems que le corps emploïera à parcourir le plan & la viteſſe qu'il aura à la fin.

Regle par les logarithmes.

Joignez le logarithme de la longueur du plan donné avec le nombre 9 42597, ôtez de la ſomme le logarithme du ſinus de l'angle d'élevation du plan ſur l'horizon: prenez enſuite la moitié du reſte, ce ſera le logarithme du tems en demi-ſecondes que le corps emploïe à parcourir la longueur du plan donné.

Enfin ſi l'on joint enſemble les logarithmes de la longueur du plan donné & du ſinus de ſa hauteur ſur l'horizon, & qu'on ôte de la ſomme le nombre 8. 82391, la moitié du reſte ſera le logarithme de l'eſpace que doit parcourir le corps d'un mouvement uniforme en une demi-ſeconde de tems lorſqu'il eſt deſcendu à l'extrémité du plan.

Exemple.

Si la longueur du plan donné eſt de 240 pieds, & ſon élevation ſur l'horizon de 14 dégrés 28. minutes 40 ſecondes.

On aura pour le logarithme de 240.	2 38021
nombre à ajoûter	9 42597
Somme	11 80618
logarithme du ſinus de 14 dégrés 28. min. 40. ſecondes à ôter	9 39794.
reſte	2 40824
moitié	1 20412

ce qui donne le logarithme de 16 qui ſont des demi-ſecondes que le corps doit emploïer à parcourir la longueur duplan donné.

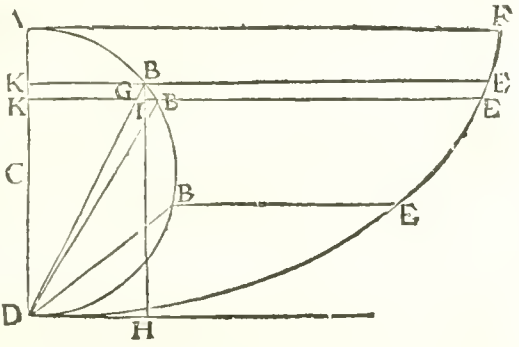
Enfin ſi l'on joint les logarithmes de 240.	2 38021
du ſinus de 14 dégrés min. 40 ſecondes	9 39794
Somme	11 77815
nombre à ôter	8 82391
reſte	2 95424
moitié	1 47712

pour le logarithme du nombre 30 ſecondes, qui eſt le nombre des pieds que le corps doit parcourir en une demi-ſeconde de tems quand il eſt deſcendu à l'extrémité du plan propoſé.

PROPOSITION CXX.

QUE *les corps qui tombent dans une cycloïde renverſée arriveront à ſon ſommet dans le même tems, de quelque hauteur que ſoit qu'ils commencent à tomber.*

Soit la demi-cycloïde renverſée FED dont AF ſoit la baſe, & D le ſommet renverſé, laquelle ſoit décrite par le demi-cercle ABD; Je dis qu'un corps qui tombe dans la courbure de la demi-cycloïde FE arrivera à même tems au point D de quelque point E que ce ſoit qu'il commence à tomber.



Si de tous les points B du demi-cercle générateur ABD on mene des cordes BD, & que par tous les points B on mene auſſi des paralleles KGBE à la baſe AF qui rencontrent la cycloïde en E, & la corde la plus proche en deſſus en G, & le diametre AD en K; on ſçait par la nature de la cycloïde que ſa courbe FED eſt formée par des parties égales aux parties des cordes comme BG, qui en ſont les touchantes, & qui ne different pas de la courbe, quand les arcs BB du cercle générateur ſont très-petits.

Mais par ce qui eſt démontré dans la précédente propoſition que le corps qui tombe par le plan incliné BG y emploïe un tems qui eſt celui qu'il emploïe à parcourir BI parallele à AD & compriſe entre les BE, comme les longueurs de ces lignes BG, BI, quelque viteſſe que le corps ait en B. Et puiſque la viteſſe qu'il a en G eſt la même

qu'en I, il s'enſuit que la ſomme des tems que le corps emploieroit à parcourir chaque portion des cordes de ſuite comme BG avec les viteſſes acquiſes ſucceſſivement dans la chûte de chaque partie BG, ſera à la ſomme des tems que le corps emploïeroit à parcourir chaque perpendiculaire BI, comme la ſomme de toutes les parties BG qui ſont égales à la portion de la cycloïde EED, à la ſomme de toutes les perpendiculaires BI qui ſont égales à BH ou KD.

Mais auſſi par la nature de la cycloïde la portion de la courbe EED eſt double de la corde BD qui lui répond dans le cercle générateur ABD. Donc le tems de la chûte par la portion de la cycloïde EED ſera au tems de la chûte par la perpendiculaire BH, comme deux BD à BH.

Enfin par la même propoſition le tems de la chûte par BD ſera au tems de la chute par BH, comme BD à BH : donc le tems par EED étant au tems par BH, comme 2 BD à BH, & le tems par BH étant au tems par BD, comme BH à BD, en raiſon égale le tems par EED ſera au tems par BD, comme 2 BD ou la courbe EED ſon égale, à BD. Mais par la propoſition centiéme les tems de la chûte par les cordes BD ſont tous égaux entr'eux ; & par conſequent le tems de la chûte par toutes les portions de la cycloïde EED juſqu'à ſon ſommet D, qui répondent aux cordes ſeront auſſi égaux entr'eux, puiſqu'ils ſont doubles des autres.

C'eſt par cette proprieté de la cycloïde que M. Hugens de Zulichem a rectifié le mouvement des pendules qu'il avoit appliqués aux horloges, ce mouvement étant de lui-même inégal. Il a accommodé deux portions de cycloïde au point de ſuſpenſion du pendule, ce qui fait que les vibrations de differentes longueurs ſont *iſochrones* ou d'égale durée. Car ſi le poids du pendule eſt conſideré comme un point, il décrira une cycloïde ſemblable à celles qui ſont jointes à la ſuſpenſion, pourvû que le diametre du

cercle générateur de ces cycloïdes ſoit égal à la moitié de la longueur du pendule.

PROPOSITION CXXI.

EXPLICATION *du mouvement des corps qui ſont jettés, comme des bombes & des jets d'eau.*

On conſidere dans le mouvement des corps qui ſont jettés deux ſortes de mouvemens ſéparés qui ſont ceux en effet qui le compoſent. Car ſi un corps eſt pouſſé ou jetté ſelon une ligne horizontale ou inclinée à l'horizon comme on voudra avec quelque force, la peſanteur propre de ce corps qui eſt une autre force, le détourne pour le faire deſcendre ſelon la direction des corps peſants.

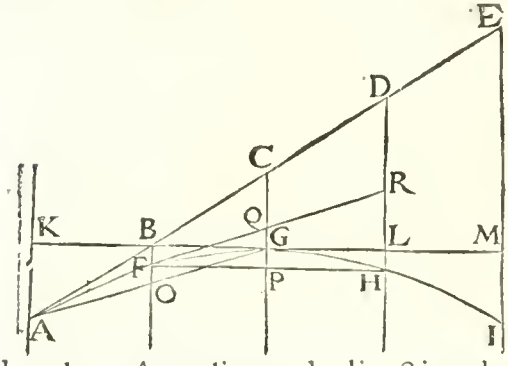
Dans la détermination de ce mouvement compoſé on ſuppoſe que la viteſſe qu'on donne au corps en le pouſſant & qu'on appelle impulſion, lui demeure toûjours ſelon la ligne droite de la détermination qu'on lui a donnée, enſorte qu'il parcourroit toûjours des parties de lignes droites égales entr'elles en tems égaux, ſi ſa peſanteur avec ſa direction particuliere qu'on ſuppoſe parallele en differens endroits ne le détournoit de ce chemin en lui faiſant parcourir des eſpaces qui ſont entr'eux dans la raiſon des quarrés des tems.

Si le corps A eſt donc pouſſé avec quelque viteſſe qui lui faſſe parcourir la ligne droite AE telle qu'on voudra en quatre tems égaux auſquels ils ſe trouveroit dans les diviſions égales de la ligne AE aux points BCDE ; & que dans l'eſpace du premier tems il ſoit deſcendu de la longueur BF ſelon la direction des corps peſans, dans le ſecond tems lorſqu'il devroit être en C, il ſera deſcendu ſur CG de la longueur CG quadruple de BF ; dans le troiſiéme tems où il devroit être en H, il ſera deſcendu de la longueur DH égale à neuf fois BF ; & enfin au lieu d'être

en E au quatriéme tems il ſera en I éloigné de E de 16 fois BF.

On voit donc que par ces deux mouvemens differens le corps A ſe ſera trouvé dans les quatre tems differens aux points FGHI, qui ſont dans une ligne Parabolique. Car la principale proprieté de cette ligne eſt que les quarrés des lignes comme AB, AC, AD, AE ſont entr'eux, comme les lignes BF, CG, DH, EI.

Mais maintenant ſi de l'un des points G de la parabole AGI on mene la ligne droite KBGM qui paſſe par le point B de la ligne droite AE, lequel ſoit également éloigné des lignes de direction des poids qui paſſent par A & par G, & qu'on ſuppoſe que le même corps qui a décrit la parabole par ſes deux mouvemens compoſés, ſe meuve ſur cette ligne KBGM d'un mouvement égal qui lui feroit parcourir les eſpaces égaux GB, BK, GL, LM enſorte qu'il ſe trouvât dans les mêmes lignes de direction des poids AK, BF, CG, DH, EI dans les mêmes tems où il s'y étoit trouvé quand il a décrit la parabole; je dis qu'il ſe trouvera encore dans les points de la même parabole par la compoſition de ſes deux mouvemens, ſoit qu'il aille de G vers K ou de G vers M.



Car ſi dans le premier tems il devoit être en B ou en L, il ſera deſcendu d'un eſpace égal à BF; & par conſequent il ſera en F ou en H, ce qui eſt évident pour le point F par la conſtruction: mais pour le point H, puiſque CG eſt quadruple de BF, DL en ſera octuple, y aïant même raiſon de

de BC à BD ou de BG à BL, que de CG à DL. Mais DH eſt égale à BF. On démontrera de même que AK ſera égale à 4 BF, & MI auſſi; car EI eſt égale à 16 BF, & EM à 12, donc MI eſt égale à 4 BF. Ce ſera la même choſe pour tous les autres points.

Si l'impulſion du corps étoit ſelon la direction naturelle des poids & que le corps allât en deſcendant, il ſe mouveroit en deſcendant ſur la même ligne par ſes deux mouvemens, enſorte qu'en tems égaux il ajouteroit à des eſpaces égaux qui ſeroient en raiſon desquarrés destems, ce qui eſt facile à entendre. Mais s'il ſe mouvoit en montant ſelon la même ligne de direction il ôteroit aux eſpaces égaux, des eſpaces qui ſeroient en raiſon des quarrés des tems. Comme ſi dans des tems égaux le corps A devoit parcourir en montant dans la ligne AG perpendiculaire à l'horizon, des eſpaces égaux, AB, BC, CD en des tems égaux, & que dans le premier tems par ſon mouvement de peſanteur il deſcendît de la longueur BH égale à un ſixiéme de AB, lorſqu'il devroit être parvenu en C dans le ſecond tems il ſeroit deſcendu de la longueur CI égale à quatre BH, & lorſqu'il devroit être en D il ſeroit deſcendu en N de la longueur DN égale à neuf BH, c'eſt-à-dire qu'il ſeroit deſcendu de la moitié de ce qu'il devroit être monté; enfin quand il auroit dû être en G dans ſix tems égaux au premier par ſon impulſion, il ſe trouveroit en A par ſa peſanteur étant deſcendu de 36 BH. Ce ſeroit alors que le corps commenceroit à deſcendre au deſſous du point d'où il a commencé à ſe mouvoir, car ſon mouvement acceleré par ſa peſanteur ſeroit plus grand que le mouvement d'impulſion.

G
F
E
D
C
N
I
B
H
A

Ce ſera la même choſe pour le mouvement oblique dans ce qui regarde ſon élevation & ſa deſcente. Ainſi le

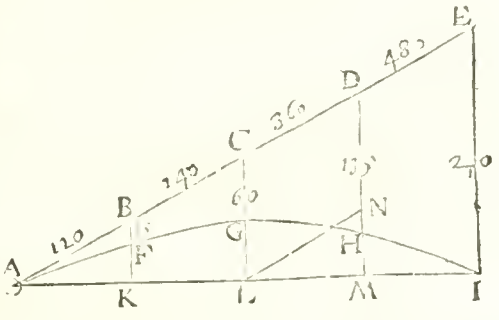
corps étant pouſſé de bas en haut ou verticalement ou obliquement avec une certaine viteſſe, quand il ſera parvenu à la plus grande hauteur où il puiſſe aller au deſſus de l'horizon, comme en N, il ne ſera qu'à la moitié de celle où il ſeroit parvenu par le mouvement d'impulſion qu'il a eu au point A en commençant à ſe mouvoir : & de même lorſqu'il ſera deſcendu à la même hauteur de A, il devroit s'être élevé par le mouvement d'impulſion à une hauteur quadruple de ſa plus grande hauteur N.

Il s'enſuit donc de-là que ſi l'on donne le chemin AB qu'un corps ſphérique très-peſant & conſideré comme un point A, doit parcourir par ſon impulſion dans un tems déterminé comme d'une ſeconde, on ſçaura juſqu'à quelle hauteur il doit s'élever ; car les corps ſphériques & fort peſans comme les bales de plomb auſquelles l'air ne peut apporter que peu de retardement dans leur chûte, au moins dans une ſeconde de tems, tombent par un eſpace de 15 pieds dans ce même tems ſuivant les experiences les plus exactes; & ſuppoſant comme on a fait, que les eſpaces parcourus par les corps peſants en deſcendant ſont en raiſon des quarrés des tems, il s'enſuit que ſi le corps A doit parcourir par ſon impulſion la ligne AB de 120 pieds, laquelle fait l'angle BAI de 30 dégrés avec l'horizon AI dans une ſeconde de tems, le corps deſcendra en F de 15 pieds ſelon la direction des poids BK : & à cauſe que l'angle BAI eſt de 30 dégrés la ligne BK ne ſera que la moitié de AB; & par conſequent elle n'aura que 60 pieds dont BF ſera le quart.

Par la même raiſon AC étant de 240 pieds, CL ſera de 120, & CG quadruple de BF ſera de 60, qui eſt la moitié de CL. Enfin on trouvera que le corps doit parvenir en I ſur l'horizon AI lorſque le chemin de l'impulſion AE ſera double de CA ou quadruple de AB, & que EI ſera égale à 16 BF.

Maintenant à cauſe de la parabole AGI ſi l'on a un de

ſes points donné de poſition comme H autre que le point A, & qu'il ſoit au dedans ou au dehors de l'angle EAI donné dont AI eſt l'horizon & AE la ligne du mouvement d'impulſion qui doit toucher la parabole en A, & qu'on cherche la plus grande hauteur de la parabole par deſſus l'horizon, c'eſt-à-dire la poſition de l'axe CL, & le point G de la parabole ſur l'axe, lequel eſt ſon ſommet; on ſçait par la nature de la parabole que ce point G coupera CL en deux également, & qu'il y aura même raiſon du quarré de AD au quarré de AC, que de la ligne DH perpendiculaire à l'horizon laquelle paſſe par le point H, à CG, ou que de deux DH à deux CG qui ſont égales à CL. Mais auſſi le quarré de AD eſt au quarré de AC comme le quarré de DM au quarré de CL : donc le quarré de DM au quarré de CL, comme 2 DH à CL; & par conſequent le produit du quarré de DM par CL ſera égal au produit du quarré de CL par 2 DH, & chacun de ces produits étant diviſé par la hauteur commune CL on aura le quarré de DM au rectangle de CL par 2 DH, ce qui donne la proportion de 2 DH à DM, comme DM à CL. Il faut donc trouver ſur DH la ligne DN qui ſoit la troiſiéme proportionnelle après 2 DH & DM, & la moitié de DN ſera la plus grande hauteur de la parabole au deſſus de l'horizon. Si par le point N on mene NL parallele à AE qui coupe AI au point L, ce point ſera l'endroit de l'horizon par où l'axe CL de la parabole doit paſſer.

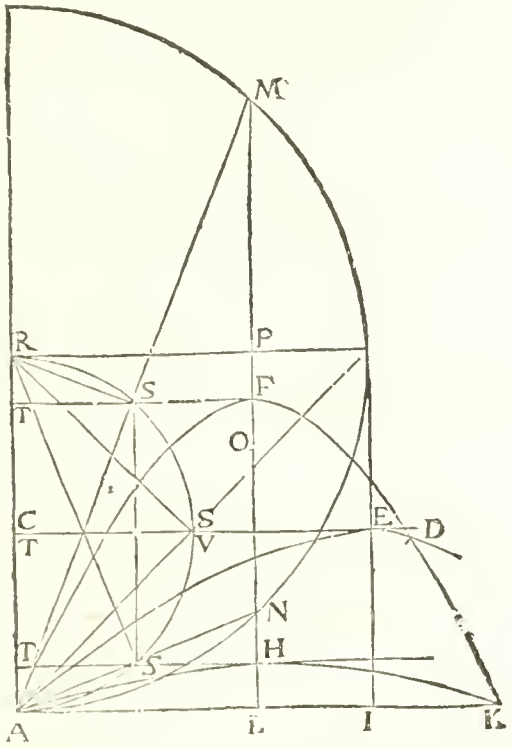


Par les experiences que l'on a qu'un corps ſphérique d'une matiere fort peſante comme du fer ou du plomb, parcourt en deſcendant par ſa peſanteur depuis ſon repos une longueur de 15 pieds dans le tems d'une ſeconde, & ſi l'on ſuppoſe que les autres eſpaces parcourus par un corps en deſcendant dans des tems égaux, ſoient entr'eux comme les quarrés des tems depuis le commencement de la chûte, il eſt certain que la longueur de la ligne DH étant donnée, on aura le tems que le corps a emploïé à parcourir la parabole depuis A juſqu'en H. Car ſi l'on tire la racine quarrée du nombre des pieds qui ſont en DH & qu'on la diviſe par 7 pieds $\frac{1}{2}$ on aura le tems en demi-ſecondes que le corps a emploïé à parcourir l'eſpace parabolique AGH. C'eſt pourquoi le point H étant donné avec le point H étant donné avec le point A de la parabole, on connoîtra quel ſera le mouvement d'impulſion ſur la ligne AD, c'eſt-à-dire quel nombre de pieds il parcourt en une demi-ſeconde de tems. Car il n'y aura qu'à diviſer la longueur de AD par le nombre des demi-ſecondes que l'on vient de trouver.

Si les lignes AD & HD n'étoient point données, & qu'on connut ſeulement le tems qu'il faut au corps pour aller du point A juſqu'en H d'un mouvement parabolique, aïant multiplié les demi-ſecondes de ce tems par 7 pieds $\frac{1}{2}$ & le produit étant quarré, on aura en pieds la hauteur verticale DH, & l'on trouvera enſuite AD, ſuppoſant qu'on connoiſſe la diſtance AH & l'angle AHD; & par même moïen l'on aura auſſi la viteſſe du corps, ou le chemin qu'il doit parcourir par ſon mouvement d'impulſion qui eſt uniforme.

Dans un demi-cercle ASR dont le diametre AR eſt perpendiculaire à l'horizon, ſi de tous les points S de la circonference on mene des perpendiculaires ST à AR avec les cordes AS, & que les lignes AR, AS repreſen-

tent les temps que le corps A emploïe à parcourir par tout de la même viteſſe, & du même mouvement d'impulſion les lignes differemment inclinées AS : je dis que toutes les lignes AT repreſenteront les eſpaces que le corps parcourt dans chaque tems repreſenté par AS.



Aïant mené les lignes RS, il eſt évident à cauſe des triangles rectangles ſemblables qu'il y a même raiſon de AR à AS que de AS à AT ; & par conſequent ſi les lignes AR, AS repreſentent des tems que le corps A emploïe à parcourir ces eſpaces AR, AS d'un mouvement uniforme les lignes RA, TA qui repreſentent le rapport des quar-

rés de ces tems, repreſentent auſſi les eſpaces que parcourt le corps en tombant depuis le repos d'un mouvement accelerè dans le rapport des tems marqués ou repreſentés par AR & AS. Ce que nous diſons de la chûte, doit s'entendre de même de ſa montée ou de ſon élevation, comme on a vû cy-devant.

Mais on a démontré que lorſqu'un corps eſt deſcendu juſqu'à l'horizon d'où il étoit parti, par un mouvement acceleré depuis le repos en A juſqu'à ſa plus grande élevation, & de-là par les mêmes dégrés juſqu'à l'horizon, il devroit s'être élevé par ſon mouvement d'impulſion uniforme d'une hauteur quadruple de celle où il s'eſt élevé par le mouvement d'acceleration inégal. C'eſt pourquoi ſi dans le vertical le corps ne peut s'élever que depuis A juſqu'en R & deſcendre enſuite en A par le mouvement d'acceleration, il devroit dans le même tems avoir parcouru avec le mouvement d'impulſion ſelon la verticale AR un eſpace quadruple de AR, & dans le tems de ſa montée une eſpace double de AR. Et comme ce ſera la même choſe pour toutes les cordes AS, il eſt évident que lorſque le corps ſera parvenu à l'horizon étant pouſſé ſuivant la direction des cordes il doit rencontrer l'horizon à une diſtance du point A laquelle ſoit quadruple de ST, puiſque par le mouvement d'impulſion il devroit parcourir une eſpace quadruple de AS quand le corps ſe trouve dans l'horiſon; & cette diſtance ſur l'horizon quadruple de ST eſt appellée l'*amplitude* de la parabole ou du jet: & par conſequent l'axe de la parabole ſur lequel eſt ſa plus grande hauteur au deſſus de l'horizon ſera éloigné de A de deux ST.

Il s'enſuit donc de-là que le jet qui a la plus grande amplitude ſera AE qui ſe fait par la ligne AV élevée de 45 dégrés ou d'un angle demi-droit ſur l'horizon, puiſque ST dans ce cas eſt égale au raïon du cercle qui eſt la plus

grande de toutes les lignes ordonnées comme ST. Il s'enſuit encore que les jets AF, AH qui ſont au deſſus & au deſſous de 45 dégrés à égales diſtances du point V, auront des amplitudes AK égales, puiſque leurs ST ſont égales: c'eſt pourquoi on pourra avec la même viteſſe jetter le corps A à un même point K de la ligne horizontale par deux jets differens AM, AN qui ſeront également éloignés de AV; mais le jet ne pourra jamais paſſer au-delà du quadruple du raïon du cercle. Si l'amplitude d'un jet eſt donnée ſa quatriéme partie déterminera l'ordonnée ST dans le demi cercle, & par conſequent on aura l'inclinaiſon de la ligne AS par laquelle il faut faire le jet, & le demi-cercle doit avoir pour diametre AR qui eſt une ligne égale à la plus grande hauteur du jet vertical.

Ce que je viens de dire des jets par rapport à l'horizon doit s'entendre de même de quelqu'autre ligne inclinée à l'horizon comme on voudra. Car dans la premiere figure de cette propoſition, ſi FH étoit l'horizon, ce qu'on déterminera pour la parabole FGH ſera de même pour la parabole AFG par rapport à la ligne AG, car la hauteur OF ſera égale à la hauteur GP, pourveu que les lignes CP, KA ſoient à même diſtance l'une de l'autre que les lignes BO, LH; & la formation de AFG s'en fera par le jet ſelon la ligne ABC de même que celle de FGH par le jet FQR, & les lignes BF, QG étant égales, CG & RH le ſeront auſſi.

Je dis maintenant que ſi les lignes TA ſont les plus grandes hauteurs ou élevations des paraboles au deſſus de l'horizon ou de leurs lignes qui marquent leurs amplitudes, les lignes RT ſeront égales au quart du parametre de ces mêmes paraboles.

Car par les proprietés de la parabole ſi AL eſt une ordonnée à l'axe FL, le quarré de AL ſera égal au rectangle de FL ou TA ſous le parametre: mais le quarré de ST qui

eſt toûjours la moitié de AL ou de TF étant égal au quart du quarré de AL doit auſſi être égal au quart du rectangle de TA ſous le parametre, ou bien égal au rectangle de TA ſous le quart du parametre, ce qui eſt la même choſe. Et à cauſe du demi-cercle le quarré de ST étant égal au rectangle de TA ſous RT, il s'enſuit que RT ſera le quart du parametre de la parabole.

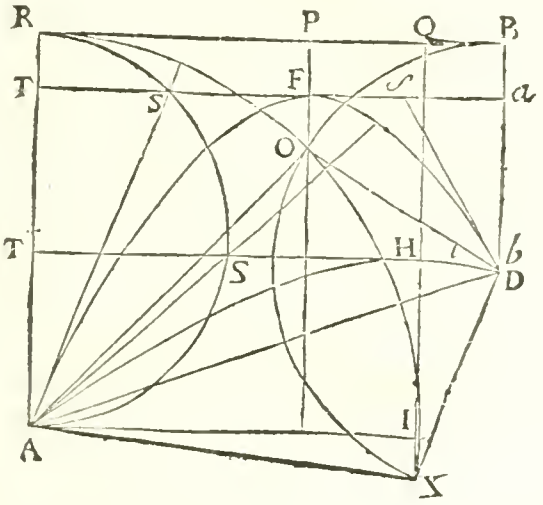
Mais auſſi par les proprietés de la parabole, le foïer comme O ſur l'axe doit être éloigné de ſon extrémité F du quart du parametre ; c'eſt pourquoi dans tous ces jets paraboliques le diametre AR ſera égal à la plus grande hauteur de la parabole & au quart du parametre de ſon axe.

Mais par une proprieté des foïers O de la parabole ſi la ligne RP eſt perpendiculaire à l'axe de la parabole & qu'elle ſoit éloignée de ſon ſommet F du quart du parametre ou de la diſtance FO entre le ſommet & le foïer, toutes les lignes comme AR qui ſont menées perpendiculaires d'un point A de la parabole à la ligne RP ſeront égales à celles qui ſont menées de ce même point A au foïer O. Ainſi dans cette conſtruction la ligne AR qui eſt le diametre du cercle ASR, ſera par tout égale à la diſtance du point A juſqu'au foïer.

Il s'enſuit de cette proprieté que ſi l'on donne les deux points A & D comme on voudra, enſorte que le jet qui part du point A doive paſſer par le point D, & qu'on ait auſſi la plus grande hauteur AR du jet vertical qui ſe fait avec la même viteſſe d'impulſion que celui qu'on demande, il ſera facile de déterminer le foïer, l'axe & la plus grande hauteur de la parabole du jet, & par conſequent la ligne d'impulſion par laquelle ſe doit faire le jet. Car du point A pour centre & pour raïon AR aïant décrit le cercle ROX ; & de même pour centre D & pour raïon DB parallele à AR & qui ſe termine dans la ligne RPB paral-

lele

lele à l'horizon, aïant décrit le cercle BOX qui coupe le premier ROX aux points O & X, je dis que ces deux points ſont les foïers de deux paraboles qui ſatisfont à la queſtion. C'eſt pourquoi aïant mené des points O & X les lignes OP, XQ paralleles à AR juſqu'à RB & les aïant coupées en deux également en F & en H, ces points F & H ſeront les ſommets des deux paraboles. Enfin ſi l'on tire FT, HT paralleles à l'horizon qui rencontrent le demi-cercle ASR aux points S, les lignes AS ſeront les directions des jets ou les lignes d'impulſion.



Tout ceci eſt évident par ce qui a été démontré cy-devant, puiſque la ligne AO étant égale à AR le foïer doit être ſur le cercle RO; & par la même raiſon il doit être auſſi ſur le cercle BO; il ſera donc au point O. Ce ſera la même choſe pour le foïer X.

On trouvera toûjours la ligne AR par ce que j'ay enſeigné cy-devant: puiſqu'on peut connoître la viteſſe d'impulſion du corps par l'experience d'un ſeul jet qui étant

parti de A eſt venu en quelque point D, en connoiſſant la longueur de la ligne AD & l'angle SAD ou SAI ſous lequel s'eſt fait le jet; ou bien en connoiſſant le tems que le corps a emploïé à aller de A juſqu'en D. Car ſuppoſant la viteſſe d'impulſion toûjours la même dans toutes les inclinaiſons comme dans le vertical, il faudra diviſer par 15 le nombre quarré des pieds du chemin d'impulſion dans le tems d'une demi-ſeconde, & le quotient ſera la plus grande hauteur du jet; ce qui eſt évident dans cette hypothéſe, puiſque les $\frac{4}{15}$ du quarré du chemin en une demi-ſeconde ſera égal au chemin du mouvement d'impulſion verticale dans le tems que le mobile par ſon mouvement inégal ſera retourné au point d'où il étoit parti.

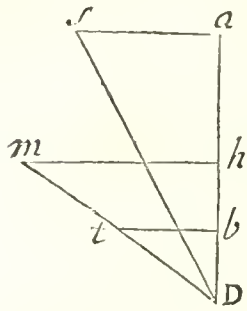
J'ay démontré dans la quatriéme figure de cette propoſition que dans le tems que le corps ſera monté ou deſcendu de la longueur de AT, il devroit avoir parcouru par ſon chemin d'impulſion uniforme le double de AS ſelon la touchante AS de ce jet; ou bien ce qui eſt la même choſe, il devroit avoir parcouru d'un mouvement horizontal uniforme la ligne TF ou le double de TS. Mais puiſqu'un corps parcourt d'un mouvement uniforme un eſpace double de celui qu'il parcouroit par ſon mouvement acceleré en tombant, dans le même tems & avec la viteſſe qu'il a acquiſe à la fin de ſa chûte, il s'enſuit que le corps étant tombé de la hauteur de TA dans un certain tems il peut parcourir d'un mouvement uniforme une longueur double de TA dans le même-tems avec la viteſſe qu'il aura en A. Et puiſque dans le même-tems qu'il parcourt TF d'un mouvement uniforme il doit parcourir TA d'un mouvement acceleré, il eſt évident qu'il parcourra TS moitié de TF d'un mouvement uniforme dans le même-tems qu'il parcourra TA auſſi d'un mouvement uniforme & avec la viteſſe qu'il auroit acquiſe en A en tombant de la hauteur TA, & par conſequent il faut que les viteſſes ſoient entre-

elles dans la même raiſon des lignes TS, TA. Mais par la régle de la chûte des corps la raiſon des viteſſes ou des tems qui eſt la même doit être celle des racines dont les quarrés ſeront les eſpaces parcourus d'un mouvement acceleré : c'eſt pourquoi le quarré de TA ſera au quarré de TS comme les eſpaces parcourus en tombant par un mouvement acceleré depuis le repos. Mais auſſi à cauſe que TA eſt à TS comme TS eſt à TR, la ligne TA ſera à TR comme le quarré de TA au quarré de TS ; & par conſequent la viteſſe que le corps aura acquiſe étant tombé de la hauteur TA ſera à la viteſſe qu'il aura acquiſe étant tombé de la hauteur RT, comme TA à TS, & ainſi avec celle qu'il aura en T il parcourra l'eſpace TF d'un mouvement uniforme dans le même tems qu'il parcourra TA d'un mouvement acceleré.

Voicy maintenant comme il faut déterminer lequel des deux jets qui ſe font par les paraboles AFD, AHD qui ont un même but D, fait un plus grand effort au point ou au but D. Si des ſommets F & H des paraboles on mene les lignes F *a*, H *b*, paralleles à l'horizon, leſquelles ſoient terminées à la ligne BD en *a* & en *b* ; & qu'on les diviſe en deux également en *f* & en *t*, les lignes *f* D, *t* D ſeront les touchantes des paraboles ; & par conſequent l'effort du corps en D par le jet parabolique AFD ſera meſuré par la viteſſe uniforme du corps ſur la touchante *f* D qui eſt compoſée des deux viteſſes uniformes D *a*, & *f a* dont D *a* eſt la meſure de celle que le corps a acquis en D étant tombé de la hauteur *a* D par un mouvement acceleré, & par rapport à *f a* qui eſt la meſure de celle que le corps a acquis en F étant tombé de la hauteur PF. Et de même l'effort du corps en D par le jet parabolique AHD étant meſuré par la viteſſe uniforme du corps ſur la touchante *t* D qui eſt compoſée des deux viteſſes uniformes D *b*, t *b* & dont D *b* eſt la meſure de celle que le corps a acquis étant tombé de la

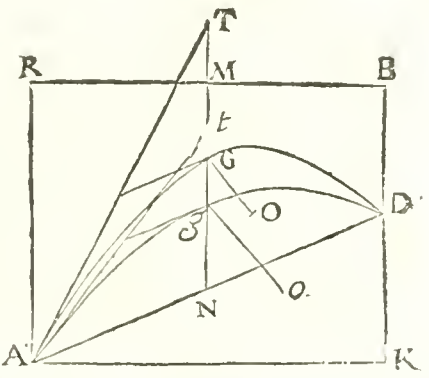
hauteur *b* D d'un mouvement acceleré, & *t b* eſt la meſure de celle qu'il a acquis étant tombé de la hauteur QH, ſuivant ce qui a été expliqué cy-devant.

Mais pour comparer ces deux viteſſes du corps dans les touchantes *f* D, *t* D, il faut connoître les tems dans leſquels le corps doit parcourir ces deux touchantes avec ſes differentes viteſſes. Et puiſqu'il parcourt *f a* & D *a* dans un même tems; & de même *t b* & *b* D dans un même tems, il ſuffit de comparer un de ces tems. Si l'on prend donc D*a* & D*b*, il faudra trouver la moïenne proportionnelle D*h* entre deux, & l'on démontrera qu'il doit parcourir l'eſpace *a* D avec la viteſſe uniforme qu'il a acquiſe en D étant tombé de la hauteur *b* D dans le même-tems qu'il parcourra l'eſpace *b* D avec la viteſſe uniforme qu'il a acquiſe en D étant tombé de la hauteur *b* D. Car puiſque le corps doit parcourir les deux eſpaces *a* D, *b* D en tombant dans un tems double de celui qu'il emploïeroit à parcourir ces mêmes eſpaces d'un mouvement uniforme avec les differentes viteſſes qu'il auroit acquiſes en D dans les deux chûtes, & les tems qu'il emploïe à tomber par les eſpaces *a* D, *b* D étant entr'eux comme *a* D à *b* D; il parcourra ces mêmes eſpaces d'un mouvement uniforme avec ſes differentes viteſſes dans des tems qui ſeront entr'eux comme *a* D à *b* D. Mais dans les eſpaces parcourus d'un mouvement uniforme les tems ſont entr'eux comme les eſpaces; c'eſt pourquoi le tems *a* D étant au tems *b* D; comme *b* D à *b* D, le corps qui parcouroit l'eſpace *b* D dans le tems *b* D parcourra l'eſpace *b* D dans le tems *a* D: ce qu'il falloit démontrer.



Enfin ſi l'on mene *h m* perpendiculaire à *a* D & qu'on prolonge *d t* juſqu'en *m*, puiſqu'il y a même raiſon de *h* D

à *h m* que de *b* D à *b t*, le corps parcourra l'eſpace *m* D d'un mouvement uniforme avec ſa viteſſe compoſée des deux *b* D, *b t* dans le même tems qu'il parcourra *f* D avec la viteſſe compoſée des deux *a* D, *f a*. Les viteſſes ſelon les lignes *f* D, *m* D ſeront donc entr'elles dans la même raiſon de ces lignes, & par conſequent les efforts du corps ſeront dans la raiſon de ces lignes *f* D, *m* D, puiſqu'ils doivent être dans la raiſon des viteſſes ou des eſpaces parcourus dans le même-tems.



Pour ce qui eſt de la pratique, ſi l'on donne la diſtance depuis le lieu A d'où ſe fait le jet juſqu'au but D dont on connoit l'élevation DK au deſſus de l'horizon ou ſon abaiſſement au deſſous, avec la hauteur AR du jet vertical, ce qui donnera auſſi BD depuis le but D juſqu'à la ligne RB parallele à l'horizon laquelle paſſe par le point R : voici la regle pour déterminer la ligne par laquelle ſe doit faire le jet.

Regle.

Aïant coupé AD en deux également en N, & aïant mené MN parallele à AR, on prendra la moitié de la ſomme AR, BD qui ſera MN, & du quarré de MN on ôtera le quarré de AN qui eſt la moitié de AD, & du reſte on en tirera la racine quarrée MT qu'on ajoûtera à MN ce qui ſera N*t* ou qu'on en ôtera ce qui ſera N*t*. Je dis que les deux jets par AT & par A*t* avec la viteſſe du jet qui a pû monter verticalement depuis A juſqu'en R, iront tomber en D.

On aura donc dans le triangle ATN ou A*t* N les deux côtés AN, NT ou AN, N*t* donnés, avec l'angle ANT

qui eſt égal à la ſomme d'un droit & de l'angle KAD de l'élevation du point D ſur l'horizon, ou à la difference d'un droit & de l'angle qui eſt l'abaiſſement du point D ſous l'horizon ; c'eſt pourquoi par la Trigonometrie on connoîtra l'angle NAT ou NA*t* & l'on aura l'inclinaiſon de la ligne AT ou A *t* par rapport à AD ou à l'horizon AK.

La démonſtration de cette pratique dépend d'une proprieté de la parabole, qui eſt que ſi l'on coupe NT ou N*t* en deux également en G ou en *g*; GM ou *g* M qui ſeront égales à la diſtance depuis le foïer O ou *o* juſqu'à l'extrémité G ou *g* du diametre NG ou N*g*, ſera auſſi égale au quart du parametre de ce diametre.

On remarquera dans la conſtruction de ce problême, que ſi MN eſt égale à AN on n'aura point de ligne MT, & que dans ce cas la touchante de la parabole ou le jet ſe doit faire par la ligne AM, & de plus qu'il n'y aura qu'une ſeule parabole qui ſatisfaſſe à la queſtion, laquelle paſſera par le milieu de la ligne MN ; & que dans tous les autres cas il y en aura toûjours deux, car MT ou M*t* ſeront toûjours plus petites que MN.

Exemple.

Si l'on ſuppoſe que la plus grande portée de la force, ou ce qui eſt la même choſe, l'amplitude de la plus grande parabole ſoit donnée de 600 toiſes laquelle ſe doit faire par un jet de 45 dégrés d'élevation ſur l'horizon, ou enfin la plus grande hauteur du jet vertical de 300 toiſes, lequel eſt toûjours la moitié de la plus grande amplitude de tous les jets qui ſont faits avec la même force ; & que la hauteur KD depuis l'horizon juſqu'au but D ſoit de 83 toiſes, & la longueur AD 320 toiſes, & enfin l'angle KAD de 15 dégrés.

Par la regle la ligne MN ſera de 258 toiſes $\frac{1}{2}$ & AN

ſera de 160 toiſes, la difference des quarrés de ces deux nombres ſera de 41222 dont la racine eſt 203 toiſes & un peu plus. Si l'on ajoûte donc 203 toiſes avec MN de 258 $\frac{1}{2}$ on aura NT de 461 $\frac{1}{2}$; mais ſi on l'ôte on aura N*t* de 55 $\frac{1}{2}$.

Maintenant dans le triangle ANT dont on connoît le côté AN de 160 toiſes, le côté NT de 461 toiſes $\frac{1}{2}$, & l'angle ANT de 105 dégrés ſomme de 90 dégrés & de 15 dégrés pour l'angle KAD, on trouvera l'angle NAT ou DAT de 57 dégrés 55 minutes ; & par conſequent l'angle KAT ſera de 72 dégrés 55 minutes. Et dans le triangle AN*t* on connoît auſſi les deux côtés AN de 160 toiſes & N*t* de 55 $\frac{1}{2}$ avec le même angle ANT ou AN*t* qu'auparavant ; c'eſt pourquoi on aura l'angle NA*t* ou DA*t* de 17 dégrés 5 minutes, & KA*t* de 32 dégrés 5 minutes.

Enfin ſi le quarré de MN eſt plus petit que le quarré de AN, on ne pourra pas faire la ſouſtraction, & dans ce cas il n'y aura aucune parabole qui puiſſe ſatisfaire à la queſtion dans les conditions données, ce qui eſt facile à démontrer par la nature de la parabole.

PROPOSITION CXXII.

CONSTRUCTION *& uſage d'un inſtrument univerſel, pour le jet des bombes.*

La conſtruction de cet inſtrument eſt fondée ſur ce qui a été expliqué en dernier lieu dans la propoſition precedente, où l'on ſuppoſe que l'on connoiſſe la diſtance depuis le lieu A d'où ſe fait le jet, juſqu'au but D où l'on doit tirer avec la hauteur DK depuis le niveau du point A juſqu'au but D, & la diſtance horizontale AK. On ſuppoſe auſſi qu'on connoiſſe la hauteur du jet vertical AR.

Cet inſtrument n'eſt qu'une équaire ordinaire BAC dont l'une des branche AC eſt fort longue par rapport à

l'autre AB qui porte un curſeur K lequel coule au long de de l'aréte extérieure de la branche AB, & qu'on peut arrêter en quel endroit on veut. Ce curſeur K ſoutient le fil d'un plomb P.

Dans l'uſage de cet inſtrument il ne faut qu'appliquer la longue branche de l'équaire dans le mortier que l'on doit incliner tant que le fil du plomb qui eſt arrêté en un point déterminé K paſſe par un point trouvé E ſur l'arrête AC de l'équaire.

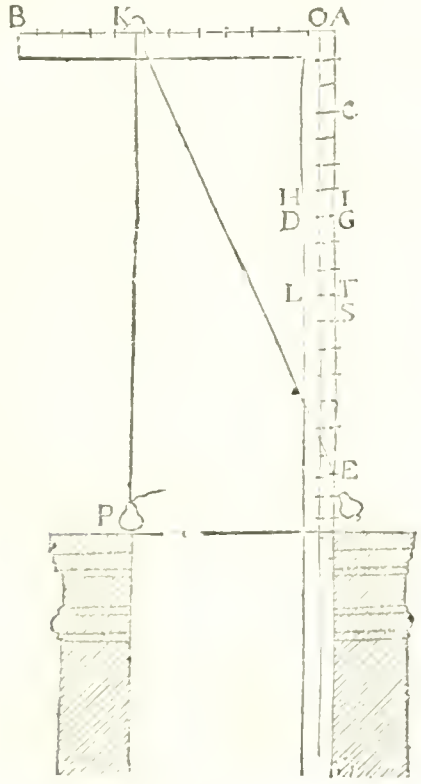
Les deux branches de l'équaire ſont diviſées en parties égales de 10 en 10 ou de 50 en 50 ſeulement, qui repreſentent des toiſes & qu'on fera de grandeur proportionnée aux nombres qui s'y doivent trouver & à la grandeur de l'équaire, comme on le verra enſuite.

Pour avoir le point K où le fil du plomb doit être arrêté, on prendra AK égal au nombre des toiſes de la diſtance horizontale AK. Mais pour avoir le point E il doit y avoir ſur la branche AC de l'équaire tout proche de l'aréte AC qui eſt diviſée en parties égales une ligne droite OH parallele à AC & diviſée inégalement ſuivant la table qu'on va donner. On marquera d'abord ſur les diviſions égales à AC le nombre des toiſes AF égal au double du jet vertical AR donné dont on aura ôté KD, ce qui ſera deux MN de la propoſition précédente, & l'on en ôtera la grandeur AG égale au nombre des toiſes de la diſtance AD; on aura donc la partie GF qui répondra à DL ſur la ligne OH, & le nombre des parties inégales de cette ligne qui ſont contenuës dans DL ſeront priſes ſur OH depuis ſon commencement O juſqu'en H, ce qui donnera OH, ou AI qui lui répond en parties égales de toiſes.

Maintenant ſi l'on joint le nombre des toiſes de AI avec AS égal au double du jet vertical, on aura AE, ou bien ſi on l'ôte de AF on aura A*e*, ce qui détermine les deux points E & *e* par où le fil du plomb doit paſſer pour donner le jet au but D.

La

La démonſtration de cette conſtruction eſt facile par ce qui a été démontré dans la propoſition precedente, car ce n'eſt que la même choſe hormis ſeulement que l'on prend des lignes doubles de celles qu'on y avoit ſuppoſées, comme on le peut voir en comparant la figure qu'on y a donnée avec cette conſtruction, ce qui fera l'angle KEA de cette figure égale à l'angle RAT de l'autre.



Pour ce qui eſt de la ligne OH ou AI de cette figure qui eſt égale à MT ou M*t* de l'autre, elle eſt donnée par le rapport des diviſions inégales de la ligne OH avec celles de la ligne AC, par ces diviſions ſont déterminées de telle

maniere que ſi OL eſt l'hypoténuſe d'un triangle rectangle, & OD l'un de ſes côtés, les parties compriſes dans LK égales en nombre à celles de OH, donneront OH pour l'autre côté du triangle ; & par conſequent OH ſera la racine du quarré qui eſt la difference des quarrés de OL, OK.

Par exemple ſi le jet vertical eſt de 500 toiſes & que la hauteur KD depuis le niveau du point A juſqu'au but D ſoit de 20 toiſes & AD de 700 toiſes, on aura pour le double du jet en aïant retranché KD la ligne AF de 980 toiſes, ce qui répond ſur la diviſion de la ligne OH au point L du nombre 383, mais le nombre 700 du point G des parties égales répond aux parties de la ligne OH au point D du nombre 196 ; & la difference entre ces deux nombres qui eſt 187, étant cherchée ſur la ligne OH tombe au point H depuis ſon commencement O, & donne ſur les parties égales le nombre 686 au point I. Enfin ſi l'on ajoûte le double du jet 1000 avec 686 on aura AE, ou bien ſi on l'ôte on aura A *e*, ce qui détermine les points E & *e* par où doit paſſer le fil du plomb.

Si le but D étoit plus bas que le point A ce ſera toûjours la même choſe, car comme on connoît la difference de ces deux hauteurs, il n'y aura qu'à changer les lettres & mettre A au point D, & D au point A, & ſuppoſer toûjours que la hauteur du jet vertical eſt au point A qui eſt le plus bas.

On remarquera que ſi la diſtance AD depuis le lieu A juſqu'au but D eſt égale au double du jet vertical moins KD, il n'y aura qu'une maniere de faire le jet, & ſi elle eſt plus grande il ſera impoſſible de tirer au but.

TABLE POUR SERVIR A DIVISER la branche AC de l'équaire.

Cette diviſion eſt fort aiſée, car l'arrête AC de l'équaire étant diviſée en parties égales qui pourront être d'une ligne chacune & qui repreſenteront tel nombre de toiſes qu'on voudra, comme 50, la ligne OH qui lui ſera parallele ſera diviſée dans les mêmes parties & portera les chifres des nombres quarrés de ſuite, ſans qu'on doive avoir égard au nombre des toiſes que repreſente chaque diviſion.

On marque les diviſions égales des nombres de ſuite 1, 2, 3, &c. qui doivent repreſenter des centaines de toiſes.

AH	AC
1	.
4	1
9	.
16	2
25	.
36	3
49	.
64	4
81	.
100	5
121	.
144	6
169	.
196	7
226	.
256	8
289	.
324	9
360	.
400	10

AH	AC
441	.
484	11
529	.
576	12
625	.
676	13
729	.
784	14
841	.
900	15
961	.
1024	16
1089	.
1156	17
1225	.
1296	18
1369	.
1444	19
1521	.
1600	20

On pourroit faire que la ligne AC fut diviſée de 10 en 10 toiſes au lieu de 50 comme icy, & mettre vis-à-vis de chaque diviſion les nombres des quarrés de ſuite ; mais le nombre des quarrés ſeroit monté trop haut pour être commodement écrit ſur la branche de l'équaire qui auroit dû être trop longue pour ces petites diviſions, car il faut qu'elle contienne au moins 2000 parties égales ſans ce qui doit entrer dans le mortier. C'eſt pourquoi on a crû que les diviſions qu'on donne icy ſont ſuffiſantes pour la pratique.

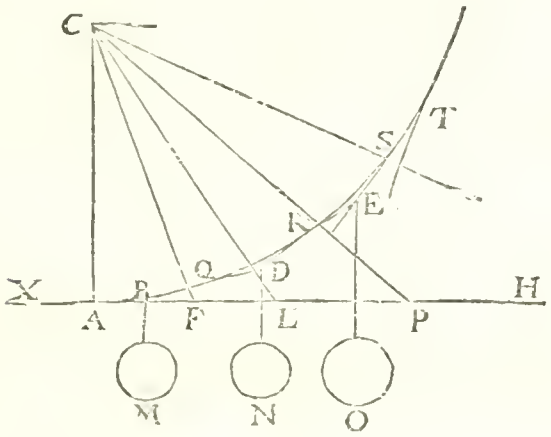
PROPOSITION CXXIII.

UNE *corde étant ſuppoſée ſans peſanteur, on détermine les poids qu'il faut appliquer dans toutes ſes parties, afin qu'étant tirées par ces poids tous enſemble, elle prenne une figure courbe telle qu'on voudra.*

Soit la courbe donnée AQRS qui touche l'horizon AH au point A. Aïant pris ſur cette courbe des parties égales entr'elles & indefiniment petites comme AQ, QR, RS, & par les points AQRS aïant mené des touchantes AB, BD, &c. qui ſe rencontrent aux points BDE, ſi au point A on éleve la perpendiculaire AC, & que de quelque point C de cette ligne on mene des perpendiculaires CQF, CL, CP ſur toutes les touchantes de la courbe prolongées ou non, & ces perpendiculaires étant prolongées juſqu'à la ligne AH aux points FLP ; je dis que ſi l'on ſuſpend des poids MNO aux rencontres des touchantes de la courbe aux points BDE, & qu'ils aïent entr'eux la raiſon des parties AF, FL, LP, &c. de la touchante en A, ces poids demeureront tous en équilibre dans l'état où ils ſeront poſés, les extrémités de la courbe étant arrêtées fermes,

On ſuppoſe icy que les directions des poids ſont paral-

les entr'elles, c'eſt pourquoi ſi la puiſſance X qui tire le point B ſelon AB demeure en équilibre avec le poids M ſuſpendu en B, & avec une puiſſance Q qui tire ſelon la touchante BD, par la vingt-troiſiéme propoſition le triangle CAF dont les côtés ſont perpendiculaires aux directions des puiſſances & du poids, donnera le rapport de ces trois puiſſances en prenant le poids pour une puiſſance. Ainſi la puiſſance X ſera repreſentée par CA, la puiſſance Q par CF, & la puiſſance ou le poids M par AF.



Par la même raiſon les trois directions BD, DE, DN étant données, le triangle CFL repreſentera le rapport des puiſſances qui leur ſeront appliquées, c'eſt-à-dire de la puiſſance Q qui agit ſelon la direction BD par le côté CF qui eſt perpendiculaire à BD, de la puiſſance N par le côté FL, & de la puiſſance R par le côté CL.

Mais comme la puiſſance Q demeure moïenne entre X & M, & entre R & N, il eſt évident que ces quatre puiſſances XMRN demeureront en équilibre entr'elles ſuivant les directions où elles ſont.

On démontrera la même choſe de la puiſſance S & du poids O ſuſpendu en E, & de toutes les autres de même : c'eſt pourquoi tous les poids comme MNO, &c. demeureront en équilibre entr'eux dans les diſpoſitions où ils ſont par rapport aux deux puiſſances extrêmes X & T qui retiennent la ligne où ils ſont ſuſpendus.

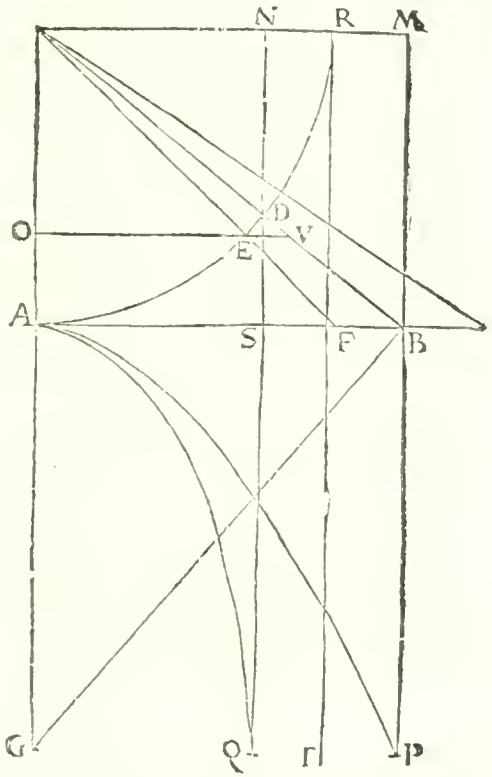
Les differens rapports des parties de la ligne courbe & de celles de la ligne droite AH qui leur répondent font des cas particuliers où l'on peut trouver des proprietés particulieres, comme ſi la courbe étoit une portion de cercle, il eſt évident par ce qui a été démontré cy-devant que le poids qu'on doit appliquer aux arcs égaux du cercle ſeront en même raiſon que les differences des tangentes de ces mêmes arcs de la corde en commençant au point A, & le point C ſur la perpendiculaire AC étant le centre du cercle.

PROPOSITION CXXVI.

VOICY *maintenant comme on peut trouver la figure d'une ſuperficie également peſante dans toutes ſes parties, laquelle étant terminée par deux lignes paralleles entr'elles, prendra par ſa peſanteur la forme d'une courbe telle qu'on voudra, toutes ſes lignes paralleles aux extrêmes étant poſées horizontalement.*

Que la courbe qu'on demande ſoit premierement un cercle ADR dont le centre ſoit C, & que ſon diametre CA ſoit perpendiculaire à l'horizon AB. Si du centre C du cercle on mene les raïons CDB prolongés juſqu'à la touchante AB, & qu'aux points B on tire les perpendiculaires BG aux lignes CB, & qu'enfin par les points B on tire les lignes MPB paralleles à CA & égales à CG, toutes les lignes MP étant appliquées aux points comme D auſquels elles répondent, & étant étenduës ſur la ſuperficie d'un cylindre droit qui a pour baſe le cercle ADR, &

dont la ſuperficie touche le plan de l'horizon dans une ligne qui eſt perpendiculaire à AB & qui paſſe par le point A, elles occuperont ou formeront ſur la ſuperficie du cylindre un eſpace qui ſera celui que l'on cherche ; c'eſt-à-



dire que cette ſuperficie cylindrique étant arrêtée par ſes deux lignes paralleles qui paſſent par A & par R, dont celle qui paſſe en A eſt égale à CA, & l'autre eſt infinie, aura la courbure du quart de cercle ADR par ſa propre peſanteur.

La ligne courbe AP formée par les extrémités P des lignes MP ſera une parabole dont le parametre eſt CA.

Pour la démonſtration elle dépend de la precedente propoſition. Car ſi l'on conſidere toutes les parties indéfiniment perites comme DE de la courbe ADR, les parties BF de la ligne AB repreſenteront les poids qu'il faut ſuſpendre à ces parties pour faire qu'elles aïent toutes la diſpoſition de la courbure donnée, mais aïant mené OEV paralleles à AB qui rencontre CDB en V, on peut conſiderer le triangle DEV comme rectangle en D à cauſe de la petiteſſe de la partie DE de la courbe, & ce triangle DEV peut être auſſi conſideré comme ſemblable au triangle ACB. C'eſt pourquoi le rapport de DE à EV ſera ſemblable à celui de CA à CB; & celui de EV à FB, ou CV à CB, ou bien CD ou CA à CB, car CV & CD n'ont pas de difference ſenſible, ſera auſſi ſemblable à celui de CB à CG. Donc en raiſon égale le rapport de DE à FB ſera le même que celui de CA à CG ou bien MB à MP. C'eſt pourquoi ſi toutes les lignes MB repreſentent les parties indéfiniment petites de la courbe ADR, ou bien le poids de la premiere partie proche de A, toutes les autres lignes MP repreſenteront les poids des autres parties qui doivent repondre chacune à leurs diviſions : & c'eſt ce qu'il falloit démontrer.

On peut encore trouver d'une autre maniere ſur le cylindre qui a pour baſe le cercle ADR, & qui eſt couché ſur le plan horizontal, la figure de ſa ſuperficie qu'on vient de déterminer.

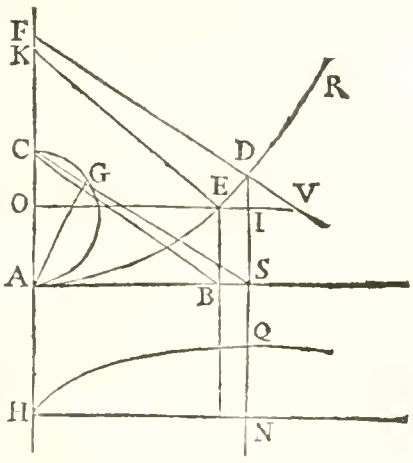
Si par le point D on mene la ligne NDQ parallele & égale à CG qu'on a trouvée cy-devant, tous les points Q ſe trouveront dans une eſpece d'hyperbole, dont la ligne RT ſera une Aſymptote, & dont les quarrés de CA ou NS multipliés par NQ ſeront égaux aux cubes de CA avec le quarré des parties AS multipliées par NQ. Mais toutes les lignes NQ étant étenduës ſur la ſuperficie du cylindre par les points D de la baſe qui leur répondent, elles donneront ſur la ſurface du cylindre la même figure qu'on avoit

trouvée

trouvée cy-devant, ce qui eſt évident par la conſtruction.

On auroit auſſi la même figure ſur la ſuperficie du cylindre dont ADR eſt la baſe & qui eſt couché ſur le plan horizontal, ſi elle étoit coupée par la ſurface d'une autre figure cylindrique droite dont la baſe ſeroit la figure hyperbolique infinie GAQ poſée ſur le plan horizontal.

Mais ſi l'on ſuppoſe pour un autre exemple que la figure que doit prendre le plan ſoit une parabole ADR, & que DE ſoit une des parties indéfiniment petites de la ligne parabolique ADR. Par la precedente propoſition ſi l'on prend ſur l'axe AF de la parabole quelque point comme C, duquel on mene des perpendiculaires CS, CB ſur les lignes qui toucheront la parabole aux points D & E, on aura le rapport des parties de la parabole DE aux poids BS que l'on doit y ſuſpendre. Mais par une proprieté de la parabole, ſi CA eſt gale à la moitié de ſon parametre les lignes CS, CB perpendiculaires aux touchantes, rencontreront la ligne horizontale AB aux points SB où les paralleles à l'axe DS, EB menées par les points DE les rencontreront auſſi. C'eſt pourquoi le rapport des petites parties DE de la courbe à leurs poids BS ou EI, ſeront comme l'hypotenuſe DE au côté EI du petit triangle rectangle EDI. Mais le triangle EDI eſt ſemblable au triangle CSA ou CAG, dont l'angle droit G ſera au demi cercle décrit ſur le diametre CA : c'eſt pourquoi ED ſera par tout à ſa peſanteur EI comme AC



à CG. Et ſi l'on prolonge la ligne DS, & qu'on faſſe SQ égale à CG, & qu'on mene HN parallele à AS & qui en ſoit éloignée de la diſtance AH égale à AC, toutes les lignes SN repréſenteront les parties égales de la courbe, ou bien le poids qui doit être appliqué à la partie la plus proche du point A, & toutes les lignes comme SQ repreſenteront les autres poids qui doivent être appliquées aux autres parties comme DE, qui leur répondent dans la parabole.

Si l'on conçoit donc qu'il y ait un cylindre droit couché ſur le plan horizontal, & que la baſe de ce cylindre ou figure cylindrique ſoit la parabole, & que la ſuperficie de ce cylindre ſoit rencontrée ou coupée par la ſuperficie d'un autre cylindre droit dont la baſe ſoit ſur le plan horizontal la figure SAHQ dont la courbe HQ ſoit formée par tous les points Q trouvés comme on a fait cy-devant, la figure retranchée ſur le cylindre parabolique, depuis ſa baſe ſera la figure de la ſuperficie qui doit ſe mettre en courbe parabolique telle qu'on l'a donnée, par la propre peſanteur de ſes parties.

On auroit auſſi la même figure ſur la ſuperficie du cylindre parabolique ſi l'on plaçoit ſur ſa ſuperficie ſelon ſa longueur, les lignes comme CG à tous les points D qui leur répondent.

On trouvera que la ligne HQ eſt une courbe de telle nature, que le quarré-quarré de CA eſt égal au quarré de CS multiplié par le quarré de SQ.

On peut voir par ces deux exemples que ce ſera toûjours la même choſe pour toutes ſortes de courbes telles qu'elles puiſſent être, & qu'on pourra toûjours déterminer ſur un cylindre droit couché ſur l'horizon & dont la baſe eſt la courbe donnée, la figure que doit avoir la ſuperficie qui doit prendre cette même courbure par ſa peſanteur, & qui eſt arrêtée par deux des lignes du cylin-

dre, dont l'une touche l'horizon en A, & l'autre lui eſt parallele en quelqu'autre endroit de la ſurface du cylindre.

PROPOSITION CXXV.

ON *determine icy la charge qu'on doit donner à chaque pierre ou* vouſſoir, *comme parlent les ouvriers, dont on forme des arcs ou des voutes, afin qu'elles puiſſent demeurer toutes en équilibre, quand même leurs lits, ou ſuperficies par leſquelles elles ſe touchent ſeroient infiniment polies & qu'elles pourroient gliſſer l'une contre l'autre ſans aucun empêchement.*

C'eſt une des plus difficiles queſtions qu'il y ait dans l'Architecture, que de ſçavoir la force qu'on doit donner au murs & aux pié-droits qui ſoûtiennent des voutes & des arcs, pour reſiſter à l'effort que font les vouſſoirs qui les forment, pour les écarter. Les Architectes ont quelques régles pour connoître les épaiſſeurs qu'on leur doit donner, mais comme elles ne ſont point fondées ſur aucune démonſtration géometrique, on ne peut pas dire qu'elles ſoient aſſeurées. L'experience leur a ſeulement appris de ne point conſtruire les voutes ſans que les piliers buttans qui les doivent ſoûtenir, ſoient conſtruits, ou ſans que les murs d'où les voutes tirent leur naiſſance ſoient entierement élevés, & qu'ils aïent une charge ſuffiſante pour reſiſter à l'effort de la voute.

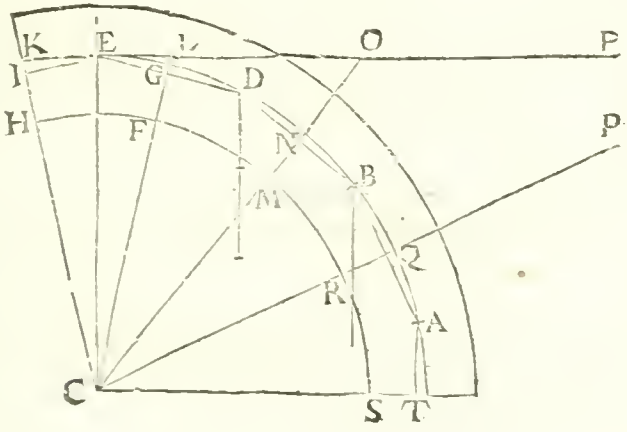
Cette propoſition n'eſt qu'une converſe de la précédente : car que la voute ſoit circulaire & que les vouſſoirs qui ſont égaux, ſoient réduits à leurs centres de gravité ABDE. Puiſque les lits des pierres ou vouſſoirs ſont ſuppoſés infiniment polis, on les doit ſeulement conſiderer pour la direction de la peſanteur des vouſſoirs. Si l'on donne donc telle peſanteur qu'on voudra au premier

vouſſoir E qui eſt la clef, la direction EC de cette peſanteur étant ſelon la ligne EC qui tend au centre de la terre, ſera perpendiculaire à l'horizon. Mais comme cette clef eſt ſoutenuë ſur les lits FG, HI des deux côtés, leſquels tendent au centre C de la voute dans cet exemple, il faut conſiderer, comme on a fait dans le coin, que le point peſant E qui a ſa direction EC, eſt ſoutenu par les puiſſances GI qui ont leurs directions EG, EI perpendiculaires chacune aux joints FG, HI. Et par la vingt-troiſiéme propoſition les directions des trois puiſſance EGI étant EC, EG, EI; ſi l'on mene par le point E la ligne KELP perpendiculaire à EC, on aura le triangle CKL dont les côtés repreſenteront le rapport des deux puiſſances & du poids du vouſſoir E qu'elles ſoutiennent. C'eſt-à-dire que KL eſt la peſanteur du vouſſoir E, & CL & CK les deux puiſſances qui le ſoutiennent ſelon les directions EG, EI perpendiculaires aux joints FG, HI,

Mais ſi l'on veut maintenant que la peſanteur du vouſſoir D, qui eſt appuïé ſur ſon lit MN, & par ſon autre lit FG contre celui de la clef E qui lui eſt commun, ſoutienne ou faſſe le même effort que faiſoit la puiſſance G; le joint CMN étant prolongé en O juſqu'à la rencontre O de la ligne EP, le triangle CLO donnera le rapport des trois puiſſances GDN, dont G étoit repreſentée dans le triangle CKL par la ligne CL, la peſanteur D du vouſſoir le ſera par la ligne LO, & la puiſſance N qui le ſoutient par ſon lit MN ſera exprimée par rapport aux autres par la ligne CO: car les trois côtés de ce triangle ſont perpendiculaires aux directions des deux puiſſances G N, & du poids D du vouſſoir dont on ſuppoſe la direction parallele à celle du vouſſoir E. Ainſi le rapport de la peſanteur de la clef E à celle du premier vouſſoir D qui la ſuit ſera comme KL à LO, afin que ces deux vouſſoirs demeurent en équilibre, & que l'un ne puiſſe pas pouſſer l'autre.

Il faut ſuppoſer que la puiſſance I demeure toûjours de l'autre côté de la clef pour la ſoutenir.

On démontrera de même que le vouſſoir B qui a ſon lit MN commun avec celui du vouſſoir D & qui s'appuïe ſur celui de deſſous RQ, doit avoir ſa peſanteur repreſentée par OP qui eſt la partie de la ligne KL compriſe entre le point O & le point P où le joint CRQ la rencontre; cette peſanteur étant déterminée par rapport à celles des deux autres vouſſoirs ED repreſentées par les lignes KL, LO.



Enfin il s'enſuit que la peſanteur du dernier vouſſoir A, ou du premier qui commence à former la voute & qui eſt poſé au deſſus du couſſinet ou de l'impoſte, doit être infinie; puiſque la ligne CS qui repreſente le lit du couſſinet, ne ſçauroit rencontrer la ligne KL, à cauſe qu'elle lui eſt parallele; & c'eſt ce qui doit arriver à ce vouſſoir A dans la ſuppoſition des lits infiniment polis. Car de quelque peſanteur que puiſſe être ce vouſſoir A, la moindre force qui le pouſſera ſelon la direction BQ perpendiculaire à ſon lit RQ, l'écartera du point C, comme on le

peut voir par les perpendiculaires menées aux trois directions, dont il y en a deux AT qui ſont jointes enſemble, l'une étant celle du poids du vouſſoir, & l'autre celle de la puiſſance T perpendiculaire au lit du couſſinet ST; c'eſt pourquoi il ne peut pas ſe former de triangle.

On voit par-là que dans cette ſuppoſition des lits infiniment polis, on ne ſçauroit donner une trop grande charge au premier vouſſoir poſé ſur l'impoſte & aux autres enſuite dans la proportion des lignes PO, OL, LK pour leur faire ſoutenir l'effort de la clef qui les écarte tous. Mais comme les lits des pierres ſont joints les uns aux autres par une matiere qu'on met entre deux & qu'ils ne peuvent pas gliſſer l'un contre l'autre, il n'eſt pas beſoin de garder la proportion qu'on vient de déterminer pour la charge des vouſſoirs dans toute la rigueur, il ſuffit d'y avoir égard.

Si les joints ou lits des vouſſoirs ne tendent pas à un même centre, comme dans les voutes circulaires, il faudra prendre quelque point comme C ſur la ligne CE qui eſt la direction de la clef, & mener de ce point des paralleles aux joints des vouſſoirs, leſquelles couperont de la ligne KLP perpendiculaire à CE, des parties qui repreſenteront le rapport des peſanteurs des vouſſoirs, ou bien des charges qu'on doit leur donner pour reſiſter à l'effort de la clef, ce qui eſt la même choſe que leur peſanteur propre.

On voit auſſi que toutes les differentes peſanteurs des vouſſoirs doivent être dans la raiſon des differences des tangentes des angles que font les lits en commençant au milieu de la clef, ce qui revient à ce qu'on a dit des cordes chargées de poids dans la propoſition cent vingt-troiſiéme.

On voit encore que les premieres pierres de la voute au deſſus du couſſinet ne ſçauroient être trop chargées pour reſiſter à l'effort de la clef & des autres qui les pouſſent pour les écarter.

PROPOSITION CXXVI.

DE *la reſiſtance des ſolides.*

Toute la queſtion de la reſiſtance des ſolides ſe reduit au levier ordinaire, après qu'on eſt convenu de la nature des liens qui tiennent les parties du ſolide jointes & aſſemblées les unes aux autres. Mais comme il eſt impoſſible d'avoir une connoiſſance parfaite de ces liens, il faut néceſſairement faire quelques ſuppoſitions par leſquelles on puiſſe expliquer ce qui arrive aux corps ſolides dans la reſiſtance qu'ils ont a être rompus.

On peut premierement ſuppoſer que les liens ne ſçauroient préter ; mais alors une très-petite force eſt capable de rompre le premier, & tous les autres enſuite, comme je l'ay expliqué en parlant du coin ; ou bien on pourra conſiderer tous ces liens comme autant de petites puiſſances qui reſiſtent toutes enſemble à l'effort qu'elles ſoutiennent, & c'eſt dans cette ſuppoſition que Galilée explique la reſiſtance des ſolides. Enfin on peut ſuppoſer que les liens peuvent prêter ou s'allonger juſqu'à un certain point avant que de ſe rompre, & c'eſt de cette maniere que M. Mariotte explique la reſiſtance des ſolides dans le ſecond diſcours de la cinquiéme partie du mouvement des eaux. Cette ſuppoſition paroît plus conforme que celle de Galilée, à ce qu'on remarque dans la reſiſtance que font les corps ſolides pour être rompus : c'eſt pourquoi je m'en ſervirai dans les explications ſuivantes, & elle ne peut s'éloigner que très-peu de ce que j'avois ſuppoſé d'abord.

On ſçait par experience que les corps longs, comme un bâton qu'on tire ſuivant leur longueur, reſiſtent à un très-grand effort, & qu'au contraire ſi on les tire de biais, il ne faut qu'une très-petite force pour les rompre. Si l'on ſuppoſe donc qu'il y ait un corps ECD qui ſoit parallele-

pipede & qui ait un rectangle pour ſa baſe, dont un des côtés eſt parallele à l'horizon, & que la partie E ſoit engagée fortement dans le mur AB; la partie ABD de ce corps pourra ſe ſéparer de la partie E ou par ſa propre peſanteur toute ſeule ou par le ſecours de quelque poids qu'on lui pourra ajoûter; & la ſéparation doit ſe faire néceſſairement dans l'endroit AB où le mur rencontre le corps.

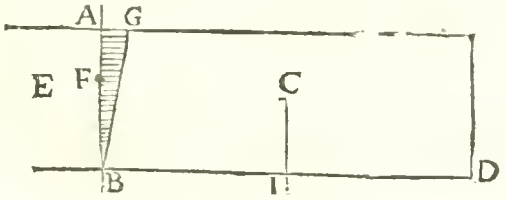
Mais ſi l'on conçoit que les liens qui ſont dans le corps, peuvent s'allonger d'une quantité déterminée comme d'une ligne avant que de ſe rompre, & qu'il faille 600 livres de poids pour rompre le corps en le tirant ſuivant ſa longueur.

Regle.

Je dis ſuivant les ſuppoſitions précédentes, que comme BI qu'on prend égale à la diſtance depuis le centre de gravité C du corps juſqu'au mur AB, eſt à la hauteur BA du corps, ainſi le tiers de 600 livres, qui eſt 200 livres, ſera au nombre des livres qu'il faudra que le corps peſe dans ſon centre de gravité C, ou par lui-même ou par addition ou ſouſtraction, pour ſe rompre, étant tiré perpendiculairement à ſa longueur ou à l'horizon.

Puiſque le poids de 600 livres peut allonger d'une ligne tous les liens qui ſont dans la groſſeur du corps par où il tient au mur; il eſt certain qu'il ne faudra que le poids de 300 livres pour les faire allonger d'une demi-ligne. Mais le corps étant ſoutenu de telle maniere que la ligne horizontale qui paſſe par le point B lui ſerve d'appui, & que ſa peſanteur étant conſiderée dans ſon centre de gravité C ou au point I dans la ligne BD perpendiculaire au mur dans l'endroit où la direction CI du poids la rencontre, on pourra prendre les lignes BI, BA comme faiſant un levier angulaire ABI, qui a ſon appui en B, & dont les directions

directions des puiſſances qui lui ſont appliquées ſont perpendiculaires aux bras. Si l'on ſuppoſe les bras BI, BA égaux le poids de 600 livres pourroit rompre tous les liens du ſolide s'ils étoient tous dans l'éloignement BA de l'appui B, lorſqu'ils ſeroient étendus de la longueur AG d'une ligne; mais ces liens qui ſont appliqués depuis B juſqu'en A ſont ſeulement tendus dans la proportion de leur diſtance depuis l'appui B, & de plus ils ne peuvent faire d'effort que par rapport à cet éloignement: c'eſt pourquoi tout leur effort ſe reduit par ces deux cauſes de diminution au tiers de ce qu'ils en auroient, s'ils étoient tous appliqués en A, ce qui ſe démontre par la ſomme des quarrés des parties, qui eſt le tiers d'une pareille ſomme du plus grand quarré; & par conſequent il ne faudra que le poids de 200 livres en I pour ſoutenir leur effort dans la tenſion où ils ſont.



On démontre auſſi que tous ces liens font le même effort au point I dans la diſtance BI égale à BA, que le triangle BAG ſuſpendu dans ſon centre de gravité F, BF étant égale aux deux tiers de BA; car dans le point F le triangle qui eſt la moitié du parallelogramme ſous BA, AG & qui ſoutiendroit l'effort de 300 livres en A, ne ſoutient que l'effort de 200 livres en F, contre un poids ſuſpendu en I.

Enfin ſi BI eſt plus grande ou plus petite que BA, il eſt évident qu'il faudra faire comme BI à BA, ainſi 200 livres au nombre de livres qui feront le même effort que 200 livres faiſoient à la diſtance de BA ſur BD, par exemple ſi

BI eſt à BA comme 20 à 1, le poids de 10 livres rompra le lien AG. Ce premier lien étant rompu tous les autres doivent ſe rompre, comme je l'ay expliqué d'abord: & c'eſt ce qu'il falloit démontrer.

Il s'enſuit de cette démonſtration que tous les corps ſolides de même matiere leſquels ſeront engagés dans un mur & qui auront une même longueur & une même hauteur, ſe rompront par leur prompre peſanteur ſi l'un d'eux peut ſe rompre; puiſque le nombre des livres qu'il faut pour rompre ces ſolides en les tirant par leur longueur, ſera par tout dans la même raiſon des ſolides, qui eſt auſſi la raiſon de leurs baſes, & ſi le tiers de ce nombre eſt à la peſanteur du ſolide comme BI à BA, il ſera auſſi de même dans tous les autres, & par conſequent les ſolides ſe rompront par leur propre peſanteur. Mais ſi les ſolides ont des hauteurs BA differentes, le tiers du nombre des livres qu'il faut pour les rompre en les tirant par leur longueur ne ſera pas dans tous à leur peſanteur comme BI à BA; c'eſt pourquoi ceux dans leſquels la raiſon de BI à BA eſt moindre que le tiers du nombre des livres qu'il faut pour les rompre en les tirant, à leur propre peſanteur, ne ſe rompront pas, quel que puiſſe être leur largeur.

Problême.

Un corps de figure parallepipede étant donné avec le nombre des livres qu'il doit avoir pour ſe rompre étant tiré ſuivant ſa longueur, & ſa peſanteur étant auſſi donnée, trouver la longueur d'un corps de même matiere, qui aïant une hauteur & une largeur donnée puiſſe ſe rompre par ſon propre poids étant arrêté horizontalement & perpendiculairement dans un mur qu'on ſuppoſe vertical.

Soit par exemple la groſſeur ou la baſe de deux pouces en quarré pour le parallelepipede qui ſe rompt étant tiré

ſuivant ſa longueur telle qu'elle puiſſe être, avec un poids de 50 livres; & que la baſe ou la groſſeur du parallelepipede qu'on cherche qui eſt auſſi ſa coupe dans le mur où il eſt arrêté, ſoit de 12 pouces dont 6 ſeront la hauteur & 2 de largeur. Il eſt évident que ce ſolide qu'on ſuppoſe de même matiere que l'autre ne pourra ſe rompre étant tiré ſuivant ſa longueur, qu'avec un poids de 300 livres, puiſqu'il a ſix fois plus de liens que l'autre qu'il faut rompre, ou dont il faut vaincre la réſiſtance.

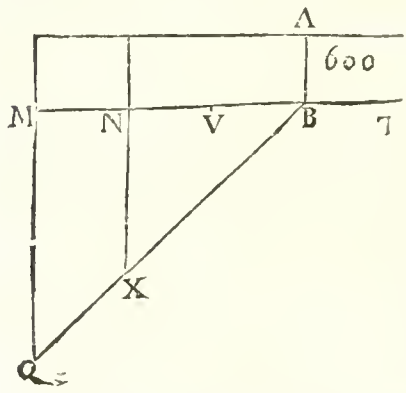
De plus, qu'un pied cubique de ce même corps peſe 96 livres. Si l'on diviſe donc les 1728 pouces cubiques qui ſont au pied par la groſſeur de 12 pouces du ſolide donné, on aura 144 pouces de longueur de ce même ſolide, qui peſeront 96 livres.

Mais puiſque le corps doit être rompu par 300 livres étant tiré par ſa longueur, il ſera rompu par le poids de 100 livres qui eſt le tiers de 300, ce poids de 100 livres étant appliqué à la longueur du corps à une diſtance de l'appui B égale à ſa hauteur BA avec une direction perpendiculaire à la longueur, comme on l'a démontré cy-devant.

C'eſt pourquoi ſi l'on multiplie les 100 livres qu'il faut pour rompre le corps par BT égale à BA qui eſt de 6 pouces, on aura un moment de 600, & toute la queſtion ſe reduit à trouver la longueur BN d'une partie du ſolide propoſé BM, enſorte que ce ſolide BN ait ſon moment de 600 égal au moment donné.

Puiſque l'on doit retrancher une partie BN du ſolide BM qui a pour ſa baſe un parallelogramme de deux pouces de largeur & de 6 pouces de hauteur, il ne faut ſeulement qu'avoir égard aux longueurs, puiſqu'elles ſeront entr'elles comme les ſolides; on conſiderera donc ces longueurs BM, BN comme des lignes peſantes. Mais la longueur de la ligne BM eſt donnée de 144 pouces & ſa peſanteur de 96 livres.

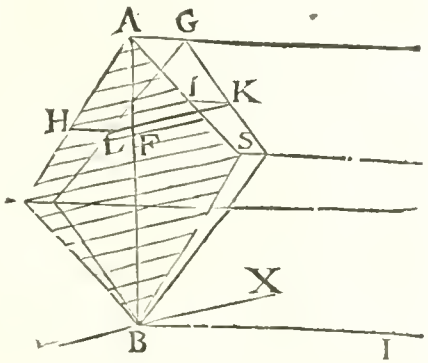
Si l'on éleve donc MQ perpendiculaire & égale à BM & qu'on mene BQ, le triangle BMQ repreſentera le moment de la ligne peſante BM, qui ſera égal au produit de la moitié du poids par la ligne BM, ce qui ſera dans cet exemple le produit 6912 de 48 moitié du poids par 144 longueur de BM. C'eſt pourquoi ſi l'on fait comme le produit 6912 qui eſt le moment du poids BM à 600, qui eſt le moment du ſolide BN qu'on doit retrancher ainſi BM à BV; & qu'enſuite on prenne BN moïenne proportionnelle entre BM & BV; aïant mené NX parallele à MQ, il eſt évident que le triangle BNX ſera au triangle BMQ ſon ſemblable, comme BV à BM; & par conſequent le triangle BNX ſera 600 par rapport aux 6912 du triangle BMQ. Mais auſſi le triangle BNX repreſente le moment de la ligne peſante BN qui eſt partie de BM ſuppoſée de 96 livres: on aura donc BN pour longueur du ſolide que l'on cherche, qui par ſon effort doit rompre les liens de ſa baſe BA, ce qu'il falloit faire, lorſque la baſe ou la rencontre du mur & du ſolide eſt une figure rectangulaire qui a l'un de ſes côtés parallele à l'horizon.



Maintenant ſi le parallelepipede donné n'a pas pour ſa baſe ou ſa rencontre avec le mur BA une figure rectangulaire dont l'un des côtés ſoit parallele à l'horizon, il eſt facile à voir qu'il faudra trouver dans cette baſe le point F où le plan parallele à l'horizon qui paſſe par le centre de gravité du coin ABRSG rencontre le bras BA du levier, & faire enſuite comme BI ou BA à BF, ainſi la peſanteur

du coin ARSBG par rapport à la peſanteur du parallelepipede ſur la baſe ARBS & ſur la longueur AG, lequel eſt poſé égal au poids qu'il faut pour rompre le parallelepipede en le tirant ſuivant ſa longueur, à un quatriéme terme qui ſera le poids qu'on doit ſuſpendre en I.

Ce coin ARSBG eſt formé par la ſection du parallelepipede propoſé dont ARSB eſt la baſe & le plan coupant BKGL qui coupe la ligne AG qu'on ſuppoſe le lien le plus éloigné de l'appui B, de la quantité dont il doit s'allonger pour ſe rompre, & qui coupe auſſi la baſe du parallelepipede dans une ligne BX horizontale.



Car comme on a déja dit cy-devant, ſi l'on mene par tous les points du levier BA des plans paralleles à l'horizon qui retranchent du coin des figures HTKL, elles doivent repreſenter chacune l'effort du lien qui eſt en HT par rapport à ſa plus grande extenſion pour ſe rompre, qui eſt AG. Car HT eſt la longueur du lien, & HL ou TK eſt ſon extenſion; & tous ces liens avec leurs extenſions particulieres agiſſant ſuivant leur éloignement de l'appui B, feront le même effort ſeparement dans la place où ils ſont, que ſi ils étoient tous placés dans leur centre de gravité commun, qui eſt celui du coin. C'eſt pourquoi ſi par le centre de gravité du coin on mene un plan parallele à l'horizon qui coupe le bras du levier BA au point F, & qu'on faſſe comme BI ou BA à BF, ainſi la peſanteur du coin, comme on vient de la déterminer, à un quatriéme terme, ce ſera le poids, qui étant ſuſpendu en I rompra le lien

en A, & qui par conſequent rompra auſſi tous les autres.

On reduira cette peſanteur trouvée comme on vient de faire pour déterminer la longueur du ſolide par laquelle il doit ſe rompre. On n'a point eû d'égard dans ces démonſtrations au changement de place qui arrive au centre de gravité du corps quand ſes liens s'allongent avant que de ſe rompre.

On voit par ce qu'on vient de démontrer, que ſi un parallelepipede a une certaine longueur BM par exemple de 6 pieds pour ſe rompre par ſon propre poids, lorſqu'il ſera arrêté dans un mur AB par l'une de ſes extrémités, il faudra qu'il en ait une double de BM pour ſe rompre lorſqu'il ſera poſé ſur un appui B par ſon milieu.

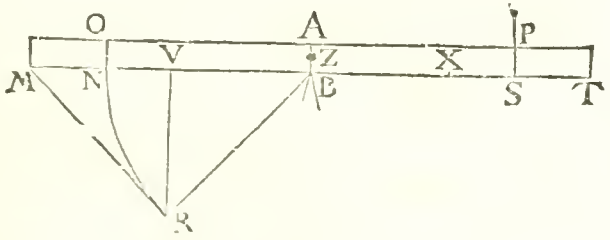
Car le parallelepipede avec la longueur BM étant arrêté dans le mur en AB à une peſanteur aſſez grande pour écarter les liens qui ſont en AB enſorte que celui qui eſt en A ait toute l'extenſion dont il eſt capable, mais il n'a cette force que parce qu'il eſt retenu dans le mur, il faut donc ajoûter un parallelepipede de l'autre côté de l'appui lequel ſoit égal à BM pour faire le même effort que le mur, puiſque ce parallelepipede demeurera en équilibre avec BM ſur l'appui commun B; & le parallelepipede entier double de BM poſé ſur l'appui B dans ſon milieu ſe rompra de même que BM arrêté dans le mur par ſon extrémité.

Galilée dit qu'un cylindre ſoutenu par ſon milieu doit être double de ce qu'il étoit auparavant étant arrêté dans le mur; & cela eſt vray dans la ſuppoſition qu'il a faite de la nature des liens qui joignent les parties des corps, comme dans celle que nous avons donnée icy.

Il dit auſſi dans le même endroit que ce cylindre doit ſe rompre de même, ſoit qu'il ſoit ſoutenu par ſon milieu ou par ſes extrémités: mais il n'a pas fait aſſez d'attention à ce qu'il a avancé, & s'il s'étoit donné la peine d'en ſuivre la démonſtration juſqu'à la fin, il auroit trouvé que dans

ſa ſuppoſition des liens, ce cylindre ne doit avoir que la moienne proportionnelle NS entre MT & ſa moitié MB.

Car dans ſa ſuppoſition lorſque le cylindre MT étant ſoutenu en B doit ſe rompre par la peſanteur de chacune de ſes parties ABM, ABT, il faut prendre garde que ces deux parties de cylindre ſont comme deux leviers angulaires MBA, TBA qui ſont joints par leur bras BA avec des liens qui reſiſtent également dans la longueur BA, enſorte que toute leur reſiſtance peut être conſiderée dans leur milieu Z entre A & B. Mais auſſi le poids du cylindre ABM qui fait équilibre avec les liens de BA, doit être conſideré comme placé au milieu de MB en V où eſt ſon centre de gravité. Ce ſera la même choſe pour le poids du cylindre ABT qui doit être conſideré comme placé en X au milieu de BT.



Maintenant puiſque le poids du cylindre AM multiplié par BV eſt le moment de cette partie du cylindre, & que ce ſera la même choſe pour l'autre partie AT; il faut que le cylindre ait ſa longueur NS, afin qu'étant ſoutenu en N & en S, il ait en B un moment double des précédens pour pouvoir faire ſur les liens qui ſont en BA le même effort qu'y faiſoient auparavant chacune des parties ABM, ABT. Car le cylindre NS étant conſideré comme un levier NS qui eſt ſoutenu en N & en S, & qui eſt chargé en B d'un poids égal à tout le cylindre NS, il eſt évident

que la moitié de ce poids multipliée par la longueur du bras NB ſera un moment égal au moment de la partie ABM du cylindre ſur la longueur du bras BV ; & comme ce ſera la même choſe de l'autre côté, le cylindre NS étant ſoutenu en N & en S fera le même effort ſur les liens qui ſont en BA, que les deux parties du cylindre MT y faiſoient quand il étoit ſoutenu en B, car ce ſera comme deux leviers coudés qui ſont alors OAB, PAB, & qui étant joints par la partie AB ou par le ſeul lien Z au milieu de AB, ſont chargés au point A de toute la peſanteur du cylindre ONPS.

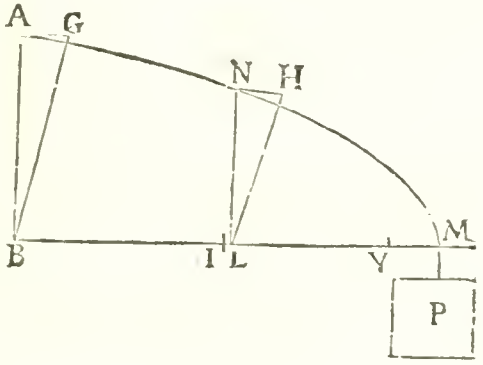
Il faut ſuppoſer que les ſoutiens en N & S, ou O & P ſont des fils ou cordes infiniment longues, afin de laiſſer toute la liberté à l'action que la peſanteur du cylindre fait ſur le lien Z.

On démontrera auſſi de la même maniere dans notre ſuppoſition des liens, que quand le cylindre ſera ſoutenu par les extrémités, il faudra qu'il ait la longueur NS moïenne proportionnelle entre MT & ſa moitié VX, & par conſequent le cylindre NS conſideré comme un levier OP chargé du poids de ce cylindre en A & ſoutenu en O & en P fera le même effort ſur les liens qui ſont en BA qu'y faiſoient les deux parties du cylindre BM, BT ; mais quoi que dans notre hypothéſe des liens on détermine la même choſe pour la fraction du cylindre quand il eſt ſoutenu par le milieu ou par les extrémités, que dans l'hypothéſe de Galilée, il ne s'enſuit pas que le même cylindre doive ſe rompre par ſon poids dans les deux hypothéſes.

Dans la ſuppoſition que j'ay faite des liens, s'il y a une demi-parabole ANMB qui ſoit ſans peſanteur dont MB ſoit l'axe; & que cette ſuperficie parabolique ſoit attachée dans un mur vertical par l'une de ſes ordonnées AB qui ſoit auſſi verticale, & qu'il y ait dans AB des liens tels qu'on

qu'on les a ſuppoſés cy-devant, enſorte que lorſque celui qui eſt en A ſera étendu de toute ſon extenſion AG, il ſe puiſſe rompre par la peſanteur du poids P ſuſpendu au ſommet de la parabole en M.

Je dis que ſi l'on arrête dans le mur la même parabole par une autre de ſes ordonnées, comme LN, le poids P ſuſpendu en M pourra auſſi étendre tous les liens qui ſont dans LN, enſorte que celui qui eſt en N, ſera étendu de la grandeur HN égale à AG; & par conſequent que ce même poids P pourra ſeparer auſſi tous les liens qui ſont en LN.



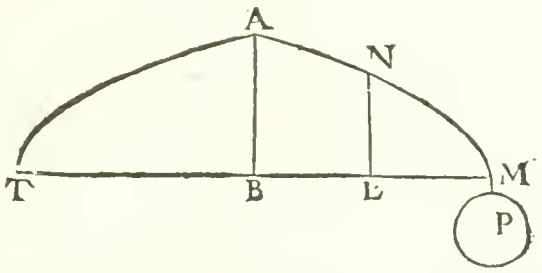
Par ce qui a été démontré cy-devant, ſi l'on prend BI égale à BA, & qu'on ſuſpende au point I un poids égal au tiers de celui qui peut étendre tous les liens qui ſont en BA, de la longueur AG en les tirant perpendiculairement à BA, juſqu'à les rompre; ce poids en I pourra les rompre tous. Ce ſera la même choſe ſi l'on fait LY égale à LN, & qu'on ſuſpende en Y un poids égal au tiers de celui qu'il faudroit pour étendre les liens qui ſont en LN de la grandeur NH égale à AG en les tirantauſſi perpendiculairement en LN.

Mais puiſque NH eſt égale à AG, le tiers des liens de BA ſera au tiers des liens de LN, ou ce qui eſt la même choſe, le poids I ſera au poids Y, comme BA à LN, ou comme BI à LY : donc le moment du poids I ſuſpendu à l'extrémité I du bras BI d'un levier ſera au moment du poids Y ſuſpendu en Y à l'extrémité Y du bras BY d'un levier, comme le quarré de BA, au quarré de LN ; car les poids I & Y ſont entr'eux dans la même raiſon des bras BI, LY, ou BA, LN. Mais par la proprieté de la parabole le quarré de BA eſt au quarré de LN, comme MB à ML : c'eſt pourquoi le moment du poids I eſt au moment du poids Y comme MB à ML.

Mais auſſi le poids P ſuſpendu en M à l'extrémité des bras MB & ML aura ſes momens dans la même raiſon de ces bras MB, ML : c'eſt pourquoi ſi ce poids P ſuſpendu à l'extrémité du bras BM a ſon moment égal à celui du poids I ſuſpendu à l'extrémité du bras BI, lorſqu'il ſera ſuſpendu à l'extrémité du bras ML, il aura auſſi ſon moment égal à celui du poids Y ſuſpendu à l'extrémité du bras LY ; & par conſequent ſi le poids P ſuſpendu en M peut étendre les liens qui ſont en BA, enſorte que celui qui eſt en A ſe rompe, il pourra auſſi étendre ceux qui ſont en LN, enſorte que celui qui eſt en N ſe rompe auſſi ; & c'eſt ce qu'il falloit démontrer. Galilée trouve auſſi que la figure parabolique a la même proprieté dans ſa ſuppoſition des liens.

Puiſque nous avons trouvé que le poids P ſuſpendu à l'extrémité M de l'axe BM de la parabole peut rompre tous les liens qui ſont en BA dans notre ſuppoſition, en étendant le dernier qui eſt en A, de la grandeur AG, lorſque la parabole eſt engagée ou arrêtée dans le mur par une de ſes ordonnées comme BA ; ſi l'on ſuppoſe qu'il y ait une double ſuperficie parabolique TAM, enſorte que BA ſoit une ordonnée commune pour les deux paraboles

égales TA, MA qui ont leur axe dans la ligne droite TBM, & que le plan de ces deux paraboles ſoit ſuppoſé vertical, & leur axe TM parallele à l'horizon; ſi l'on ſoutient ce plan par le point B, il eſt évident que le poids P doit être ſuſpendu en M & en T, pour étendre les liens qui ſont en BA, de la même maniere que le poids P les étendoit quand la parabole BAM étoit arrêtée dans le mur en BA. Car ce poids P ſuſpendu en M fait le même effort qu'il faiſoit auparavant ſur les liens qui ſont en BA & le même poids P qui eſt ſuſpendu de l'autre côté en T fait équilibre avec celui qui eſt poſé en M, & lui reſiſte pour faire l'effort ſur les liens de même que le mur faiſoit auparavant.



Maintenant ſi l'on ſoutient les points M & T de cette double parabole, & qu'on ſuſpende ou qu'on poſe au point A un poids double du poids P, il eſt évident qu'il doit faire le même effort pour rompre les liens qui ſont en BA. Car ce poids double de P appliqué en A ou en B dans ſa direction AB, fera autant d'effort à pouſſer le levier TM par ſon milieu B, & ſe partagera ſur les deux appuis T & M, comme lorſque les poids égaux à P y étoient ſuſpendus, & que l'appui en B pouſſoit le levier; c'eſt pourquoi il doit arriver le même effet.

Ce ſera la même choſe ſi le double axe TM eſt plus petit qu'il n'a été poſé d'abord. Car ſi l'on joint deux portions de la même parabole égales chacune à LNM, il

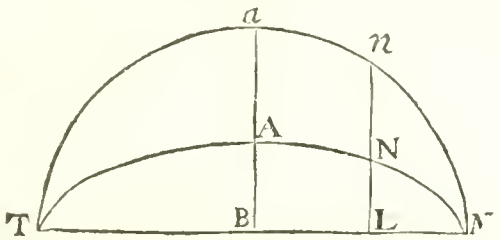
doit arriver le même effet quand on posera au milieu le même poids double de P. Puisque nous avons vû que le poids P suspendu en M faisoit le même effort sur les liens LN de la portion LMN de la parabole, que sur les liens BA de la portion BAM, quand ces portions étoient arrêtées dans le mur par les ordonnées LN, BA.

Il est donc évident par cette démonstration, que si l'on fait un plancher d'une figure irreguliere, & que les solives aïent des longueurs differentes entr'elles, on aura la forme qu'il faudra donner à ces solives, pour faire qu'étant toutes chargées également dans leur milieu, elles soient de même resistance, & c'est seulement sans avoir égard à la pesanteur particuliere des solives.

Mais si l'on veut que la resistance de la figure TANM soit par tout égale, c'est-à-dire qu'un poids P étant posé en quelqu'endroit comme N ou L, ait autant de force pour rompre les liens qui sont en LN, qu'il en avoit pour rompre ceux qui étoient en BA lorsqu'il étoit posé en A ou en B, le levier TM demeurant toûjours le même il faudra que la ligne TANM soit un demi-ellipse, dont TM sera l'un des axes, & BA la moitié de l'autre.

Car lorsqu'on pose le poids comme P en N ou L, le levier TM étant soutenu en T & M, il partage son effort à ces deux appuis dans la raison reciproque de leurs distances au point L, & ce sera la même chose que si le poids P étoit distribué aux points TM dans cette raison, & que le levier TM fut soutenu en L. C'est pourquoi les momens qui sont faits des parties de ce poids par les longueurs LM, LT reciproques aux parties, étant égaux entr'eux, & chacun étant au moment fait par la moitié du poids P sur la longueur BM, comme le rectangle LM, LT au rectangle BM, BT ou au quarré de BM, ce qui est évident si l'on suppose que la ligne TM represente le poids P, ils seront aussi comme les quarrés B*a*, L *n* des ordonnées dans le

demi-cercle T *a n* M par les points B & L du diametre TM, leſquels ſont égaux aux rectangles des parties du diametre. Et à cauſe qu'il y a même raiſon de BA à LN dans l'ellipſe, que de B *a* à L *n* dans le cercle, l'effort que fait le poids P placé en B ſur les liens qui ſont en BA étant poſé égal à la reſiſtance des liens de BA, l'effort du même poids P placé en L doit auſſi être égal à la reſiſtance des liens qui doivent auſſi être en LN. Mais dans la ſuppoſi-



tion de Galilée, ou dans la nôtre, la reſiſtance des liens doit être comme le quarré de la ligne ou eſpace où les liens ſont placés; LN doit donc être à BA qui ſont les eſpaces où ſont placés les liens, dans la même raiſon de L *n* à B *a* dont les quarrés meſurent les efforts du poids; & par conſequent le point N ſera dans une ellipſe dont TM eſt un des axes, & BA la moitié de l'autre. Ce qu'il falloit démontrer.

FIN.

A PARIS, de l'Imprimerie de JEAN-BAPTISTE COIGNARD fils,
Imprimeur du Roy & de l'Academie, ruë S. Jacques,
au Livre d'or. 1729.